Provas de Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Período 2008.2

Sérgio de Albuquerque Souza

8 de janeiro de 2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

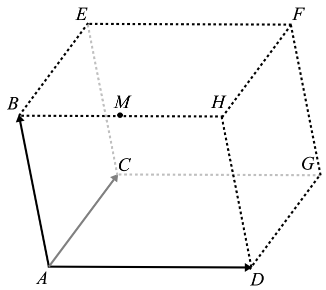
1ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *13/Nov/2008* Turno: *Manhã*

Curso: Nome:

Período: *08.2* Turma(s): Matrícula:

1ª Questão Escreva o vetor $\overrightarrow{CM}$ como uma combinação linear dos vetores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{AD}$, onde M é o ponto tal que $\overrightarrow{BH} = 3\overrightarrow{BM}$, do seguinte paralelepípedo representado abaixo:



2ª Questão Dados dois vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ não nulos quaisquer em $\mathbb{R}^3$, assinale com a letra **V** para VERDADEIRO ou a letra **F** para FALSO, os ítens abaixo, **justificando cada resposta dada**.

a) Se o produto inerno $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, implica que $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ ( )

b) Se $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são LD, então o produto vetorial $\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{0}$ ( )

3ª Questão Supondo que $\|\vec{u}\| = 4$, $\|\vec{v}\| = \sqrt{2}$ e que 45^o é medida do ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, determine os valores $\vec{u} \cdot \vec{v}$ e $(\vec{u} - \vec{v}) \cdot (2\vec{u})$.

4ª Questão Qual a área e o maior lado do triângulo formado pelos pontos $A = (1, 1, 1)$, $B = (2, 2, 2)$ e $C = (2, 1, 3)$?

5ª Questão Considere os vetores $\vec{u} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ e $\vec{w} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

a) Calcule $\left(\vec{v} \times \vec{u}\right) \cdot \vec{w}$

b) $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é uma base para o $\mathbb{R}^3$? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

c) Escreva o vetor $\vec{a} = 7\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ como combinação linear dos vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$, ou seja, encontre os valores de x, y e z onde $\vec{a} = x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w}$.

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica — Prof.: *Sérgio*

1ª Prova - 08.2 Data: 13/Nov/2008 Turma(s): - Manhã

Nome:

Matrícula:

Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

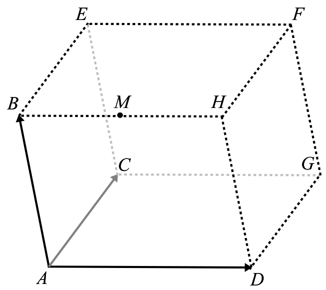
1ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *13/Nov/2008* Turno: *Noite*

Curso: Nome:

Período: *08.2* Turma: *10* Matrícula:

1ª Questão Escreva o vetor $\overrightarrow{GM}$ como uma combinação linear dos vetores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{AD}$, onde M é o ponto tal que $\overrightarrow{BH} = 2\overrightarrow{MH}$, do seguinte paralelepípedo representado abaixo:



2ª Questão Dados dois vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ não nulos quaisquer em $\mathbb{R}^3$, assinale com a letra **V** para VERDADEIRO ou a letra **F** para FALSO, os itens abaixo, **justificando cada resposta dada**.

a) Se o produto vetorial $\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{0}$, implica que $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ( )

b) Se $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são LD, então o produto interno $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ( )

3ª Questão Supondo que $\|\vec{u}\| = 4$, $\|\vec{v}\| = 3$ e que 60^o é medida do ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, determine os valores $\vec{u} \cdot \vec{v}$ e $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (2\vec{u})$.

4ª Questão Qual a área e o menor lado do triângulo formado pelos pontos $A = (1, 1, 1)$, $B = (2, 2, 2)$ e $C = (1, 2, 3)$?

5ª Questão Considere os vetores $\vec{u} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{v} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ e $\vec{w} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$.

a) Calcule $\left(\vec{w} \times \vec{v}\right) \cdot \vec{u}$

b) $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é uma base para o $\mathbb{R}^3$? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

c) Escreva o vetor $\vec{a} = -\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$ como combinação linear dos vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$, ou seja, encontre os valores de x, y e z onde $\vec{a} = x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w}$.

