

UFPB - CCEN - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I
1ª LISTA DE EXERCÍCIOS - PERÍODO 2012.1

1. Classifique cada uma das afirmações abaixo como *verdadeira* ou *falsa*, justificando sua resposta.

- | | |
|--|------------------------------------|
| a) Se $x < 2$, então $x^2 < 4$. | b) Se $x^2 < 4$, então $x < 2$. |
| c) $x < 2$ se, e somente se, $x^2 < 4$. | d) Se $x < 2$, então $x \leq 3$. |
| e) Se $x = 3$, então $x \leq 3$. | f) Se $ x > 2$, então $x > 2$. |

2. Estude o sinal de cada uma das expressões abaixo.

- | | | |
|----------------------|--------------------|-----------------------|
| a) $\frac{x-1}{x-2}$ | b) $(2x+1)(x-2)$ | c) $\frac{2-3x}{x+2}$ |
| d) $x(x-1)(2x+3)$ | e) $(2x-1)(x^2+1)$ | f) $x(x^2+3)$ |

Nos exercícios **3.**, **4.** e **5.**, resolva as desigualdades indicadas.

3.

- | | | | |
|----------------------------|-----------------------|------------------------------|----------------------------|
| a) $\frac{2x-1}{x+1} < 0$ | b) $(2x-1)(x+3) < 0$ | c) $\frac{3x-2}{2-x} \leq 0$ | d) $\frac{2x-1}{x-3} > 5$ |
| e) $\frac{x}{2x-3} \leq 3$ | f) $x(2x-1)(x+1) > 0$ | g) $(4x+7)^{20}(2x+8) < 0$ | h) $\frac{x-3}{x^2+1} < 0$ |

4.

- | | | | |
|--|------------------------------|---|-------------------|
| a) $x^2 - 4 > 0$ | b) $x^2 - 1 \leq 0$ | c) $x^2 \leq 4$ | d) $x^2 > 1$ |
| e) $\frac{x^2-9}{x+1} < 0$ | f) $\frac{x^2-4}{x^2+4} > 0$ | g) $(2x-1)(x^2-4) \leq 0$ | h) $3x^2 \geq 48$ |
| i) $x^2 < r^2$, onde $r > 0$ é um real dado | | j) $x^2 \geq r^2$, onde $r > 0$ é um real dado | |

5.

- | | | |
|-----------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $x^2 - 3x + 2 < 0$ | b) $x^2 - 5x + 6 \geq 0$ | c) $3x^2 + x - 2 > 0$ |
| d) $4x^2 - 4x + 1 \leq 0$ | e) $x^2 + 3 > 0$ | f) $x^2 + x + 1 > 0$ |
| g) $x^2 + x + 1 \leq 0$ | h) $x^2 + 5 \leq 0$ | i) $(x-2)(x+3)(1-x) > 0$ |
| j) $x^2 + 1 < 3x - x^2 - 3$ | k) $\frac{3x(x+4)^2}{(x-2)^2} < 0$ | l) $(x^2 - 4)(x^2 - 3x + 2) \leq 0$ |

6. Resolva as equações.

- | | | | |
|-------------------------|-------------------------|--------------------------|--|
| a) $ x = 2$ | b) $ x+1 = 3$ | c) $ 2x-1 = 1$ | d) $ x-2 = -1$ |
| e) $ 2x+3 = 0$ | f) $ x = 2x+1$ | g) $ 1-2x = 1-3(x+2) $ | h) $\left \frac{x}{1-5x} \right = 4$ |
| i) $\sqrt{(x-1)^2} = 5$ | j) $\sqrt{(2-x)^2} = 4$ | k) $\sqrt{(x-4)^2} = -1$ | l) $x = \sqrt{(-4)^2}$ |

7. Dê o conjunto solução de cada uma das inequações modulares abaixo.

- | | | |
|------------------------|---------------------------|---------------------|
| a) $ x \leq 1$ | b) $ 2x-1 < 3$ | c) $ 3x-1 < -2$ |
| d) $ 3x+3 \leq 1/3$ | e) $ 2x^2-1 < 1$ | f) $ x > 3$ |
| g) $ x+3 \geq 1$ | h) $ 2x-1 < x$ | i) $ x+1 < 2x-1 $ |
| j) $ x-2 - x-5 > x$ | k) $ x-1 + x+3 < 4x $ | |

8. Duas desigualdades são ditas *equivalentes*, se possuem o mesmo conjunto de soluções.

Com base nesta definição, classifique as duplas de desigualdades apresentadas abaixo.

