Provas de Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Período 2008.1

Sérgio de Albuquerque Souza

8 de janeiro de 2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

1ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: ______ Data: *03/Jul/2008* Turno: *Tarde*

Curso: ______ Nome: ______

Período: *08.1* Turma(s): | | | Matrícula: | | | | | | | | |

1ª Questão Sejam M e N os pontos médios dos lados não paralelos de um trapézio $ABCD$. Mostre que $\overrightarrow{MN}$ é paralelo à base e que

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$$

2ª Questão Os pontos $A = (1, 2, -1)$, $B = (-2, 2, 4)$ e $C = (3, -1, 2)$ são vértices de um triângulo? Em caso afirmativo, determine a sua área. Este triângulo é equilátero?

3ª Questão Sabendo-se que $||\vec{a}|| = 11$, $||\vec{b}|| = 23$ e $||\vec{a}+\vec{b}|| = 20$, determine $||\vec{a} - \vec{b}||$.

4ª Questão Considere os vetores $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ e $\vec{c} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.

a) $\big|\big| - \vec{a} \times 2\vec{c}\big|\big|$

b) $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ é uma base para o $\mathbb{R}^3$? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

c) Escreva o vetor $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ como combinação linear dos vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$.

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica — Prof.: ______

1ª Prova - 08.1 — Data: 03/Jul/2008 — Turma(s): | | | - Tarde

Nome: | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Matrícula: | | | | | | | | | ______ Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

1ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: ______ Data: *03/Jul/2008* Turno: *Manhã*

Curso: Nome:

Período: *08.1* Turma(s): Matrícula:

1ª Questão Sejam M e N os pontos médios dos lados não paralelos de um trapézio $ABCD$. Mostre que $\overrightarrow{MN}$ é paralelo à base e que

$$2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$$

2ª Questão Os pontos $A = (1, 2, 1)$, $B = (-2, -2, 4)$ e $C = (3, 1, 2)$ são vértices de um triângulo? Em caso afirmativo, determine a sua área. Este triângulo é retângulo?

3ª Questão Considere os vetores $\vec{a} = (1, 1, -1)$ e $\vec{b} = (x, y, 1)$. Encontre os valores de x e y de modo que $\vec{a}$ e $\vec{b}$ sejam ortogonais e $||\vec{b}|| = \sqrt{14}$. Encontre um outro vetor $\vec{c}$ de modo que ele seja perpendicular aos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$. Os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ formam uma base de $\mathbb{R}^3$?

4ª Questão Considere os vetores $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ e $\vec{c} = \vec{j} + \vec{k}$.

a) $||3\vec{a} \times \vec{b}||$

b) $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ é uma base para o $\mathbb{R}^3$? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

c) Escreva o vetor $\vec{u} = 5\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ como combinação linear dos vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$.

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica — Prof.: ____________

1ª Prova - 08.1 — Data: 03/Jul/2008 — Turma(s): ☐☐ - Manhã

Nome: ☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐

Matrícula: ☐☐☐☐☐☐☐☐

____
Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

2ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *07/Ago/2008* Turno: *Manhã*

Curso: Nome:

Período: *08.1* Turma(s): Matrícula:

1ª Questão Qual a posição relativa entre os planos dados a seguir:

- $\pi_1 : x + y - z = 1,$
- $\pi_2 : -x - y + z = 3$ e
- $\pi_3 : 3x + 2y + 2z = -1$

2ª Questão Considere a reta r perpendicular ao plano $\alpha : x + y - z = 3$ e que intercepte este plano no ponto $P = (1, 2, 0)$. Quais as equações paramétricas e simétricas de r.

3ª Questão Determine a posição relativa, a distância, o ângulo e a interseção, caso exista, entre o plano $\beta : \left\{ \begin{array}{lllllll} x & = & 2 & - & 2p & + & q \\ y & = & -2 & + & 2p & + & q \\ z & = & 3 & + & p & + & q \end{array} \right.$ e a reta $a : \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z-2}{2}$.

4ª Questão Escreva a equação cartesiana do plano γ que contém a reta $a : \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z-2}{2}$ e é paralela à reta $b : \left\{ \begin{array}{lllll} x & = & 1 & - & 2t \\ y & = & 2 & + & 3t \\ z & = & -1 & + & t \end{array} \right.$

5ª Questão Considere os planos $\eta_1 : x + y - z = 1$ e $\eta_2 : x - y + z = 2$. Mostre que a interseção desses planos é uma reta.