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica — Prof.: *Sérgio*

1ª Prova - 08.2 — Data: 13/Nov/2008 — Turma: *10* - Noite

Nome:

Matrícula:

Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

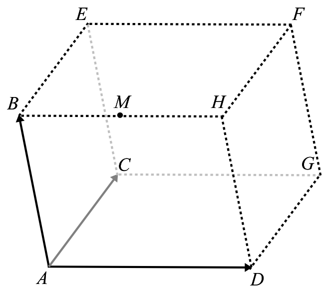
1ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *13/Nov/2008* Turno: *Tarde*

Curso: Nome:

Período: *08.2* Turma: *07* Matrícula:

1ª Questão Escreva o vetor $\overrightarrow{CM}$ como uma combinação linear dos vetores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{AD}$, onde M é o ponto tal que $\overrightarrow{BH} = 3\overrightarrow{MH}$, do seguinte paralelepípedo representado abaixo:



2ª Questão Dados dois vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ não nulos quaisquer em $\mathbb{R}^3$, assinale com a letra **V** para VERDADEIRO ou a letra **F** para FALSO, os itens abaixo, **justificando cada resposta dada**.

a) Se o produto vetorial $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$, implica que $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ( )

b) Se $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são LI, então o produto vetorial $\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{0}$ ( )

3ª Questão Supondo que $\|\vec{u}\| = 4$, $\|\vec{v}\| = \sqrt{3}$ e que 30^o é medida do ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, determine os valores $\vec{u} \cdot \vec{v}$ e $(\vec{u} - \vec{v}) \cdot (2\vec{u})$.

4ª Questão Qual a área e o menor lado do triângulo formado pelos pontos $A = (1, 1, 1)$, $B = (2, 2, 2)$ e $C = (2, 3, 1)$?

5ª Questão Considere os vetores $\vec{u} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{v} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ e $\vec{w} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$.

a) Calcule $\big(\vec{u} \times \vec{v}\big) \cdot \vec{w}$

b) $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é uma base para o $\mathbb{R}^3$? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

c) Escreva o vetor $\vec{a} = 7\vec{i} - 2\vec{j} - 4\vec{k}$ como combinação linear dos vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$, ou seja, encontre os valores de x, y e z onde $\vec{a} = x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w}$.

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica — Prof.: *Sérgio*

1ª Prova - 08.2 Data: 13/Nov/2008 Turma: *07* - Tarde

Nome:

Matrícula:

Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

3ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio*	Data: *18/Dez/2008*	Turno: *M+T+N*
Curso:	Nome:	
Período: *08.2*	Turma(s):	Matrícula:

1ª Questão Assinale cada uma das alternativas abaixo, com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO, **justificando cada resposta dada**.

a) Dados um ponto P e um vetor não nulo $\vec{v}$, existe um único plano que passa por P e é paralelo ao vetor $\vec{v}$. ( )

b) Se r e s são duas retas concorrentes e um plano π contém a reta r, então π contém a reta s. ( )

c) Dois planos com pontos em comum possui vetores normais não paralelos. ( )

2ª Questão Dados os pontos $A = (1, 2, 3)$, $B = (2, 0, 2)$ e $C = (3, -1, 2)$.

a) Determine as equações da reta r que passa pelos pontos A e B.

b) Determine as equações paramétricas e a equação cartesiana do plano α definido pelos pontos A, B e C.

c) Determine as equações paramétricas da reta s que contém o ponto A e é perpendicular ao plano $\beta : x + y - 2z - 3 = 0$.

d) Determine o ponto I de interseção da reta s com o plano β.

3ª Questão Determinar a posição relativa, a distância, o ângulo e a interseção, caso exista, entre a reta $a : \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{3}$ e e o plano $\pi : 2x + y - 2z - 2 = 0$

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica — Prof.: *Sérgio*
3ª Prova - 08.2 — Data: 18/Dez/2008 — Turma(s): - M+T+N

Nome:

Matrícula:

Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

2ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *18/Dez/2008* Turno: *M+T+N*

Curso: Nome:

Período: *08.2* Turma(s): Matrícula:

1ª Questão Assinale cada uma das alternativas abaixo, com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO, **justificando cada resposta dada**.

