



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio



1ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: Sérgio Data: 04/Mai/2015

Curso: Nome:

Turno: Manhã

Período: 15.1 Turma: 07

Matrícula:

--	--	--	--	--	--	--

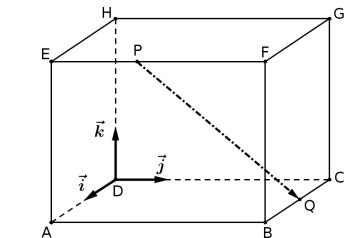
Provas de Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Período 2015.1**Sérgio de Albuquerque Souza**

15 de dezembro de 2015

Observações: Use a constante \textcircled{S} como **último número de sua matrícula**, nas questões abaixo.

Considere o paralelepípedo $ABCDEFGH$ (ao lado) e os vetores: $\vec{DA} = 12\vec{i}$, $\vec{DC} = 6\vec{j}$ e $\vec{DH} = 3\vec{k}$.



1ª Questão Se $\vec{EP} = ((5 - \textcircled{S}) + 1)\vec{j}$ e $\vec{CQ} = (\textcircled{S} + 1)\vec{i}$, então o vetor \vec{PQ} é igual a:

- (a) $-6\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$ (d) $-10\vec{i} + 1\vec{j} - 3\vec{k}$ (g) $-2\vec{i} + 1\vec{j} - 3\vec{k}$ (j) $-7\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$
(b) $-9\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ (e) $-12\vec{i} - 1\vec{j} - 3\vec{k}$ (h) $-4\vec{i} + 3\vec{j} - 3\vec{k}$ (k) $-3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$
(c) $-8\vec{i} + 3\vec{j} - 3\vec{k}$ (f) $-11\vec{i} + 0\vec{j} - 3\vec{k}$ (i) $-5\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$ (l) NDA

2ª Questão Considerando os vetores $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + (9 - \textcircled{S})\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 0\vec{k}$ e $\vec{c} = (|\textcircled{S} - 5|)\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$, onde $\mathcal{B} = \{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ é uma base ortonormal de \mathbb{R}^3 . Assinale as alternativas corretas abaixo:

i) O vetor $\vec{u} = 1\vec{a} + (\textcircled{S} + 1)\vec{b} - 3\vec{c}$ é igual a:

- (a) $19\vec{i} + 23\vec{j} - 2\vec{k}$ (d) $-5\vec{i} + 7\vec{j} + 2\vec{k}$ (g) $13\vec{i} + 19\vec{j} - 1\vec{k}$ (j) $7\vec{i} + 15\vec{j} + 0\vec{k}$
(b) $19\vec{i} + 39\vec{j} - 6\vec{k}$ (e) $1\vec{i} + 11\vec{j} + 1\vec{k}$ (h) $19\vec{i} + 31\vec{j} - 4\vec{k}$ (k) $-17\vec{i} - 1\vec{j} + 4\vec{k}$
(c) $-11\vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}$ (f) $19\vec{i} + 27\vec{j} - 3\vec{k}$ (i) $19\vec{i} + 35\vec{j} - 5\vec{k}$ (l) NDA

ii) O valor da expressão dada por $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$ é:

- (a) -4 (c) 80 (e) 29 (g) -19 (i) 16 (k) 61
(b) -20 (d) 5 (f) 44 (h) -16 (j) -11 (l) NDA

iii) O valor numérico para o $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ é:

- (a) $\frac{11}{5\sqrt{30}}$ (d) $\frac{11}{5\sqrt{6}}$ (g) $\frac{11}{5\sqrt{14}}$ (j) $\frac{11}{5\sqrt{9}}$
(b) $\frac{11}{5\sqrt{41}}$ (e) $\frac{11}{5\sqrt{21}}$ (h) $\frac{11}{5\sqrt{69}}$ (k) $\frac{11}{5\sqrt{86}}$
(c) $\frac{11}{5\sqrt{5}}$ (f) $\frac{11}{5\sqrt{105}}$ (i) $\frac{11}{5\sqrt{54}}$ (l) NDA

iv) Qual dos vetores abaixo, dado em coordenadas, é perpendicular ao vetor \vec{a} ?