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica Prof.: *Sérgio*

2ª Prova - 08.1 Data: 07/Ago/2008 Turma(s): - Manhã

Nome:

Matrícula:

Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

3ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____ Data: *02/Set/2008* Turno: *Manhã*

Curso: Nome:

Período: *08.1* Turma(s): Matrícula:

Observação (leia com atenção) Assinale cada uma das alternativas, com **V** para VERDADEIRO ou **F** para FALSO, **justificando cada resposta dada**. *Os ítens sem justificativas não serão considerados para avaliação*, ou seja, receberão zero como pontuação.

1ª Questão Em relação às cônicas:

a) em uma hipérbole, a diferença dos raios focais é uma constante. ( )

b) em uma elipse, a diferença dos raios focais é uma constante. ( )

c) se valor da excentricidade de uma cônica $e = c/a > 1$, significa que a mesma é uma elipse. ( )

d) se valor da excentricidade de uma cônica $e = c/a < 1$, significa que a mesma é uma elipse. ( )

e) toda parábola com eixo focal paralelo ao eixo x tem como reta diretriz uma reta paralela ao eixo x. ( )

f) toda parábola com eixo focal paralelo ao eixo y tem como reta diretriz uma reta paralela ao eixo x. ( )

g) o lugar geométrico dos pontos $P(x, y)$ no plano cartesiano, tais que $\left| \|\overrightarrow{PF_1}\| - \|\overrightarrow{PF_2}\| \right| = 2a$, onde e F_1, F_2 são os focos, é uma elipse. ( )

h) se os pontos $(2, 2)$, $(2, 3)$ e $(2, 5)$ são respectivamente um foco, um vértice e o centro de uma cônica, está é uma elipse. ( )

i) se os pontos $(2, 2)$, $(3, 2)$ e $(5, 2)$ são respectivamente um vértice, um foco e o centro de uma cônica, está é uma elipse. ( )

j) na cônica $y^2 - x = 0$ o foco é no ponto $(0, 1/4)$. ( )

k) na cônica $y^2 - x = 0$ o foco é no ponto $(0, -1/4)$. ( )

2ª Questão Na cônica

$$C : -x^2 + y^2 + 2x + 2y + 4 = 0$$

temos que:

a) é uma elipse com eixo focal paralelo ao eixo x. ( )

b) é uma hipérbole com eixo focal paralelo ao eixo x. ( )

c) é uma hipérbole com eixo focal paralelo ao eixo x. ( )

d) é uma elipse com eixo focal paralelo ao eixo x. ( )

e) o ponto $(3, -1)$ é um vértice. ( )

f) o ponto $(3, -1)$ é um foco. ( )

g) a distância mínima entre o um foco e um vértice é $\sqrt{8} - 2$. ( )

h) a distância máxima entre o um foco e um vértice é $2\sqrt{2} + 2$. ( )

i) a distância entre um vértice e o centro é 4. ( )

j) a distância entre um vértice e o foco é 2. ( )

3ª Questão Com relação a quádrica $Q : \dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{16} + \dfrac{z^2}{25} = 1$, temos que:

a) a interseção do plano $\pi_1 : x = 0$ com a quádrica Q é uma elipse. ( )

b) a interseção do plano $\pi_1 : x = 0$ com a quádrica Q é uma hipérbole. ( )

c) a interseção do plano $\pi_2 : y = 0$ com a quádrica Q é uma hipérbole. ( )

d) a interseção do plano $\pi_2 : y = 0$ com a quádrica Q é uma elipse. ( )

e) a interseção do plano $\pi_3 : z = 0$ com a quádrica Q é uma hipérbole. ( )

f) a interseção do plano $\pi_3 : z = 0$ com a quádrica Q é uma hipérbole. ( )

g) é uma hiperbolóide elíptica de uma folha. ( )

h) é uma hiperbolóide elíptica de uma folha. ( )

i) é uma elipsóide circular. ( )

j) é uma parabolóide elíptica. ( )

4ª Questão Classifique e esboce as superfícies abaixo:

a) A quádrica Q da terceira questão.

b) $x^2 + z^2 = 1$

c) $x^2 + y^2 - z = 0$

d) $x^2 + y^2 = 1$

e) $x^2 - y + z^2 = 0$

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica — Prof.: __________

3ª Prova - 08.1 — Data: 02/Set/2008 — Turma(s): [ ] - Manhã

Nome: __________

Matrícula: __________ — Assinatura

UFPBVirtual
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Cálculo Vetorial e Geometria Analítica
1ª. Avaliação Presencial 2008.1
Professor: Sérgio de Albuquerque Souza

Aluno(a): ____**Matrícula**:_______________

Pólo de apoio presencial: ____________________________________**Data:** ____/____/____