a) Dados um ponto P e um vetor não nulo $\vec{v}$, existe um único plano que passa por P e é perpendicular ao vetor $\vec{v}$. ( )

b) Se r e s são duas retas não concorrentes e um plano π contém a reta r, então π contém a reta s. ( )

c) Dois planos sem pontos em comum possui vetores normais não paralelos. ( )

2ª Questão Dados os pontos $A = (1, 2, 3)$, $B = (3, -1, 2)$ e $C = (2, 0, 2)$.

a) Determine as equações da reta r que passa pelos pontos A e B.

b) Determine as equações paramétricas e a equação cartesiana do plano α definido pelos pontos A, B e C.

c) Determine as equações paramétricas da reta s que contém o ponto A e é perpendicular ao plano $\beta : x + y + 2z - 3 = 0$.

d) Determine o ponto I de interseção da reta s com o plano β.

3ª Questão Determinar a posição relativa, a distância, o ângulo e a interseção, caso exista, entre a reta $a : \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{3}$ e e o plano $\pi : 2x + y - 2z + 2 = 0$

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica — Prof.: *Sérgio*

2ª Prova - 08.2 — Data: 18/Dez/2008 — Turma(s): - M+T+N

Nome:

Matrícula:

Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

3ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *10/Mez/2009* Turno: *M+T+N*
Curso: Nome:

Período: *08.2* Turma(s): Matrícula:

Observação (leia com atenção) Assinale cada uma das alternativas, com **V** para VERDADEIRO ou **F** para FALSO, **justificando cada resposta dada**. *Os itens sem justificativas não serão considerados para avaliação*, ou seja, receberão zero como pontuação.

1ª Questão [2,5] Em relação às cônicas, temos que:

a) em uma elipse, a diferença dos raios focais é uma constante. ( )

b) se valor da excentricidade de uma cônica $e = c/a < 1$, significa que a mesma é uma elipse. ( )

c) toda parábola com eixo focal paralelo ao eixo y tem como reta diretriz uma reta paralela ao eixo x. ( )

d) o lugar geométrico dos pontos $P(x, y)$ no plano cartesiano, tais que $\|\overrightarrow{PF_1}\| + \|\overrightarrow{PF_2}\| = 2a$, onde e F_1, F_2 são os focos, é uma elipse. ( )

e) se os pontos $(2, 2)$, $(3, 2)$ e $(5, 2)$ são respectivamente um vértice, um foco e o centro de uma cônica, está é uma elipse. ( )

2ª Questão [2,5] Na cônica

$$C : 16x^2 + 25y^2 + 64x - 50y - 311 = 0$$

temos que:

a) é uma elipse com eixo focal paralelo ao eixo y. ( )

b) o ponto $(-2, 5)$ é um dos vértices de C. ( )

c) o ponto $(1,1)$ é um dos focos de C. ( )

d) a distância máxima entre o um foco e um vértice é 8. ( )

e) a distância entre um de seus vértices e o centro é 4. ( )

3ª Questão [2,5] Com relação a quádrica Q definida pela equação:

$$Q : \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{25} = 1$$

temos que:

a) a interseção do plano $\pi_1 : x = 0$ com a quádrica Q é uma elipse. ( )

b) a interseção do plano $\pi_2 : y = 0$ com a quádrica Q é uma hipérbole. ( )

c) a interseção do plano $\pi_3 : z = 0$ com a quádrica Q é uma hipérbole. ( )

d) é uma hiperbolóide elíptica de uma folha. ( )

e) é uma elipsóide circular. ( )

4ª Questão [3,0] Classifique e esboce as superfícies abaixo:

a) A quádrica Q da terceira questão.

b) $x^2 + z^2 = 1$

c) $x^2 + y^2 - z = 0$

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica — Prof.: *Sérgio*

3ª Prova - 08.2 — Data: 10/Mez/2009 — Turma(s): [ ] [ ] - M+T+N

Nome: [ ]

Matrícula: [ ] — Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

3ª Prova	Cálculo Vetorial e Geometria Analítica	
Prof.: *Sérgio*	Data: *10/Mez/2009*	Turno: *M+T+N*
Curso:	Nome:	
Período: *08.2*	Turma(s):	Matrícula:

Observação (leia com atenção) Assinale cada uma das alternativas, com **V** para VERDADEIRO ou **F** para FALSO, **justificando cada resposta dada**. *Os ítens sem justificativas não serão considerados para avaliação*, ou seja, receberão zero como pontuação.

