

Provas de Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Período 2007.2

Sérgio de Albuquerque Souza

8 de janeiro de 2013



1ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____ Data: 12/Fev/2008

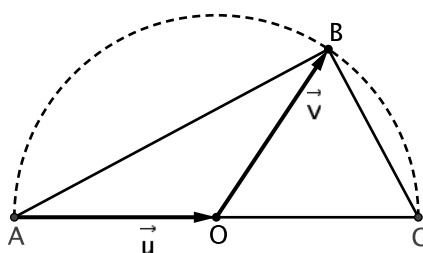
Turno: Manhã

Curso: _____ Nome: _____

Período: 07.2

Turma(s): Matrícula:

1ª Questão Considere o triângulo ABC inscrito na semicircunferência de raio r , conforme a figura abaixo. Escreva os vetores \overrightarrow{BA} e \overrightarrow{BC} como combinação linear dos vetores $\vec{u} = \overrightarrow{AO}$ e $\vec{v} = \overrightarrow{OB}$ e calcule $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.



2ª Questão Dados dois vetores \vec{a} e \vec{b} quaisquer em \mathbb{R}^3 , assinale com a letra **V** para VERDADEIRO ou a letra **F** para FALSO, os itens abaixo, justificando a resposta dada.

a) Se $(10 - \mathcal{K})\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, então $\vec{a} = \vec{0}$ ou $\vec{b} = \vec{0}$ ()

b) Se $\vec{a} = -(\mathcal{K} + 1)\vec{b}$, então $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ ()

3ª Questão Dados os pontos $P = (1, -1, 0)$, $Q = (-2, -2, 4)$ e $R = (3, -1, -2)$, mostre que P , Q e R são vértices de um triângulo e, em caso afirmativo, determine a altura, deste triângulo, relativa ao menor lado.

4ª Questão Considere os vetores $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ e $\vec{c} = -2\vec{i} - \vec{k}$.

a) $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$

b) $\|\vec{a} \times 2\vec{b}\|$

c) $[\vec{a}, 2\vec{b}, 3\vec{c}]$

d) $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ é uma base para o \mathbb{R}^3 ? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

e) Escreva o vetor $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$ como combinação linear dos vetores \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} .

Prof.: _____

Data: 12/Fev/2008

Turma(s):

--	--

 - Manhã

[illegible]

--	--	--	--	--	--	--	--

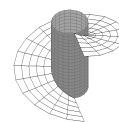
Assinatura



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



1ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____ Data: 12/Fev/2008

Turno: Tarde

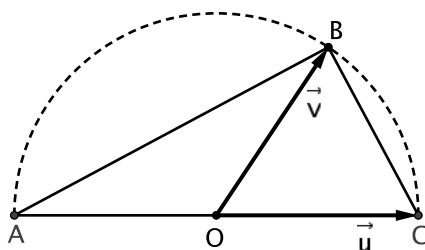
Curso: _____ Nome: _____

Período: 07.2

Turma(s):

Matrícula:

1ª Questão Considere o triângulo ABC inscrito na semicircunferência de raio r , conforme a figura abaixo. Escreva os vetores \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{BC} como combinação linear dos vetores $\vec{u} = \overrightarrow{OC}$ e $\vec{v} = \overrightarrow{OB}$ e calcule o ângulo $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$.



2ª Questão Dados os pontos $P = (-2, 1, 1)$, $Q = (-1, 2, -1)$ e $R = (3, -1, -2)$, determine as coordenadas de um ponto S tal que $PQRS$ seja um paralelogramo e determine a altura, deste paralelogramo, relativa ao lado PQ .

3ª Questão Considere os vetores $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ e $\vec{c} = \vec{i} - 2\vec{k}$.

a) $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (3\vec{a} - \vec{b})$

b) $\| -\vec{a} \times \vec{c} \|$

c) $[\vec{a}, -\vec{b}, \vec{c}]$

d) $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ é uma base para o \mathbb{R}^3 ? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

e) Escreva o vetor $\vec{u} = \vec{i} - 3\vec{k}$ como combinação linear dos vetores \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} .

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____

1ª Prova - 07.2

Data: 12/Fev/2008

Turma(s): - Tarde

Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matrícula:

--	--	--	--	--	--	--	--

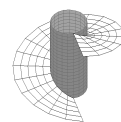
Assinatura



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



1ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____ Data: 12/Fev/2008

Turno: Noite

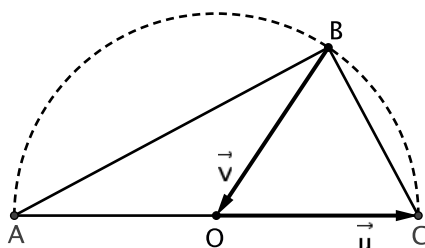
Curso: _____ Nome: _____

Período: 07.2

Turma(s):

Matrícula:

1ª Questão Considere o triângulo ABC inscrito na semicircunferência de raio r , conforme a figura abaixo. Escreva os vetores \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{BC} como combinação linear dos vetores $\vec{u} = \overrightarrow{OC}$ e $\vec{v} = \overrightarrow{BO}$ e mostre que o triângulo ABC é um triângulo retângulo.