- | | | | |
|--------------------|--------------------|---------------------|-------------------|
| (a) $(0, -2, 1)$ | (d) $(-5, 43, -9)$ | (g) $(2, 2, -3)$ | (j) $(4, -2, -7)$ |
| (b) $(-4, 30, -7)$ | (e) $(-2, 10, -3)$ | (h) $(1, 1, -1)$ | (k) $(3, 1, -5)$ |
| (c) $(-3, 19, -5)$ | (f) $(-1, 3, -1)$ | (i) $(-6, 58, -11)$ | (l) NDA |

v) O vetor, em coordenadas, $\vec{w} = (\vec{a} \times \vec{c})$ é igual à:

- | | | | |
|---------------------|-------------------|--------------------|------------------|
| (a) $(-3, 19, -5)$ | (d) $(4, -2, -7)$ | (g) $(-5, 43, -9)$ | (j) $(2, 2, -3)$ |
| (b) $(-6, 58, -11)$ | (e) $(3, 1, -5)$ | (h) $(-4, 30, -7)$ | (k) $(0, -2, 1)$ |
| (c) $(-1, 3, -1)$ | (f) $(1, 1, -1)$ | (i) $(-2, 10, -3)$ | (l) NDA |

vi) A área do paralelogramo $LMNO$, onde $\overrightarrow{LM} = \vec{a}$ e $\overrightarrow{LO} = \vec{c}$, é:

- | | | | | | |
|------------------|-----------------|-----------------|-------------------|-------------------|------------------|
| (a) $\sqrt{395}$ | (c) $\sqrt{35}$ | (e) $\sqrt{11}$ | (g) $\sqrt{1955}$ | (i) $\sqrt{5}$ | (k) $\sqrt{965}$ |
| (b) $\sqrt{113}$ | (d) $\sqrt{3}$ | (f) $\sqrt{17}$ | (h) $\sqrt{69}$ | (j) $\sqrt{3521}$ | (l) NDA |

vii) O volume do paralelepípedo gerado pelos vetores \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} é:

- | | | | | | |
|-------|---------|-------|---------|---------|---------|
| (a) 8 | (c) 67 | (e) 7 | (g) 34 | (i) 157 | (k) 13 |
| (b) 4 | (d) 214 | (f) 9 | (h) 108 | (j) 14 | (l) NDA |

viii) A soma das coordenadas do vetor $\vec{d} = (3\textcircled{S} + 1)\vec{i} + (4\textcircled{S} + 2)\vec{j} + (9 - \textcircled{S})\vec{k}$ em relação a base $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$, ou seja, o valor de $x + y + z$ onde $x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c} = \vec{d}$, é:

- | | | | | | |
|-------|-------|-------|--------|-------|---------|
| (a) 4 | (c) 8 | (e) 1 | (g) 6 | (i) 3 | (k) 0 |
| (b) 2 | (d) 5 | (f) 7 | (h) 10 | (j) 9 | (l) NDA |

3^a Questão Dados três vetores, não nulos, \vec{p} , \vec{q} e \vec{r} quaisquer em \mathbb{R}^3 , assinale com a letra **V** para VERDADEIRO ou a letra **F** para FALSO, marcando a opção correta, os itens abaixo.

- i) Se $\vec{p} = (\textcircled{S} + 1)\vec{q}$ e $\vec{p} \cdot \vec{r} = 0$ então $\|\vec{p} + \vec{r}\|^2 = \|\vec{p}\|^2 + \|\vec{r}\|^2$. ()
- ii) Se $\vec{p} = \overrightarrow{RS}$, $\vec{q} = (\textcircled{S} + 1)\overrightarrow{RT}$ e $\vec{p} \times \vec{q} \neq \vec{0}$, então os pontos R , S e T estão sob uma mesma reta. ()
- iii) Se \vec{r} é paralelo aos vetores \vec{p} e \vec{q} então $[\vec{p} + (\textcircled{S} + 1)\vec{q}] \times \vec{r}$ é o vetor nulo. ()

4^a Questão Considerando os vetores da segunda questão, mostre que $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ é uma base para o \mathbb{R}^3 . **JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA, USANDO O TEOREMA.**

Boa Sorte



Observações:

- Use a constante \textcircled{S} como sendo igual a .
- Considere os pontos $A = (1, 2, 3)$, $B = (3, -1, \textcircled{S})$ e $C = (\textcircled{S} + 1, 4, 1)$.

