

# **Provas de Cálculo Vetorial e Geometria Analítica**

**Período 2006.2**

**Sérgio de Albuquerque Souza**

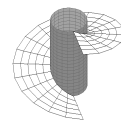
8 de janeiro de 2013



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



1ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: \_\_\_\_\_

Data: 15/Mar/2007

Turno: Manhã

Curso: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Período: 06.2

Turma(s):

Matrícula:

Obs.: Considere a constante  $\mathcal{K}$  como sendo o último número da sua matrícula ↑↑↑↑

**1ª Questão (2,0)** Em um paralelogramo  $ABCD$  qualquer, sejam  $M$  e  $N$  os pontos médios dos lados  $AB$  e  $AD$ , respectivamente. Mostre que

$$\overrightarrow{CM} - \overrightarrow{NC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CA}$$

**2ª Questão (2,0)** Sabendo que  $\|\vec{u}\| = \sqrt{3}$ ,  $\|\vec{v}\| = (2\mathcal{K} + 2)$  e que  $30^\circ$  é medida do ângulo entre os vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ , determine o produto interno entre os vetores  $(\vec{u} + \vec{v})$  e  $(\vec{u} - \vec{v})$ .

**3ª Questão (3,0)** Dados os pontos  $A = (1, \mathcal{K}, 1)$ ,  $B = (3, \mathcal{K} - 1, 1)$  e  $C = (1, \mathcal{K} - 2, 3)$ .

a) Mostre que  $A$ ,  $B$  e  $C$  são vértices de um triângulo.

b) Esse triângulo é equilátero?

c) Determine a área desse triângulo.

**4ª Questão (3,0)** Considere os vetores  $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = (9 - \mathcal{K})\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$  e  $\vec{c} = 2\vec{i} + \vec{k}$ .

a)  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$  é uma base para o  $\mathbb{R}^3$ ? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.  
Se verdadeiro, esta base é ortogonal?

b) Escreva o vetor  $\vec{i}$  como combinação linear dos vetores  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  e  $\vec{c}$

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: \_\_\_\_\_

1ª Prova - 06.2

Data: 15/Mar/2007

Turma(s):  - Manhã

Nome:

Matrícula:

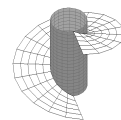
Assinatura



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



1ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: \_\_\_\_\_

Data: 15/Mar/2007

Turno: Tarde

Curso: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Período: 06.2

Turma(s):

Matrícula:

Obs.: Considere a constante  $\mathcal{K}$  como sendo o último número da sua matrícula ↑↑↑

**1ª Questão (2,0)** Seja  $ABCD$  o paralelogramo abaixo e  $M$  e  $N$  os pontos médios dos lados  $AD$  e  $DC$ , respectivamente. Mostre que:

$$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

**2ª Questão (2,0)** Sabendo que  $\|\vec{u}\| = 4$ ,  $\|\vec{v}\| = (2\mathcal{K} - 4)$  e que  $60^\circ$  é medida do ângulo entre os vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ , determine o produto interno entre os vetores  $(2\vec{u} + \vec{v})$  e  $(\vec{u} - 3\vec{v})$ .

**3ª Questão (3,0)** Dados os pontos  $A = (\mathcal{K}, 1, 1)$ ,  $B = (\mathcal{K} - 1, 1, 3)$  e  $C = (\mathcal{K} - 2, 3, 1)$ .

a) Mostre que os pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$  não são colineares.

b) O triângulo  $ABC$  é isóceles?

c) Determine a área do triângulo  $ABC$ .

**4ª Questão (3,0)** Considere os vetores  $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -\vec{i} - 2\vec{j} + (\mathcal{K} - 9)\vec{k}$  e  $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{k}$ .

a)  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$  é uma base para o  $\mathbb{R}^3$ ? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.  
Se verdadeiro, esta base é ortogonal?

b) Escreva o vetor  $\vec{k}$  como combinação linear dos vetores  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  e  $\vec{c}$

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: \_\_\_\_\_

1ª Prova - 06.2

Data: 15/Mar/2007

Turma(s):   - Tarde

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_

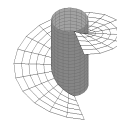
Assinatura \_\_\_\_\_



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



2ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: \_\_\_\_\_ Data: 19/Abr/2007

Turno: Manhã

Curso: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

Período: 06.2

Turma(s):

Matrícula:

**Observação:** Em toda as questões desta prova, substitua a constante  $\mathcal{K}$  por .

**1ª Questão (3,0)** Dados os pontos  $A = (1, \mathcal{K}, 1)$ ,  $B = (3, \mathcal{K} + 1, 2)$  e  $C = (2, \mathcal{K} - 2, 3)$ , determinar todas as equações:

- a) da reta  $r$  definida pelos pontos  $A$  e  $B$ ;
- b) do plano  $\pi$  que contém a reta  $r$  e o ponto  $C$ .