1ª Questão [2,5] Em relação às cônicas, temos que:

a) em uma hipérbole, a diferença dos raios focais é uma constante. ( )

b) se valor da excentricidade de uma cônica $e = c/a > 1$, significa que a mesma é uma elipse. ( )

c) toda parábola com eixo focal paralelo ao eixo x tem como reta diretriz uma reta paralela ao eixo x. ( )

d) o lugar geométrico dos pontos $P(x, y)$ no plano cartesiano, tais que $\left| \|\overrightarrow{PF_1}\| - \|\overrightarrow{PF_2}\| \right| = 2a$, onde e F_1, F_2 são os focos, é uma elipse. ( )

e) se os pontos $(2, 2)$, $(2, 3)$ e $(2, 5)$ são respectivamente um foco, um vértice e o centro de uma cônica, está é uma elipse. ( )

2ª Questão [2,5] Na cônica

$$C : 16y^2 + 25x^2 + 64y - 50x - 311 = 0$$

temos que:

a) é uma elipse com eixo focal paralelo ao eixo y. ( )

b) o ponto $(-2, 5)$ é um dos vértices de C. ( )

c) o ponto $(1,1)$ é um dos focos de C. ( )

d) a distância máxima entre o um foco e um vértice é 8. ( )

e) a distância entre um de seus vértices e o centro é 4. ( )

3ª Questão [2,5] Com relação a quádrica Q definida pela equação:

$$Q : \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{16} - \frac{z^2}{25} = 1$$

temos que:

a) a interseção do plano $\pi_1 : x = 0$ com a quádrica Q é uma hipérbole. ( )

b) a interseção do plano $\pi_2 : y = 0$ com a quádrica Q é uma elipse. ( )

c) a interseção do plano $\pi_3 : z = 0$ com a quádrica Q é uma elípse. ( )

d) é uma hiperbolóide elíptica de uma folha. ( )

e) é uma parabolóide circular. ( )

4ª Questão [3,0] Classifique e esboce as superfícies abaixo:

a) A quádrica Q da terceira questão.

b) $x^2 + y^2 = 1$

c) $x^2 - y + z^2 = 0$

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica Prof.: *Sérgio*

3ª Prova - 08.2 Data: 10/Mez/2009 Turma(s): - M+T+N

Nome:

Matrícula:

Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

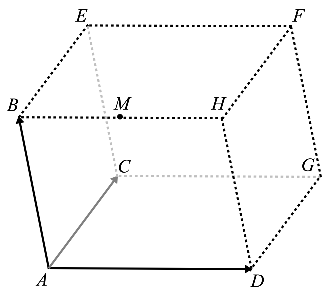
1ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *07/Jan/2009* Turno: *Virtual*
Curso: ______________ Nome: ______________________________

Período: *08.2* Pólo: Matrícula:

Reposição da Primeira Avaliação

1ª Questão Escreva o vetor $\overrightarrow{GM}$ como uma combinação linear dos vetores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{AD}$, onde M é o ponto tal que $\overrightarrow{BH} = 2\overrightarrow{MH}$, do seguinte paralelepípedo representado abaixo:



2ª Questão Dados dois vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ não nulos quaisquer em $\mathbb{R}^3$, assinale com a letra **V** para VERDADEIRO ou a letra **F** para FALSO, os ítens abaixo, **justificando cada resposta dada**.

a) Se o produto vetorial $\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{0}$, implica que $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ( )

b) Se $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são LD, então o produto interno $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ( )

3ª Questão Supondo que $\|\vec{u}\| = 4$, $\|\vec{v}\| = 3$ e que 60^o é medida do ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, determine os valores $\vec{u} \cdot \vec{v}$ e $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (2\vec{u})$.

4ª Questão Qual a área e o menor lado do triângulo formado pelos pontos $A = (1, 1, 1)$, $B = (2, 2, 2)$ e $C = (1, 2, 3)$?

5ª Questão Considere os vetores $\vec{u} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{v} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ e $\vec{w} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$.

a) Calcule $\left(\vec{w} \times \vec{v}\right) \cdot \vec{u}$

b) $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é uma base para o $\mathbb{R}^3$? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

c) Escreva o vetor $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$ como combinação linear dos vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$, ou seja, encontre os valores de x, y e z onde $\vec{a} = x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w}$.