1^a Questão Assinale as alternativas abaixo, com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO, marcando a opção correta, os itens abaixo, **justificando cada resposta dada**.

1. () Passando por um ponto A existe uma única reta perpendicular a um determinado plano α .
2. () Se \overrightarrow{PQ} e \overrightarrow{PR} são não nulos com $\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PR} \neq \vec{0}$, então existe um único plano contendo os pontos P , Q e R .
3. () São quatro as posições relativas entre uma reta e um plano em \mathbb{R}^3 .

- | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| (a) V,V,V | (c) V,F,V | (e) F,V,V | (g) F,F,V |
| (b) V,V,F | (d) V,F,F | (f) F,V,F | (h) F,F,F |

2^a Questão Em relação à reta r definida pelos pontos A e B , determine:

1. Qual dos pontos abaixo pertence à reta r :

- | | | | |
|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| (a) $(5, -4, 1)$ | (d) $(-1, 5, -3)$ | (g) $(5, -4, -3)$ | (j) $(-1, 5, -1)$ |
| (b) $(-1, 5, 7)$ | (e) $(5, -4, 13)$ | (h) $(-1, 5, 5)$ | (k) $(-1, 5, 1)$ |
| (c) $(5, -4, 5)$ | (f) $(5, -4, 9)$ | (i) $(-1, 5, 3)$ | (l) NDA |

2. Qual dos vetores abaixo é paralelo à reta r :

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| (a) $(-2, 3, 1)$ | (d) $(-2, 3, -3)$ | (g) $(-2, 3, 3)$ | (j) $(4, -6, -8)$ |
| (b) $(4, -6, 0)$ | (e) $(-2, 3, -1)$ | (h) $(4, -6, 12)$ | (k) $(4, -6, -4)$ |
| (c) $(-2, 3, -5)$ | (f) $(4, -6, 8)$ | (i) $(4, -6, 4)$ | (l) NDA |

3. A distância do ponto C à reta r é:

- | | | | | | |
|-------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| (a) 3 | (c) $\sqrt{72}$ | (e) $\sqrt{44}$ | (g) $\sqrt{89}$ | (i) $\sqrt{33}$ | (k) $\sqrt{57}$ |
| (b) 9 | (d) $\sqrt{12}$ | (f) $\sqrt{8}$ | (h) $\sqrt{17}$ | (j) $\sqrt{24}$ | (l) NDA |

3^a Questão Em relação ao plano α definido pelos pontos A , B e C , determine:

1. Qual dos pontos abaixo pertence ao plano α :

- | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| (a) (8, 1, 3) | (d) (2, 1, -3) | (g) (6, 1, 1) | (j) (10, 1, 5) |
| (b) (12, 1, 7) | (e) (11, -2, 7) | (h) (4, 1, -1) | (k) (13, -2, 11) |
| (c) (7, -2, -1) | (f) (9, -2, 3) | (i) (5, -2, -5) | (l) NDA |

2. Qual dos vetores abaixo é perpendicular ao plano α :

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------|
| (a) (6, -58, -31) | (d) (8, 2, 10) | (g) (2, -32, -25) | (j) (-2, -14, -19) |
| (b) (-4, 44, 28) | (e) (4, 8, 16) | (h) (-14, -8, -1) | (k) (0, 22, 22) |
| (c) (-6, -4, -13) | (f) (-10, -2, -7) | (i) (12, 4, 4) | (l) NDA |

3. A distância do ponto $D = (2, 3, 4)$ ao plano α :

- | | | | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| (a) $\frac{35}{\sqrt{561}}$ | (c) $\frac{19}{\sqrt{153}}$ | (e) $\frac{20}{\sqrt{168}}$ | (g) $\frac{68}{\sqrt{2736}}$ | (i) $\frac{28}{\sqrt{336}}$ | (k) $\frac{23}{\sqrt{261}}$ |
| (b) $\frac{23}{\sqrt{221}}$ | (d) $\frac{44}{\sqrt{968}}$ | (f) $\frac{20}{\sqrt{176}}$ | (h) $\frac{83}{\sqrt{4361}}$ | (j) $\frac{55}{\sqrt{1653}}$ | (l) NDA |