**2ª Questão (3,0)** Considere a reta  $n$  cujas as equações paramétricas são

$$n : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 2 - \mathcal{K} + t \end{cases} .$$

- a) determinar as equações do plano  $\gamma$  que contém o ponto  $A = (1, \mathcal{K}, 1)$  e é perpendicular à reta  $n$  ;
- b) o ponto  $C$  pertence ao plano  $\gamma$ ?

**3ª Questão (4,0)** Determinar a posição relativa, distância, ângulo e interseção, caso existam, entre:

- a) a reta  $m : \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+\mathcal{K}}{-3}$  e a reta  $n$ , definida na questão anterior;

- b) a reta  $n$  e o plano  $\xi : \begin{cases} x = 2 - p + q \\ y = 1 - p + q \\ z = 3 + p + q \end{cases} .$

*Boa Sorte*

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: \_\_\_\_\_

2ª Prova - 06.2

Data: 19/Abr/2007

Turma(s):  - Manhã

Nome:

Matrícula:

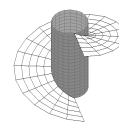
Assinatura



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



2ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: \_\_\_\_\_ Data: 19/Abr/2007

Turno: Tarde

Curso: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

Período: 06.2

Turma(s):

Matrícula:

**Observação:** Em toda as questões desta prova, substitua a constante  $\mathcal{K}$  por .

**1ª Questão (3,0)** Dados os pontos  $C = (1, 1, \mathcal{K})$ ,  $D = (3, 2, \mathcal{K} + 1)$  e  $E = (2, 3, \mathcal{K} - 2)$ , determinar todas as equações:

- a) da reta  $m$  definida pelos pontos  $D$  e  $E$ ;
- b) do plano  $\xi$  que contém a reta  $m$  e o ponto  $C$ .

**2ª Questão (3,0)** Seja  $\phi$  o plano cujas as equações paramétricas são

$$\phi : \begin{cases} x = 2 - p + q \\ y = 3 + p + q \\ z = 1 - p + q \end{cases}.$$

- a) determinar as equações da reta  $n$  que contém o ponto  $C = (1, 1, \mathcal{K})$  e é perpendicular ao plano  $\phi$ ;
- b) o ponto  $C$  pertence ao plano  $\phi$ ?

**3ª Questão (4,0)** Determinar a posição relativa, distância, ângulo e interseção, caso existam, entre:

a) a reta  $r : x + 1 = \frac{y + \mathcal{K}}{-3} = \frac{z - 1}{2}$  e a reta  $s : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - \mathcal{K} + t \\ z = 2 + t \end{cases}$ ;

- b) a reta  $r$  e o plano  $\phi$  definido na questão anterior.

*Boa Sorte*

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: \_\_\_\_\_

2ª Prova - 06.2

Data: 19/Abr/2007

Turma(s):   - Tarde

Nome:

Matrícula:

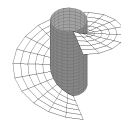
Assinatura



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



3ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: \_\_\_\_\_ Data: 24/Mai/2007

Turno: Manhã

Curso: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

Período: 06.2

Turma(s):

Matrícula:

**1ª Questão (3,0)** Dada a cônica de equação

$$9x^2 - 25y^2 + 18x + 50y = 241$$

Identifique, esboce e encontre todos os seus elementos, conforme o caso (vértices, focos, distância focal, eixo maior, eixo menor, diretriz, assintotas, ...).

**2ª Questão (3,0)** Determine a equação e esboce o gráfico da elipse cujo centro é o foco da parábola  $(y + 5)^2 = 4(x - 2)$  e é tangente ao eixo  $OX$  e a reta diretriz da parábola.

**3ª Questão (4,0)** Identifique e esboce o gráfico das quádricas abaixo:

a)  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - z^2 = 0;$

b)  $\frac{x^2}{25} - y^2 + \frac{z^2}{36} = 0.$

**4ª Questão (Extra)** Determine as equações dos planos paralelos ao plano  $\pi : x + y + z = 0$  e que sejam tangentes à superfície  $S : x^2 + y^2 + z^2 = 12$ .

*Boa Sorte*

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: \_\_\_\_\_

3ª Prova - 06.2

Data: 24/Mai/2007

Turma(s):  - Manhã

Nome:

Matrícula:

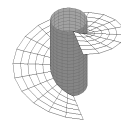
Assinatura



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



3ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: \_\_\_\_\_ Data: 24/Mai/2007

Turno: Tarde

Curso: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

Período: 06.2

Turma(s):

Matrícula:

**1ª Questão (3,0)** Dada a cônica de equação

$$9x^2 + 25y^2 + 18x + 50y = 191$$

Identifique, esboce e encontre todos os seus elementos, conforme o caso (vértices, focos, distância focal, eixo maior, eixo menor, diretriz, assintotas, ...).