- | | |
|--|--|
| a) $\sqrt{x-1} < \sqrt{2-x}$ e $x-2 < 1-x$ | b) $x^2 > 1$ e $1 + \frac{2}{x-1} > 0$ |
|--|--|

9. Resolva os sistemas de inequações: a) $\begin{cases} 8x-2 < x-1 \\ 2x^2-x \leq 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x^2-4x-3 \leq 0 \\ \frac{1}{x^2} \geq 1 \end{cases}$

10. Para cada uma das funções abaixo, dê o domínio de definição e esboce o gráfico.

a) $f(x) = 3x$

b) $g(x) = -x$

c) $h(x) = -x + 1$

d) $f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

e) $g(x) = -\frac{1}{2}x$

f) $h(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \leq 2 \\ 3 & \text{se } x > 2 \end{cases}$

g) $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } x \leq -1 \\ -x + 1 & \text{se } x > -1 \end{cases}$

h) $g(x) = |x - 1|$

i) $h(x) = |x + 2|$

j) $f(x) = |x + 2| + 1$

k) $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$

l) $h(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$

m) $f(x) = \frac{|x|}{x}$

n) $g(x) = \frac{|x - 1|}{x - 1}$

o) $h(x) = \frac{|2x + 1|}{2x + 1}$

11. Se $f(x) = |x - 1| + |x - 2|$, mostre que $f(x) = \begin{cases} -2x + 3 & \text{se } x \leq 1 \\ 1 & \text{se } 1 < x < 2 \\ 2x - 3 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$ e esboce o gráfico de f .

12. Determine o domínio das funções indicadas abaixo.

a) $f(x) = \frac{1}{x-1}$

b) $y = \frac{x}{x^2-1}$

c) $g(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

d) $y = \frac{x}{x+2}$

e) $h(x) = \sqrt{x+2}$

f) $q(x) = \frac{x+1}{x^2+x}$

g) $r(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

h) $y = \sqrt[4]{\frac{x}{x+3}}$

i) $g(x) = \sqrt[3]{x^2 - x}$

j) $y = \sqrt{x(2-3x)}$

k) $f(x) = \sqrt{\frac{2x-1}{1-3x}}$

l) $y = \sqrt[6]{\frac{x-3}{x+2}}$

m) $s = \sqrt{t^2 - 1}$

n) $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x-1}}$

o) $y = \sqrt{4 - x^2}$

p) $y = \sqrt{5 - 2x^2}$

q) $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x}$

r) $y = \sqrt{1 - \sqrt{x}}$

s) $y = \sqrt{x} - \sqrt{5-2x}$

t) $y = \sqrt{x - \sqrt{x}}$

13. Utilizando o procedimento indicado no *Exercício 11*, esboce o gráfico das funções definidas abaixo.

a) $f(x) = |x| - 1$

b) $g(x) = ||x| - 1|$

c) $h(x) = |x + 1| - |x|$

d) $y = |x^2 - 1|$

14. Mostre que

a) para todo $x > 0$, $x + \frac{1}{x} \geq 2$;

b) não existem x e y reais, tais que $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{x+y}$.

15. Uma pequena indústria fabrica termômetros e estima que o lucro semanal, em reais, pela fabricação e venda de x unidades/semana é de $R(x) = -0,001x^2 + 8x - 5000$. Qual o lucro da empresa em uma semana que foram fabricados 1.000 termômetros?