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

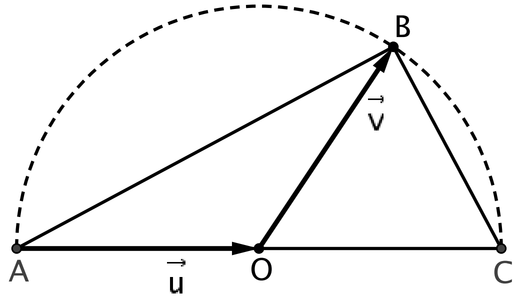
1ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: */Nov/2008* Turno: *Virtual*

Curso: Nome:

Período: *08.2* Pólo: Matrícula:

1ª Questão Considere o triângulo ABC inscrito na semicircunferência de centro no ponto O e de raio $r = 1$, conforme a figura abaixo. Escreva os vetores $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$ como combinação linear dos vetores $\vec{u} = \overrightarrow{AO}$ e $\vec{v} = \overrightarrow{OB}$ e calcule o produto interno $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.



2ª Questão Dados três vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ quaisquer em $\mathbb{R}^3$, assinale com a letra **V** para VERDADEIRO ou a letra **F** para FALSO, os ítens abaixo, **justificando cada resposta dada**.

a) Se $\vec{a} = 2\vec{b}$ então o produto vetorial $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ ( )

b) Se o produto misto $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] \neq 0$ então o produto vetorial $\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{0}$ ( )

3ª Questão Supondo que $\|\vec{u}\| = 2$, $\|\vec{v}\| = \sqrt{2}$ e que 45^o é medida do ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, determine os valores $\vec{u} \cdot \vec{v}$ e $(\vec{u} - \vec{v}) \cdot (2\vec{u})$.

4ª Questão Qual a área do triângulo formado pelos pontos $A = (1, 1, 1)$, $B = (2, 2, 2)$ e $C = (2, 1, 3)$?

5ª Questão Considere os vetores $\vec{u} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ e $\vec{w} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

a) Calcule $\vec{u} \times \vec{w}$ e $\left[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\right]$

b) $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é uma base para o $\mathbb{R}^3$? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

c) Escreva o vetor $\vec{a} = 4\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ como combinação linear dos vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$, ou seja, encontre os valores de x, y e z onde $\vec{a} = x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w}$.

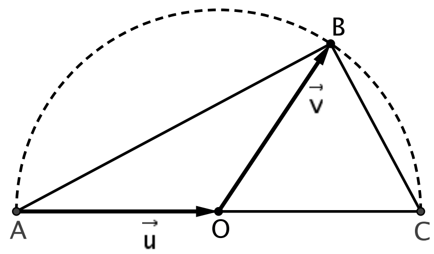
Boa Sorte

R E S P O S T A S

1ª Questão Dados da questão:

- ABC é um triângulo inscrito na semi-circunferência,
- O é centro e $r = 1$ é o raio;
- $\vec{u} = \overrightarrow{AO}$ e $\vec{v} = \overrightarrow{OB}$.

Na figura abaixo, considere:



Observe que:

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OA} = -\vec{v} - \vec{u}$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OC} = -\vec{v} + \vec{u}$$

logo

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} &= (-\vec{v} - \vec{u}) \cdot (-\vec{v} + \vec{u}) \\ &= \|\vec{v}\|^2 - \vec{v} \cdot \vec{u} + \vec{u} \cdot \vec{v} - \|\vec{u}\|^2 \\ &= 1 + 0 - 1 = 0 \end{aligned}$$

2ª Questão Dados: $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ quaisquer em $\mathbb{R}^3$

a) Como $\vec{a} = 2\vec{b}$ então os vetores são paralelos logo LD (mesma direção), logo a área do paralelogramo formado pelos dois vetores é nulo, logo $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ (V)

b) Como o produto misto $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$ representa um volume de um paralelepípedo $(Area_{base} \times altura \neq 0)$ temos que tanto a $altura \neq 0$ como $Area_{base} \neq 0$ e como o produto vetorial que está associado a uma área $\|\vec{a} \times \vec{b}\| \neq 0$ implica que $\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{0}$ (V)

3ª Questão Dados da questão:

- $\|\vec{u}\| = 2$,
- $\|\vec{v}\| = \sqrt{2}$;
- ângulo $(\vec{u}, \vec{v}) = 45^o$.