**2ª Questão (3,0)** Determine a equação e esboce o gráfico da hipérbole onde um dos vértices e um dos focos são o vértice e o foco da parábola  $4y = x^2$  e o eixo imaginário desta hipérbole é a reta diretriz da parábola dada.

**3ª Questão (4,0)** Identifique e esboce o gráfico das quádras abaixo:

a)  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = z;$

b)  $\frac{x^2}{25} - y^2 + \frac{z^2}{36} = -1.$

**4ª Questão (Extra)** Determine as equações dos planos paralelos ao plano  $\pi : 4x + 3z - 17 = 0$  e que sejam tangentes à superfície  $S : x^2 + y^2 + z^2 = 25$ .

*Boa Sorte*

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: \_\_\_\_\_

3ª Prova - 06.2

Data: 24/Mai/2007

Turma(s):  - Tarde

Nome:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matrícula:

--	--	--	--	--	--	--	--

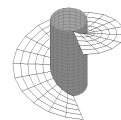
Assinatura



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



Final

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: \_\_\_\_\_ Data: 05/Jun/2007

Turno: Tarde

Curso: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

Período: 06.2

Turma(s):

Matrícula:

**1ª Questão (1,25)** Sabendo que  $\|\vec{u}\| = \sqrt{3}$ ,  $\|\vec{v}\| = 4$  e que  $30^\circ$  é medida do ângulo entre os vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ , determine  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  e  $\|\vec{u} - 2\vec{v}\|$ .

**2ª Questão (2,25)** Dados os vetores  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$  e  $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j}$

a)  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$  é uma base para o  $\mathbb{R}^3$ ? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

b) Escreva o vetor  $\vec{w} = 3\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$  como combinação linear dos vetores  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  e  $\vec{c}$

**3ª Questão (2,25)** Determine as equações do plano  $\pi$ , definido pelos pontos  $A = (1, -1, 1)$ ,  $B = (3, -3, 1)$  e  $C = (1, 2, 1)$  e calcule a distância do plano  $\pi$  à origem  $O = (0, 0, 0)$ .

**4ª Questão (1,25)** Determine as equações paramétricas da reta  $r$  que passa pelo ponto  $A = (1, -1, 1)$  e é perpendicular ao plano

$$\alpha : \begin{cases} x = 2 - p + q \\ y = 3 + p + q \\ z = 1 - p + q \end{cases}$$

**5ª Questão (1,50)** Identifique e esboce o gráfico da cônica de equação  $9x^2 - 4y^2 - 54x - 16y + 29 = 0$ , determinando todos os seus elementos.

**6ª Questão (1,50)** Identifique e esboce a superfície  $2x^2 - y + 4z^2 = 0$ , exibindo e identificando cada interseção encontrada da superfície com os planos.

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: \_\_\_\_\_

Final - 06.2

Data: 05/Jun/2007

Turma(s):   - Tarde

Nome:

Matrícula:

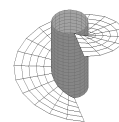
Assinatura



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



Final

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: \_\_\_\_\_ Data: 05/Jun/2007

Turno: Manhã

Curso: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

Período: 06.2

Turma(s):

Matrícula:

**1ª Questão (1,25)** Sejam  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  vetores tais que  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ ,  $\|\vec{b}\| = 3\sqrt{2}$  e  $(\vec{a}, \vec{b}) = \pi/4$ . Calcule  $\|\vec{a}\|$  e  $\|\vec{a} - \vec{b}\|$ .

**2ª Questão (2,25)** Considere os vetores  $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$ ,  $\vec{b} = \vec{j} + 2\vec{k}$  e  $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ .

a)  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$  é uma base para o  $\mathbb{R}^3$ ? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA

b) Escreva o vetor  $\vec{v} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$  como combinação linear dos vetores  $\vec{a}, \vec{b}$  e  $\vec{c}$

**3ª Questão (2,25)** Determine as equações do plano  $\pi$  que passa pelos pontos  $A = (-1, 1, -1)$ ,  $B = (3, -3, 1)$  e  $C = (1, 2, -1)$  e calcule a distância do plano  $\pi$  à origem  $O = (0, 0, 0)$ .

**4ª Questão (1,25)** Determine as equações paramétricas da reta  $r$  que passa pelo ponto  $B = (3, -3, 1)$  e é perpendicular ao plano

$$\gamma: \begin{cases} x = 1 + 3p \\ y = 1 + 2p + q \\ z = 3 + 3q \end{cases}$$

**5ª Questão (1,50)** Identifique e esboce o gráfico da cônica de equação  $4x^2 + 9y^2 - 8x - 54y + 49 = 0$ , determinando todos os seus elementos.

**6ª Questão (1,50)** Identifique e esboce a superfície  $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ , exibindo e identificando cada interseção encontrada da superfície com os planos.

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: \_\_\_\_\_

Final - 06.2

Data: 05/Jun/2007

Turma(s):  - Manhã

Nome:

Matrícula:

Assinatura