1ª Questão Dados três vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ quaisquer em $\mathbb{R}^3$, assinale com a letra **V** para VERDADEIRO ou a letra **F** para FALSO, os ítens abaixo, **justificando cada resposta dada**.

a) Se $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ implica necessariamente que $\vec{a} = \vec{0}$ ou $\vec{b} = \vec{0}$ ( )

b) Se $\vec{a} = 2\vec{b}$ então $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ ( )

c) Se $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] \neq 0$ então $\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{0}$ ( )

2ª Questão Supondo que $||\vec{u}|| = 2$, $||\vec{v}|| = 7$ e que 60^o é medida do ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, determine os valores $\vec{u} \cdot \vec{v}$ e $(\vec{u} - \vec{v}) \cdot (2\vec{u})$.

3ª Questão Qual a área do triângulo formado pelos pontos $A = (1, 1, 1)$, $B = (2, 2, 2)$ e $C = (2, 1, 2)$?

4ª Questão Considere os vetores $\vec{u} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ e $\vec{w} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

a) Calcule:

- **i)** $(\vec{u} + 2\vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{w})$
- **ii)** $\left|\left|\vec{u} \times 2\vec{v}\right|\right|$
- **iii)** $\left[\vec{u}, 2\vec{v}, 3\vec{w}\right]$

b) $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é uma base para o $\mathbb{R}^3$? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

c) Escreva o vetor $\vec{a} = 4\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ como combinação linear dos vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$, ou seja, encontre os valores de x, y e z onde $\vec{a} = x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w}$.

Boa Sorte

UFPBVirtual
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Cálculo Vetorial e Geometria Analítica
1ª. Avaliação Presencial 2008.1
Professor: Sérgio de Albuquerque Souza

Aluno(a): ____________________ **Matrícula**:__________

Pólo de apoio presencial: ____________________ **Data:** ____/____/____

(Prova de Reposição)

1ª Questão Dados três vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ quaisquer em $\mathbb{R}^3$, assinale com a letra **V** para VERDADEIRO ou a letra **F** para FALSO, os ítens abaixo, **justificando cada resposta dada**.

a) Se $\vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0$ implica necessariamente que $\vec{a} \neq \vec{0}$ ou $\vec{b} \neq \vec{0}$ ( )

b) Se $\vec{a} - 2\vec{b} = \vec{0}$ então $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ ( )

c) Se $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0$ então $\vec{a} \times \vec{b} \neq \vec{0}$ ( )

2ª Questão Supondo que $||\vec{u}|| = 4$, $||\vec{v}|| = 7$ e que 60^o é medida do ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, determine os valores $\vec{u} \cdot \vec{v}$ e $(\vec{u} - \vec{v}) \cdot (2\vec{v} - \vec{u})$.

3ª Questão Qual a área do triângulo formado pelos pontos $A = (1, 1, 1)$, $B = (2, 2, 2)$ e $C = (-1, 1, -2)$?

4ª Questão Considere os vetores $\vec{u} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ e $\vec{w} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

a) Calcule:

i) $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{w})$

ii) $\big|\big|\vec{u} \times 2\vec{w}\big|\big|$

iii) $\big[-\vec{u}, 2\vec{v}, 3\vec{w}\big]$

b) $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é uma base para o $\mathbb{R}^3$? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

c) Escreva o vetor $\vec{a} = -4\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ como combinação linear dos vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$, ou seja, encontre os valores de x, y e z onde $\vec{a} = x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w}$.

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

Final — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *16/Ago/2008* Turno: *Virtual*
Curso: Nome:

Período: *08.1* Pólo: Matrícula:

Observações (leia com atenção)

- Em toda as questões desta prova, substitua a constante $\mathcal{K}$ pelo **último número da sua matrícula**.
- Assinale cada uma das alternativas, com **V** para VERDADEIRO ou **F** para FALSO, **justificando cada resposta dada**. *Os ítens sem justificativas não serão considerados para avaliação*, ou seja, receberão zero como pontuação.