4^a Questão Dado o plano $\pi : 2x - y + 2z - 6 = 0$ e a reta b : $\begin{cases} x = (3 - \S) - t \\ y = (-4\S) + t \\ z = (3 - 3\S) + \S t \end{cases}$
determine:

1. Com relação à posição relativa, o plano π e reta b são:

- | | | |
|------------------|------------------|----------------------|
| (a) Coincidentes | (c) Concorrentes | (e) Contida no plano |
| (b) Paralelos | (d) Reversos | (f) NDA |

2. A interseção entre o plano π e a reta b é:

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|----------------|
| (a) (-2, -10, 0) | (d) (-1, -6, 1) | (g) (-4, -18, -2) | (j) (0, -2, 2) |
| (b) (-5, -22, -3) | (e) (-7, -30, -5) | (h) (-8, -34, -6) | (k) {} |
| (c) (-6, -26, -4) | (f) (-3, -14, -1) | (i) (1, 2, 3) | (l) NDA |

3. A distância entre o plano π e a reta b é:

- | | | | | | |
|--------------------|--------------------|-------------------|-------------------|--------------------|---------|
| (a) $\frac{14}{3}$ | (c) $\frac{10}{3}$ | (e) $\frac{2}{3}$ | (g) 10 | (i) $\frac{26}{3}$ | (k) 4 |
| (b) $\frac{22}{3}$ | (d) 0 | (f) 2 | (h) $\frac{5}{3}$ | (j) 9 | (l) NDA |

4. O ângulo entre o plano π e a reta b é de $\pi/2 - \arccos(\S)$, onde o valor de \S é:

- | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| (a) $\frac{-3}{\sqrt{18}}$ | (c) $\frac{1}{\sqrt{54}}$ | (e) 0 | (g) $\frac{11}{\sqrt{459}}$ | (i) $\frac{3}{\sqrt{99}}$ | (k) $\frac{9}{\sqrt{342}}$ |
| (b) $\frac{5}{\sqrt{162}}$ | (d) $\frac{7}{\sqrt{243}}$ | (f) $\frac{13}{\sqrt{594}}$ | (h) $\frac{15}{\sqrt{747}}$ | (j) $\frac{-1}{\sqrt{27}}$ | (l) NDA |

Boa Sorte



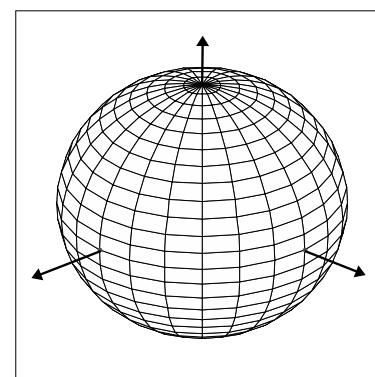
Observações: Use a constante \S como sendo o último número de sua matrícula, nas questões abaixo.

1^a Questão Classifique, esboce e determine todos os elementos das cônicas abaixo:

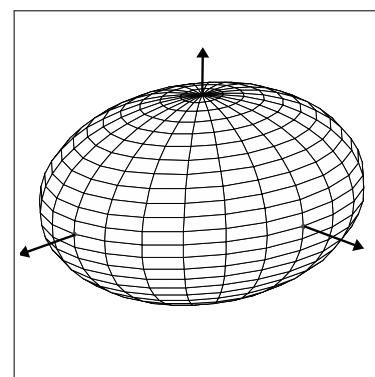
- a) $C_a : [(-1)^{\S}] \frac{(x + \S - 6)^2}{16} + \frac{(y - \S + 5)^2}{[4 + (-1)^{\S}]^2} = 1$
 (usar completamento de quadrados.)
- b) $C_b : 16x^2 - [(-1)^{\S}] 9y^2 + 32(\S + 1)x = 144 - 16(\S + 1)^2$
 (usar autovalores e autovetores)
- c) $C_c : 5x^2 + 8y^2 + [(-1)^{\S}] 4xy - 4(10 - S)^2 = 0$
 (usar autovalores e autovetores)