Usando a definição temos:

$$\begin{aligned} \vec{u} \cdot \vec{v} &= \|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|.cos(\vec{u}, \vec{v}) \\ &= 2.\sqrt{2}.\frac{\sqrt{2}}{2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

Usando a propriedade da distributiva temos:

$$\begin{aligned} (\vec{u} - \vec{v}) \cdot (2\vec{u}) &= \vec{u} \cdot (2\vec{u}) - \vec{v} \cdot (2\vec{u}) \\ &= 2(\vec{u} \cdot \vec{u}) - 2(\vec{v} \cdot \vec{u}) \\ &= 2(\|\vec{u}\|^2) - 2(\vec{u} \cdot \vec{v}) \\ &= 2.4 - 2.2 = 4 \end{aligned}$$

4ª Questão Dados da questão:

- Ponto $A = (1, 1, 1)$,
- Ponto $B = (2, 2, 2)$ e
- Ponto $C = (2, 1, 3)$.

Considere os vetores:

$$\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (1, 1, 1)$$

$$\vec{v} = \overrightarrow{AC} = (1, 0, 2)$$

A área do triângulo será a metade da área do paralelogramo formado pelos vetores, ou seja:

$$A_\Delta = \frac{\|\vec{u} \times \vec{v}\|}{2}$$

Como $\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$, a área

$$A_\Delta = \frac{\sqrt{(2)^2 + (-1)^2 + (-1)^2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} u.a$$

.

5ª Questão Dados da questão:

- Vetores $\vec{u} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$,
- $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$,
- $\vec{w} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ e
- $\vec{a} = 4\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$.

a)

$$\vec{u}\times\vec{w} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 0\vec{i} - 5\vec{j} - 5\vec{k}$$

e

$$[\vec{u},\vec{v},\vec{w}] = \begin{vmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -15$$

b) $\{\vec{u},\vec{v},\vec{w}\}$ é uma base para o $\mathbb{R}^3$, pois

- São 3 vetores em $\mathbb{R}^3$ e
- São LI.
  De fato, pelo teorema

  $$x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w} = \vec{0}$$

  se, e somente se, $x = y = z = 0$ for a solução única, ou seja, que o sistema abaixo só possua a solução trivial.

  $$\begin{cases} -2x & + & 1y & + & 3z & = & 0 \\ 1x & - & 1y & + & 1z & = & 0 \\ -1x & - & 2y & - & 1z & = & 0 \end{cases}$$

  e para tanto o determinante da matriz dos coeficientes, deve ser diferente de zero, ou seja:

  $$\begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -15 \neq 0$$

c) Para que o vetor $\vec{a} = 4\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ seja uma combinação dos vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ é preciso encontrar os valores x, y e $z \in \mathbb{R}$, tal que, $x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w} = \vec{a}$, ou seja, basta resolver o seguinte sistema:

$$\begin{cases} -2x & + & 1y & + & 3z & = & 4 \\ 1x & - & 1y & + & 1z & = & 1 \\ -1x & - & 2y & - & 1z & = & -2 \end{cases}$$

tendo como solução $x = \dfrac{1}{15}$, $y = \dfrac{1}{3}$ e $z = \dfrac{19}{15}$, ou seja:

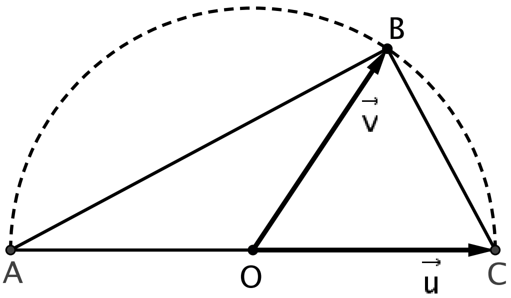
$$\vec{a} = \frac{1}{15}\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v} + \frac{19}{15}\vec{w}$$

UFPBVIRTUAL
Licenciatura em Matemática a Distância
Disciplina: Cálculo Vetorial e Geometria Analítica
2ª **Avaliação Presencial**
Professor(a): Sérgio de Albuquerque Souza

Aluno(a):____ **Matrícula:** __________

Pólo de apoio presencial: _____________________________ **Data:** ____/____/____

1ª Questão Considere o triângulo ABC inscrito na semicircunferência de centro no ponto O e de raio $r = 1$, conforme a figura abaixo. Escreva os vetores $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$ como combinação linear dos vetores $\vec{u} = \overrightarrow{OC}$ e $\vec{v} = \overrightarrow{OB}$ e calcule o produto interno $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.