1ª Questão Sabendo que 45^o é medida do ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, $\|\vec{u}\| = 2\sqrt{2}$ e $\|\vec{v}\| = (\mathcal{K}+1)$, é verdadeiro afirmar que:

a) $\vec{u}.\vec{v} = (\mathcal{K}+1)$ ( )

b) $\|\vec{u}\times\vec{v}\| = (\mathcal{K}+1)^2$ ( )

2ª Questão Com relação aos vetores $\vec{a} = (1,2,1)$, $\vec{b} = (0,0,2)$ e $\vec{c} = (K,1,0)$, temos que:

a) $\vec{b}$ e $\vec{c}$ são LD. ( )

b) formam uma base para o $\mathbb{R}^3$. ( )

3ª Questão Dados os pontos $A = (0,\mathcal{K},1)$, $B = (1,\mathcal{K},1)$ e $C = (0,\mathcal{K}+1,0)$, temos que:

a) A origem $O = (0,0,0)$ pertence ao plano β definido pelos três pontos. ( )

b) A distância entre o ponto C e a reta r definida pelos pontos A e B é $\sqrt{5}$. ( )

4ª Questão Com relação à classificação da cônica C definida pela equação:

$$4x^2 + 6xy + 4y^2 + 2x + 1y - \mathcal{K} = 0$$

temos que:

a) O polinômio $p(\lambda) = \lambda^2 - 8\lambda + 7$ é o polinômio característico associado à cônica C. ( )

b) A cônica C é uma elipse. ( )

5ª Questão Com relação à classificação da quádrica Q definida pela equação:

$$Q : \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{25} - \frac{z^2}{(\mathcal{K}+1)^2} = 0$$

temos que:

a) A interseção Q com o plano $\pi_2 : y = 0$ é uma elipse com eixo focal paralelo ao eixo x. ( )

b) A interseção Q com o plano $\pi_3 : z = 0$ é um hiperbole com eixo focal paralelo ao eixo x. ( )

Boa Sorte

UFPBVirtual
Licenciatura em Matemática
Disciplina: Cálculo Vetorial e Geometria Analítica
1ª. Avaliação Presencial 2008.1
Professor: Sérgio de Albuquerque Souza

Aluno(a): ____**Matrícula**:______________

Pólo de apoio presencial: __________________________________**Data:** ____/____/____

1ª Questão Dados três vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ quaisquer em $\mathbb{R}^3$, assinale com a letra **V** para VERDADEIRO ou a letra **F** para FALSO, os ítens abaixo, **justificando cada resposta dada**.

a) Se $\vec{a}$ é paralelo a $\vec{b}$ implica necessariamente que $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ( )

b) Se $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ então $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são LD ( )

c) Se $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] \neq 0$ então $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ são LI ( )

2ª Questão Supondo que $||\vec{u}|| = 3$, $||\vec{v}|| = 4\sqrt{2}$ e que 45^o é medida do ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, determine os valores $\vec{u} \cdot \vec{v}$ e $(2\vec{u} - \vec{v}) \cdot (\vec{v})$.

3ª Questão Qual a área do triângulo formado pelos pontos $A = (1, 2, 3)$, $B = (4, 3, 2)$ e $C = (3, 1, -1)$?

4ª Questão Considere os vetores $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ e $\vec{w} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

a) Calcule:

i) $(\vec{u} - 2\vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{w})$

ii) $\left|\left|2\vec{u} \times \vec{v}\right|\right|$

iii) $\left[2\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\right]$

b) $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é uma base para o $\mathbb{R}^3$? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

c) Escreva o vetor $\vec{a} = \vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$ como combinação linear dos vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$, ou seja, encontre os valores de x, y e z onde $\vec{a} = x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w}$.

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

1ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio*	Data: *17/Jul/2008*	Turno: *Tarde*
Curso:	Nome:	
Período: *08.1*	Pólo:	Matrícula:

1ª Questão Dados três vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ quaisquer em $\mathbb{R}^3$, assinale com a letra **V** para VERDADEIRO ou a letra **F** para FALSO, os ítens abaixo, **justificando cada resposta dada**.

a) Se $\vec{a} \neq \vec{0}$ e $\vec{b} \neq \vec{0}$ implica necessariamente que $\vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0$ ( )

b) Se $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são LI então $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ ( )

c) Se $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0$ então $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ são LD ( )

2ª Questão Supondo que $||\vec{u}|| = 2$, $||\vec{v}|| = 4\sqrt{3}$ e que 30^o é medida do ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, determine os valores $\vec{u} \cdot \vec{v}$ e $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (2\vec{v})$.

3ª Questão Qual a área do triângulo formado pelos pontos $A = (1, 2, 3)$, $B = (1, 1, 1)$ e $C = (2, 3, 4)$?

4ª Questão Considere os vetores $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{v} = -\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ e $\vec{w} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

a) Calcule:

- **i)** $(\vec{u} - 2\vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{w})$
- **ii)** $||2\vec{u} \times \vec{v}||$
- **iii)** $[2\vec{u}, \vec{v}, 3\vec{w}]$

b) $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é uma base para o $\mathbb{R}^3$? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

c) Escreva o vetor $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$ como combinação linear dos vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$, ou seja, encontre os valores de x, y e z onde $\vec{a} = x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w}$.

Boa Sorte