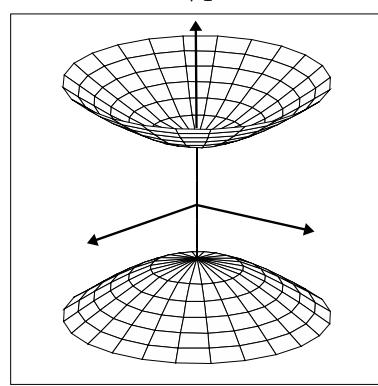
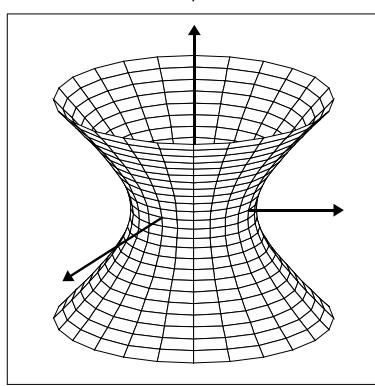
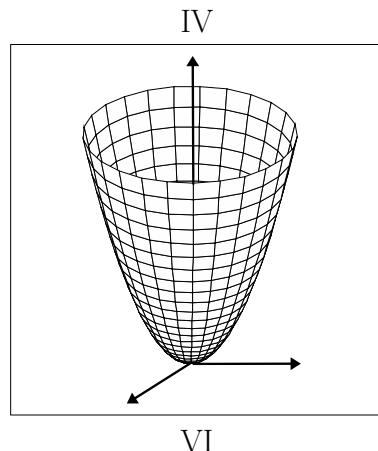
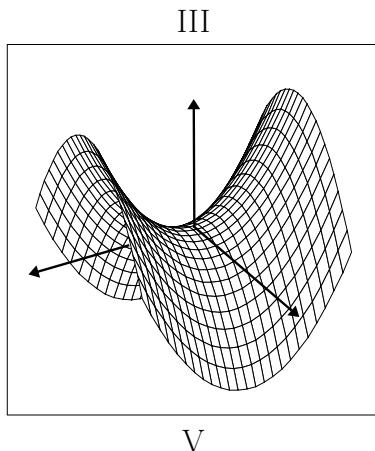
2^a Questão Classifique e indique as equações das seis figuras abaixo considerando que todas tenham como referência a origem $O = (0, 0, 0)$.

I



II





3^a Questão Considere as quádricas Q_1 e Q_2 definidas abaixo, classifique-as e esboce-as, marcando os eixos correspondentes, e identificando e esboçando as cônicas das interseções com os planos coordenados.

a) $Q_1 : [(-1)^{\$}]x^2 + y^{\left[\frac{3-(-1)^{(\$+1)}}{2}\right]} + z^{\left[\frac{3-(-1)^{\$}}{2}\right]} = 1$

b) $Q_2 : x^2 - [(-1)^{\$}]y^2 + [(-1)^{\$}]z^2 = 1$

Boa Sorte



Observações:

- Use a constante $\$$ como sendo igual a
- Considere os seguintes pontos em \mathbb{R}^3 :
 $A = (1, 2, 3)$, $B = (2, \$ - 8, 2)$, $C = (0, 2, 3)$ e $D = (1, 3, \$ - 7)$

1^a Questão Dados os vetores $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ e $\vec{w} = \overrightarrow{AD}$, determine:

1. A área do paralelogramo formado pelos vetores \vec{u} e \vec{v} é:

- | | | | |
|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| (a) $\sqrt{101}$ | (d) $\sqrt{10}$ | (g) $\sqrt{37}$ | (j) $\sqrt{65}$ |
| (b) $\sqrt{82}$ | (e) 1 | (h) $\sqrt{50}$ | (k) $\sqrt{5}$ |
| (c) $\sqrt{17}$ | (f) $\sqrt{2}$ | (i) $\sqrt{26}$ | (l) NDA |

2. O volume do paralelepípedo formado pelos vetores \vec{u} , \vec{v} e \vec{w} é:

- | | | | |
|--------|---------|---------|---------|
| (a) 2 | (d) 122 | (g) 101 | (j) 50 |
| (b) 26 | (e) 82 | (h) 65 | (k) 37 |
| (c) 17 | (f) 5 | (i) 10 | (l) NDA |

3. A soma das coordenadas do vetor $\vec{a} = \$\vec{i} + \vec{j} + (\$ - 10)\vec{k}$ em relação à base $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$, ou seja, o valor de $x + y + z$ onde $\vec{a} = x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w}$ é:

- | | | | |
|--------|--------|--------|---------|
| (a) -1 | (d) -9 | (g) -5 | (j) 1 |
| (b) -2 | (e) -8 | (h) 0 | (k) -7 |
| (c) -4 | (f) -6 | (i) -3 | (l) NDA |

2^a Questão Considerando à reta r :
$$\begin{cases} x = (\$ + 4) & + t \\ y = (2\$ - 17) & + t \\ z = (\$ - 9) & + (S - 10)t \end{cases}$$
 e o plano π definido pelos pontos A , B e C , Temos:

1. Qual dos pontos abaixo pertence à reta r :

- | | | | |
|------------------|-----------------|-----------------|------------------|
| (a) (10, -3, 3) | (d) (8, -7, 5) | (g) (5, -13, 8) | (j) (1, -21, 12) |
| (b) (3, -17, 10) | (e) (9, -5, 4) | (h) (11, -1, 2) | (k) (2, -19, 11) |
| (c) (6, -11, 7) | (f) (4, -15, 9) | (i) (7, -9, 6) | (l) NDA |

2. Qual dos vetores abaixo é paralelo ao plano π :

- | | | |
|--|--|---------------------------------------|
| (a) $-1\vec{i} - 14\vec{j} - 2\vec{k}$ | (e) $-5\vec{i} - 6\vec{j} - 2\vec{k}$ | (i) $0\vec{i} - 16\vec{j} - 2\vec{k}$ |
| (b) $-7\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$ | (f) $-4\vec{i} - 8\vec{j} - 2\vec{k}$ | (j) $-6\vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$ |
| (c) $-3\vec{i} - 10\vec{j} - 2\vec{k}$ | (g) $2\vec{i} - 20\vec{j} - 2\vec{k}$ | (k) $-8\vec{i} + 0\vec{j} - 2\vec{k}$ |
| (d) $1\vec{i} - 18\vec{j} - 2\vec{k}$ | (h) $-2\vec{i} - 12\vec{j} - 2\vec{k}$ | (l) NDA |

3. A interseção entre à reta r e o plano π :

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| (a) $(8, -8, 1)$ | (d) $(7, -10, 1)$ | (g) $(6, -12, 1)$ | (j) $(4, -16, 1)$ |
| (b) $(5, -14, 1)$ | (e) $(12, 0, 1)$ | (h) $(3, -18, 1)$ | (k) $(11, -2, 1)$ |
| (c) $(2, -20, 1)$ | (f) $(10, -4, 1)$ | (i) $(9, -6, 1)$ | (l) NDA |

3^a Questão Com relação à quádrica

$$Q : \frac{(x - \$)^2}{16} + [(-1)^\$] \frac{(y - \$)^2}{[4 + (-1)^\$]^2} + \frac{(z - \$)^2}{[4 - (-1)^\$]^2} = 1$$

Temos que:

1. Um dos focos da cônica, resultado da interseção do plano $\pi_1 : z = \$$ com à quádrica Q , é o ponto:

- | | | | |
|---------------|--------------|---------------|---------------|
| (a) $(14, 9)$ | (d) $(6, 9)$ | (g) $(8, 3)$ | (j) $(12, 7)$ |
| (b) $(4, 7)$ | (e) $(6, 1)$ | (h) $(8, 11)$ | (k) $(10, 5)$ |
| (c) $(0, 3)$ | (f) $(2, 5)$ | (i) $(4, -1)$ | (l) NDA |

2. Um dos vértices da cônica, resultado da interseção do plano $\pi_2 : y = \$$ com à quádrica Q , é o ponto:

- | | | | |
|---------------|--------------|---------------|---------------|
| (a) $(5, 10)$ | (d) $(1, 6)$ | (g) $(7, 12)$ | (j) $(9, 14)$ |
| (b) $(10, 6)$ | (e) $(8, 4)$ | (h) $(-1, 4)$ | (k) $(12, 8)$ |
| (c) $(3, 8)$ | (f) $(4, 0)$ | (i) $(6, 2)$ | (l) NDA |

3. Identifique e faça um esboço da quádrica Q em \mathbb{R}^3 .

Boa Sorte