2ª Questão Dados os pontos $P = (1, 1, -2)$, $Q = (2, -2, 0)$ e $R = (3, -1, -2)$, determine as coordenadas de um ponto S tal que $PQRS$ seja um paralelogramo e determine a altura, deste paralelogramo, relativa ao lado QR .

3ª Questão Considere os vetores $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ e $\vec{c} = \vec{j} + \vec{k}$.

a) $(\vec{a} + 2\vec{c}) \cdot (\vec{a} - \vec{c})$

b) $\|\vec{a} \times \vec{c}\|$

c) $[2\vec{a}, 2\vec{b}, \vec{c}]$

d) $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ é uma base para o \mathbb{R}^3 ? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

e) Escreva o vetor $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ como combinação linear dos vetores \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} .

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____

1ª Prova - 07.2

Data: 12/Fev/2008

Turma(s): - Noite

Nome:

Matrícula:

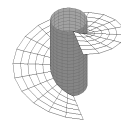
Assinatura



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



2ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____ Data: 11/Mar/2008

Turno: Manhã

Curso: _____ Nome: _____

Período: 07.2

Turma(s):

Matrícula:

1ª Questão (3,0) Assinale cada uma das alternativas abaixo, com (V) VERDADEIRO ou (F) FALSO, justificando cada resposta dada.

- a) () Dados um ponto A e um vetor não nulo \vec{v} , existe uma única reta que passa por A e é perpendicular ao vetor \vec{v} .
- b) () Paralelo ao plano xy existe um único plano que contém o ponto $A(1, 1, 1)$.
- c) () Duas retas sem ponto em comum têm vetores diretores paralelos.

2ª Questão (4,0) Considere os pontos $A(1, 2, 3)$, $B(1, 0, 3)$ e $C(3, 1, 2)$.

- a) Determine as equações paramétricas da reta r que passa pelo ponto médio do segmento AB e é paralela ao vetor $\vec{v} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$.
- b) Calcule $dist(C; r)$, a distância do ponto C à reta r .
- c) Determine as equações paramétricas e a equação cartesiana do plano α definido pelos pontos A , B e C .
- d) Determine o ângulo entre a reta s que passa pelos pontos A e $D(1, 2, 1)$ e o plano α .

3ª Questão (3,0) Determinar a posição relativa, a distância, o ângulo e a interseção entre a reta $a : \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{3}$ e o plano $\pi : 2x + y - 2z + 2 = 0$

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____

2ª Prova - 07.2

Data: 11/Mar/2008

Turma(s): - Manhã

Nome:

Matrícula:

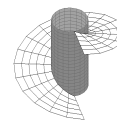
Assinatura



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



2ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____ Data: 11/Mar/2008

Turno: Tarde

Curso: _____ Nome: _____

Período: 07.2

Turma(s):

Matrícula:

1ª Questão (3,0) Assinale cada uma das alternativas abaixo, com (V) VERDADEIRO ou (F) FALSO, justificando cada resposta dada.

- a) () Se r e s são duas retas não paralelas e um plano π contém a reta r , então π contém a reta s .
- b) () Perpendicular ao plano xy existe um único plano que contém o ponto $A(1, 1, 1)$.
- c) () Se $\vec{AB} \times \vec{AC} \neq \vec{0}$, então existe um único plano que contém os pontos A , B e C .

2ª Questão (4,0) Considere os pontos $A(1, 2, 3)$, $B(-1, 0, 1)$ e $C(3, 1, 2)$.

- a) Determine as equações simétricas da reta r que passa pelo ponto médio do segmento AB e é paralela ao vetor $\vec{v} = \vec{AC}$.
- b) Determine as equações paramétricas e a equação cartesiana do plano α perpendicular ao vetor \vec{v} e que contém o ponto A .
- c) Determine o ponto I de interseção da reta r com o plano α .
- d) Calcule a distância do ponto C à reta r .

3ª Questão (3,0) Determinar a posição relativa, a distância, o ângulo e a interseção entre a reta $a : \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{3}$ e a reta

$$b : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$$

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____

2ª Prova - 07.2

Data: 11/Mar/2008

Turma(s): - Tarde

Nome: _____

Matrícula: _____

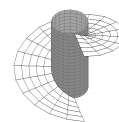
Assinatura _____



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



2ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____ Data: 11/Mar/2008

Turno: Noite

Curso: _____ Nome: _____

Período: 07.2

Turma(s):

Matrícula:

1ª Questão (3,0) Assinale cada uma das alternativas abaixo, com (V) VERDADEIRO ou (F) FALSO, justificando cada resposta dada.