2ª Questão Dados três vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ quaisquer em $\mathbb{R}^3$, assinale com a letra **V** para VERDADEIRO ou a letra **F** para FALSO, os ítens abaixo, **justificando cada resposta dada**.

a) Se o produto inerno $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, implica que $\vec{a} = \vec{0}$ ou $\vec{b} = \vec{0}$ ( )

b) Se o produto misto $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0$ então o produto vetorial $\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{0}$ ( )

3ª Questão Supondo que $\|\vec{u}\| = 2$, $\|\vec{v}\| = \sqrt{3}$ e que 30^o é medida do ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, determine os valores $\vec{u} \cdot \vec{v}$ e $(\vec{u} - \vec{v}) \cdot (2\vec{u})$.

4ª Questão Qual a área do triângulo formado pelos pontos $A = (1, 1, 1)$, $B = (2, 2, 2)$ e $C = (2, 3, 1)$?

5ª Questão Considere os vetores $\vec{u} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{v} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ e $\vec{w} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$.

a) Calcule $\vec{u} \times \vec{w}$ e $\left[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\right]$

b) $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é uma base para o $\mathbb{R}^3$? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

c) Escreva o vetor $\vec{a} = 4\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ como combinação linear dos vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$, ou seja, encontre os valores de x, y e z onde $\vec{a} = x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w}$.

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

1ª Prova	Cálculo Vetorial e Geometria Analítica	
Prof.: *Sérgio*	Data: *07/Jan/2008*	Turno: *Virtual*
Curso:	Nome:	
Período: *08.2*	Pólo:	Matrícula:

Reposição da Segunda Avaliação

1ª Questão Assinale cada uma das alternativas abaixo, com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO, **justificando cada resposta dada**.

a) Dados um ponto A e um vetor não nulo $\vec{v}$, existe uma única reta que passa por A e é paralela ao vetor $\vec{v}$. ( )

b) Se r e s são duas retas paralelas e um plano π contém a reta r, então π contém a reta s. ( )

c) Duas retas sem ponto em comum têm vetores diretores paralelos. ( )

2ª Questão Considere os pontos $A = (1, 2, 3)$, $B = (2, 0, 2)$ e $C = (3, -1, 2)$.

a) Determine as equações da reta r que passa pelos pontos A e B.

b) Determine as equações paramétricas e a equação cartesiana do plano α definido pelos pontos A, B e C.

c) Determine as equações paramétricas da reta s que contém o ponto A e é perpendicular ao plano $\beta : x + y - 2z - 3 = 0$.

d) Determine o ponto I de interseção da reta s com o plano β.

3ª Questão Determinar a posição relativa, a distância, o ângulo e a interseção, caso exista, entre a reta $a : \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{3}$ e e o plano $\pi : 2x + y - 2z - 2 = 0$

Boa Sorte

UFPBVIRTUAL
Licenciatura em Matemática a Distância
Disciplina: Cálculo Vetorial e Geometria Analítica
2ª Avaliação Presencial
Professor(a): Sérgio de Albuquerque Souza

Aluno(a):____________________________________ **Matrícula:** __________

Pólo de apoio presencial: ____________________________ **Data:** ____/____/____

1ª Questão Assinale cada uma das alternativas abaixo, com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO, **justificando cada resposta dada**.

a) Dados um ponto A e um vetor não nulo $\vec{v}$, existe uma única reta que passa por A e é paralela ao vetor $\vec{v}$. ( )

b) Se r e s são duas retas paralelas e um plano π contém a reta r, então π contém a reta s. ( )

c) Duas retas sem ponto em comum têm vetores diretores paralelos. ( )

2ª Questão Considere os pontos $A = (1, 2, 3)$, $B = (2, 0, 2)$ e $C = (3, -1, 2)$.

a) Determine as equações da reta r que passa pelos pontos A e B.

b) Determine as equações paramétricas e a equação cartesiana do plano α definido pelos pontos A, B e C.

c) Determine as equações paramétricas da reta s que contém o ponto A e é perpendicular ao plano $\beta : x + y - 2z - 3 = 0$.

d) Determine o ponto I de interseção da reta s com o plano β.

3ª Questão Determinar a posição relativa, a distância, o ângulo e a interseção, caso exista, entre a reta $a : \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{3}$ e e o plano $\pi : 2x + y - 2z - 2 = 0$

Boa Sorte

UFPBVIRTUAL
Licenciatura em Matemática a Distância
Disciplina: Cálculo Vetorial e Geometria Analítica
Avaliação FINAL
Professor(a): Sérgio de Albuquerque Souza

Aluno(a):______________________________ **Matrícula:** __________

Pólo de apoio presencial: ______________________ **Data:** ____/____/____

A V A L I A Ç Ã O   F I N A L

1ª Questão Sabendo que 45^o é medida do ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, $\|\vec{u}\| = 2\sqrt{2}$ e $\|\vec{v}\| = 2$, é verdadeiro afirmar que:

a) $\vec{u}.\vec{v} = 2$ ( )

b) $\|\vec{u} \times \vec{v}\| = 4$ ( )

2ª Questão Com relação aos vetores $\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (0, 0, 2)$ e $\vec{c} = (2, 1, 0)$, temos que:

a) $\vec{b}$ e $\vec{c}$ são LD. ( )

b) formam uma base para o $\mathbb{R}^3$. ( )

3ª Questão Dados os pontos $A = (0, 2, 1)$, $B = (1, 2, 1)$ e $C = (0, 3, 0)$, temos que:

a) A origem $O = (0, 0, 0)$ pertence ao plano β definido pelos três pontos. ( )

b) A distância entre o ponto C e a reta r definida pelos pontos A e B é $\sqrt{5}$. ( )

4ª Questão Com relação à classificação da cônica $C : 4x^2 + 6xy + 4y^2 + 2x + 1y - 2 = 0$ temos que:

a) O $p(\lambda) = \lambda^2 - 8\lambda + 7$ é o polinômio característico associado à cônica C. ( )

b) A cônica C é uma elipse. ( )

5ª Questão Com relação à classificação da quádrica Q definida pela equação:

$$Q : \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{25} - \frac{z^2}{9} = 0$$

temos que:

a) A interseção Q com o plano $\pi_2 : y = 0$ é uma elipse com eixo focal paralelo ao eixo x. ( )

b) A interseção Q com o plano $\pi_3 : z = 0$ é um hiperbole com eixo focal paralelo ao eixo x. ( )

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

Final

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: ______ Data: *24/mar/2009* Turno: *M+T+N*

Curso: Nome:

Período: *08.2* Turma(s): Matrícula:

1ª Questão (1,5) Sejam $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{v} = \vec{i} + \vec{j}$ e $\vec{w} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$. Calcule $\vec{v} \cdot \vec{w}$, $\vec{u} \times \vec{v}$ e $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$.

2ª Questão (1,5) Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são vetores unitários e colineares, calcule o valor da expressão: $2||\vec{u} \times \vec{v}|| + (\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v})$.

3ª Questão (1,5) Escreva as equações paramétricas da reta que passa nos pontos $A = (1, 1, 2)$ e $B = (2, -1, -2)$.

4ª Questão (1,5) Considere A e B dados na questão precedente. Escreva a equação cartesiana do plano que passa no ponto médio do segmento AB e é perpendicular à reta $r : \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-4}{3}$.

5ª Questão (1,5) Determine a equação da elipse com focos $F_1 = (-2, 2)$ e $F_2 = (2, 2)$ e soma dos raios focais igual a 12.

6ª Questão (1,5) Determine a equação da parábola com foco $F = (0, 0)$ e diretriz $y = 2$.

7ª Questão (1,5) Identifique as superfícies e esboce seu gráficos:

a) $x^2 + y^2 - 6x = 0$

b) $x^2 + y^2 - z^2 = 1$

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica Prof.: ______

Final - 08.2 Data: 24/mar/2009 Turma(s): - M+T+N

Nome:

Matrícula:

Assinatura