- a) () Se r e s são duas retas reversas e um plano π contém a reta r , então π contém a reta s .
- b) () Perpendicular ao plano xy existe um único plano que contém o ponto $A(1, 1, 1)$.
- c) () Se um vetor normal do plano α é paralelo ao plano β então os planos α e β são perpendiculares.

2ª Questão (4,0) Considere os pontos $A(1, 2, 3)$, $B(-1, 0, 1)$ e $C(3, 1, 2)$.

- a) Determine as equações paramétricas e simétricas da reta r que passa pelos pontos A e B .
- b) Determine as equações paramétricas e a equação cartesiana do plano α perpendicular à reta r e que contém o ponto C .
- c) Determine o ponto I de interseção da reta r com o plano α .
- d) Calcule a distância do ponto C à reta r .

3ª Questão (3,0) Determinar a posição relativa, a distância, o ângulo e a

interseção entre a reta $b : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2 - t \end{cases}$ e o plano $\pi : 2x + y + z + 2 = 0$

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____

2ª Prova - 07.2

Data: 11/Mar/2008

Turma(s): - Noite

Nome: _____

Matrícula: _____

Assinatura _____



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



3ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____ Data: 15/Abr/2008

Turno: Tarde

Curso: _____ Nome: _____

Período: 07.2

Turma(s):

Matrícula:

Observação: Assinale cada uma das alternativas, das três primeiras questões, com (V) VERDADEIRO ou (F) FALSO, justificando cada resposta dada.

1ª Questão A cônica

$$C : 9y^2 + 18y + 25x^2 - 100x - 116 = 0$$

- a) tem como eixo focal a reta dada pela equação $y = -1$. ()
- b) possui vértices nos pontos $(-1, -1)$ e $(2, 4)$. ()
- c) possui os focos nos pontos $(3, 2)$ e $(-5, 2)$. ()
- d) tem como a distância máxima entre dois vértices o valor 5. ()

2ª Questão Em relação às cônicas:

- a) em uma elipse, o módulo da diferença dos raios focais é a constante $2a$. ()
- b) se valor da excentricidade de uma cônica $e = 2/3$, significa que a mesma é uma hipérbole. ()
- c) toda hipérbole com eixo focal paralelo ao eixo y tem como coeficientes angulares das retas assintotas os valores $\pm b/a$. ()
- d) se os pontos $(2, 3)$, $(2, 2)$ e $(2, 5)$ são respectivamente um foco, um vértice e o centro de uma cônica, está é uma elipse. ()

3ª Questão Com relação a quádrlica

$$Q : \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{25} = -1, \text{ temos que:}$$

- a) a interseção do plano $\pi_1 : x = 0$ com a quádrlica Q é uma hipérbole com eixo focal paralelo ao eixo y . ()
- b) a interseção do plano $\pi_2 : y = 0$ com a quádrlica Q é uma elipse com distância focal igual à 3. ()
- c) a interseção do plano $\pi_3 : z = 0$ com a quádrlica Q é uma circunferência de raio 3. ()
- d) é uma hiperbolóide elíptica de uma folha. ()

4ª Questão Identifique e esboce o gráfico das superfícies abaixo, determinando as suas interseções com cada um dos planos coordenados:

a) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$

b) $x^2 + y + z^2 = 0$

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____

3ª Prova - 07.2

Data: 15/Abr/2008

Turma(s): - Tarde

Nome: _____

Matrícula: _____

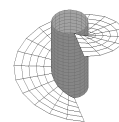
Assinatura _____



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



3ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____ Data: 15/Abr/2008

Turno: Noite

Curso: _____ Nome: _____

Período: 07.2

Turma(s):

Matrícula:

Observação: Assinale cada uma das alternativas, das três primeiras questões, com (V) VERDADEIRO ou (F) FALSO, justificando cada resposta dada.

1ª Questão Em relação às cônicas:

- a) em uma elipse, a diferença dos raios focais é a constante $2c$. ()
- b) toda parábola com eixo focal paralelo ao eixo y tem como reta diretriz uma reta paralela ao eixo x . ()
- c) toda hipérbole com eixo focal paralelo ao eixo x tem como coeficientes angulares das retas assintotas os valores $\pm a/b$. ()
- d) se os pontos $(2, 3)$, $(-1, -1)$ e $(2, -1)$ são respectivamente um foco, um vértice e o centro de uma cônica, está é uma elipse. ()

2ª Questão A cônica

$$C : 25y^2 + 50y + 16x^2 - 64x - 311 = 0$$

- a) tem como eixo focal a reta dada pela equação $x = -1$. ()
- b) possui vértices nos pontos $(2, 3)$ e $(7, -1)$. ()
- c) possui os focos nos pontos $(-1, 5)$ e $(-1, -1)$. ()
- d) tem como a distância máxima entre o um foco e um vértice o valor 5. ()

3ª Questão Com relação a quádriga

$$Q : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} - \frac{z^2}{25} = 1, \text{ temos que:}$$

- a) a interseção do plano $\pi_1 : x = 0$ com a quádriga Q é uma hipérbole com eixo focal paralelo ao eixo y . ()
- b) a interseção do plano $\pi_2 : y = 0$ com a quádriga Q é uma elipse com distância focal igual à 5. ()
- c) a interseção do plano $\pi_3 : z = 0$ com a quádriga Q é uma elipse com focos nos pontos $(4, 0, 0)$ e $(-4, 0, 0)$. ()
- d) é uma hiperbolóide elíptica de duas folhas. ()

4ª Questão Identifique e esboce o gráfico das superfícies abaixo, determinando as suas interseções com cada um dos planos coordenados:

a) $\frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1$

b) $x^2 + y^2 - z = 0$

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____

3ª Prova - 07.2

Data: 15/Abr/2008

Turma(s): - Noite

Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matrícula:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

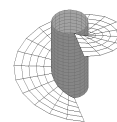
Assinatura



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



Final

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____ Data: 29/Abr/2008

Turno: Manhã

Curso: _____ Nome: _____

Período: 07.2

Turma(s):

Matrícula:

1ª Questão (1,5) Sejam $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{v} = -\vec{i} + \vec{j}$ e $\vec{w} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$. Calcule $\vec{u} \times \vec{v}$, $(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}$ e $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$.

2ª Questão (1,5) Se \vec{u} e \vec{v} são vetores unitários e colineares, calcule o valor da expressão: $2\|\vec{u} \times \vec{v}\| + (\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v})$.

3ª Questão (1,5) Escreva as equações paramétricas da reta que passa nos pontos $A(1, 1, 2)$ e $B(2, -1, -2)$.

4ª Questão (1,5) Considere A e B dados na questão precedente. Escreva a equação cartesiana do plano que passa no ponto médio do segmento AB e é perpendicular à reta $r : \frac{x}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3}$.

5ª Questão (1,5) Determine a equação da elipse com focos $F_1(-2, 2)$ e $F_2(2, 2)$ e soma dos raios focais igual a 12.

6ª Questão (1,5) Determine a equação da parábola com foco $F(0, 0)$ e diretriz $x + y = 2$.

7ª Questão (1,5) Complete as sentenças abaixo com o nome da quádrlica correspondente.

a) $x^2 - 2y^2 + z^2 = 8$ _____

b) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y = 8$ _____

c) $x^2 - 2y^2 + z^2 = 0$ _____

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____

Final - 07.2

Data: 29/Abr/2008

Turma(s): - Manhã

Nome:

Matrícula:

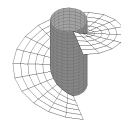
Assinatura



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



Final

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____

Data: 29/Abr/2008

Turno: M+T+N

Curso: _____

Nome: _____

Período: 07.2

Turma(s):

Matrícula:

1ª Questão (1,5) Sejam $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = -\vec{i} + \vec{j}$ e $\vec{w} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. Calcule $\vec{u} \times \vec{v}$, $(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}$ e $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$.

2ª Questão (1,5) Se \vec{u} e \vec{v} são vetores unitários e colineares, calcule o valor da expressão: $(\vec{u} - \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v}) + 3\|\vec{u} \times \vec{v}\|$.

3ª Questão (1,5) Escreva as equações paramétricas da reta que passa nos pontos $A(2, -1, -2)$ e $B(1, 1, 2)$.

4ª Questão (1,5) Considere A e B dados na questão precedente. Escreva a equação cartesiana do plano que passa no ponto médio do segmento AB e é perpendicular à reta $r : \frac{x}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3}$.

5ª Questão (1,5) Determine a equação da elipse com focos $F_1(2, 2)$ e $F_2(-2, 2)$ e soma dos raios focais igual a 12.

6ª Questão (1,5) Determine a equação da parábola com foco $F(0, 0)$ e diretriz $y = -x + 2$.

7ª Questão (1,5) Complete as sentenças abaixo com o nome da quádrlica correspondente.

a) $x^2 - 2y^2 + z^2 = 0$ _____

b) $x^2 - 2y^2 + z^2 = 8$ _____

c) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y = 8$ _____

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: _____

Final - 07.2

Data: 29/Abr/2008

Turma(s): - M+T+N

Nome: _____

Matrícula: _____

Assinatura