Provas de Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Período 2004.1

Sérgio de Albuquerque Souza

8 de janeiro de 2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

1ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: ______ Data: *22/Jun/2004* Turno: *Manhã*

Curso: Nome:

Período: *04.1* Turma(s): Matrícula:

Obs.: Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula ⇑⇑⇑

1ª Questão Num triângulo equilátero ABC qualquer, sejam M, N e P os pontos médios dos segmentos AB, BC e CA, respectivamente. Mostre que o triângulo MNP é equilátero.

2ª Questão Dados os pontos $A = (\mathcal{K} - 5, -1, 3)$, $B = (2, 1, -2)$ e $C = (1, 1, 1)$.

a) Verifique que A, B e C são vértices de um triângulo.

b) Este triângulo é retângulo?

3ª Questão Sabendo que $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$ e $||\vec{u}|| = \dfrac{1}{4}$, $||\vec{v}|| = \dfrac{3}{4}$ e $||\vec{w}|| = \dfrac{3}{2}$, calcule $\vec{u}.\vec{v} + \vec{v}.\vec{w} + \vec{w}.\vec{u}$.

4ª Questão Considere os vetores $\vec{a} = \vec{i} + (10 - \mathcal{K})\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{k}$.

a) Determine uma base ortogonal positiva $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$, de tal forma que, os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sejam paralelos aos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ respectivamente.

b) Escreva o vetor $\vec{c} = 5\vec{i} + (\mathcal{K} - 10)\vec{j} - 5\vec{k}$ como combinação linear dos vetores $\vec{u}$,$\vec{v}$ e $\vec{w}$

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica Prof.: ______

1ª Prova - 04.1 Data: 22/Jun/2004 Turma(s): - Manhã

Nome:

Matrícula:

Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

1ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: ______ Data: *22/Jun/2004* Turno: *Tarde*
Curso: Nome:

Período: *04.1* Turma(s): ☐☐ Matrícula: ☐☐☐☐☐☐☐☐

Obs.: Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula ⇑⇑⇑

1ª Questão Num triângulo ABC qualquer, sejam M, N e P os pontos médios dos lados AB, BC e CA, respectivamente. Mostre que

$$\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{MC}$$

2ª Questão Dados os pontos $A = (1, 1, 1)$, $B = (2, 1, 2)$, $C = (-1, \mathcal{K}, 3)$ e $D = (2, -1, 0)$.

a) Verifique se A, B, C e D são coplanares.

b) Qual o ângulo entre os vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$.

3ª Questão Se A, B e C são vértices de um triângulo equilátero de lado unitário, calcule:

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}.\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA}.\overrightarrow{AB}$$

4ª Questão Considere os vetores $\overrightarrow{a} = 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = (\mathcal{K} - 5)\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

a) Determine uma base ortogonal positiva $\{\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w}\}$, de tal forma que, os vetores $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v}$ sejam paralelo aos vetores $\overrightarrow{a}$ e $\overrightarrow{b}$ respectivamente.

b) Escreva o vetor $\overrightarrow{c} = (5 - \mathcal{K})\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}$ como combinação linear dos vetores $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ e $\overrightarrow{w}$

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica Prof.: ______
1ª Prova - 04.1 Data: 22/Jun/2004 Turma(s): ☐☐ - Tarde

Nome: ☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐

Matrícula: ☐☐☐☐☐☐☐☐ ______ Assinatura

1ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *22/Jun/2004* Turno: *Noite*
Curso: Nome:

Período: *04.1* Turma(s): Matrícula:

Obs.: Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula ⇑⇑⇑

1ª Questão Num triângulo isóceles ABC qualquer, sejam M, N e P os pontos médios dos segmentos AB, BC e CA, respectivamente. Mostre que o triângulo MNP é isóceles.

2ª Questão Dados os pontos $A = (\mathcal{K} - 5, -1, 3)$, $B = (2, 1, -2)$ e $C = (1, 1, 0)$.

a) Verifique que A, B e C são vértices de um triângulo.

b) Este triângulo é retângulo?

3ª Questão Sabendo que $||\overrightarrow{u}|| = 3$, $||\overrightarrow{v}|| = (2 + 2\mathcal{K})$ e que 60^o é medida do ângulo entre os vetores $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v}$, determine $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v}$ e $||\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}||^2$.

4ª Questão Considere os vetores $\overrightarrow{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + (\mathcal{K} + 1)\vec{k}$, $\overrightarrow{b} = 2\vec{i} - \vec{j}$.

a) Determine uma base ortogonal positiva $\{\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{w}\}$, de tal forma que, os vetores $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v}$ sejam paralelos aos vetores $\overrightarrow{a}$ e $\overrightarrow{b}$ respectivamente.

b) Escreva o vetor $\overrightarrow{c} = \vec{i} - 3\vec{j} + (1 - \mathcal{K})\vec{k}$ como combinação linear dos vetores $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ e $\overrightarrow{w}$

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica — Prof.: *Sérgio*
1ª Prova - 04.1 — Data: 22/Jun/2004 — Turma(s): - Noite

Nome:

Matrícula:

Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

2ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: ______ Data: *30/Set/2004* Turno: *Manhã*
Curso: Nome:

Período: *04.1* Turma: *02* Matrícula:

1ª Questão Determinar as equações paramétricas e a equação normal do plano α que:

- contém o ponto $A = (1, \mathcal{K}, 2)$ e
- é paralelo ao plano β, cujas equações paramétricas são β : $\begin{cases} x = 2 - 2p + 2q \\ y = \mathcal{K} + 2p + q \\ z = 3 + p + q \end{cases}$

2ª Questão Determine a equação normal do plano γ que contém a reta
$r : \begin{cases} x = -2 + (\mathcal{K}-2)t \\ y = 2 + 2t \\ z = 2 - (\mathcal{K}+1)t \end{cases}$ e é paralela à reta $s : \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z}{2}$

3ª Questão Seja m a reta, perpendicular ao plano $\sigma : 2x - 3y + 2z - 2\mathcal{K} = 0$, que passa pela origem e n a reta que passa pelos pontos $B = (1, 1, \mathcal{K} - 1)$ e $C = (2, 2, \mathcal{K} - 2)$. Determine a posição relativa entre as retas m e n.

4ª Questão Determine a posição relativa, a distância, o ângulo e a interseção, caso exista(m), entre:

4.a) o ponto A e o plano β

4.b) a reta r e o plano σ
cujas as equações estão definidas nas questões anteriores.

Boa Sorte

Observações:

a) Substitua a constante $\mathcal{K}$, em todas as questões, por $\boxed{}$.

b) Em todas as questões, exibir um esboço gráfico, para a resolução dos problemas.

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica Prof.: ______
2ª Prova - 04.1 Data: 30/Set/2004 Turma: *02* - Manhã

Nome:

Matrícula:

Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

2ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *30/Set/2004* Turno: *Noite*
Curso: Nome:

Período: *04.1* Turma(s): Matrícula:

1ª Questão Considere o plano $\alpha : x + y - 2z - 1 = 0$.

1.a) Determine as equações paramétrica de uma reta m contida no plano α;

1.b) Determine as equações simétricas de uma reta n, que seja concorrente à reta m.

2ª Questão Determinar as equações paramétricas e a equação normal do plano β que:

- contém o ponto $A = (-1, 1, 2)$ e
- é perpendicular à reta $r : \begin{cases} x = 2 + 2p \\ y = 1 + 2p \\ z = 3 + p \end{cases}$

3ª Questão Seja s a reta que passa pela origem e pelo ponto $A = (-1, 1, 2)$. Determine a posição relativa entre as retas s e a reta r do ítem anterior.

4ª Questão Determine a posição relativa e a distância, entre:

4.a) os planos α e $\gamma : x - y + z - 2 = 0$

4.b) a reta r e o plano α
cujas as equações estão definidas nas questões anteriores.

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica Prof.: *Sérgio*
2ª Prova - 04.1 Data: 30/Set/2004 Turma(s): - Noite

Nome:

Matrícula:

Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

3ª Prova	Cálculo Vetorial e Geometria Analítica	
Prof.: ______	Data: *09/Nov/2004*	Turno: *Manhã*
Curso:	Nome:	
Período: *04.1*	Turma(s):	Matrícula:

Observação: Assinale cada uma das alternativas, das três primeiras questões, com **CERTO** ou **ERRADO**, **JUSTIFICANDO cada resposta dada**. *Os ítens sem justificativas não serão considerados para avaliação*, ou seja, receberão zero como pontuação. Em toda as questões desta prova, substitua a constante $\mathcal{K}$ por ☐.

1ª Questão Com relação às cônicas, temos que:

a) em uma elipse, a diferença dos raios focais é uma constante.

b) se valor da excentricidade de uma cônica $e = c/a > 1$, significa que a mesma é uma elipse.

c) toda parábola com eixo focal paralelo ao eixo y tem como reta diretriz uma reta paralela ao eixo x.

d) o lugar geométrico dos pontos $P(x, y)$ no plano cartesiano, tais que $||\overrightarrow{PF_1}|| + ||\overrightarrow{PF_2}|| = 2a$, onde e F_1, F_2 são os focos, é uma elipse.

e) a parábola $[(-1)^{\mathcal{K}}]x = y^2$ tem a concavidade voltada para a esquerda no plano cartesiano.

2ª Questão Na cônica C, representada pela equação

$$16x^2 + [(-1)^{\mathcal{K}}]9y^2 + (32.\mathcal{K}).x = 144 - 16.\mathcal{K}^2$$

temos que:

a) é uma elipse com eixo focal paralelo ao eixo x.

b) é uma hipérbole com eixo focal paralelo ao eixo x.

c) o ponto $C = (\mathcal{K} + 1, \mathcal{K})$ é o centro.

d) a distância entre o um foco e o centro é 4.

e) a distância mínima entre um vértice e o centro é 4.

3ª Questão Com relação a quádrica Q definida pela equação:

$$\frac{x^2}{25} + y^{\left[\frac{3-(-1)^{\mathcal{K}}}{2}\right]} + [(-1)^{\mathcal{K}}]\frac{z^2}{16} = 1$$

temos que:

a) a interseção do plano $\pi_1 : x = 0$ com a quádrica Q é uma elipse.

b) a interseção do plano $\pi_2 : y = 0$ com a quádrica Q é uma elipse.

c) a interseção do plano $\pi_3 : z = 0$ com a quádrica Q é uma hipérbole.

d) é uma hiperbolóide elíptica de uma folha.

e) é uma parabolóide elíptica.

4ª Questão Classifique e esboce as superfícies abaixo:

a) A quádrica Q da terceira questão.

b) $\dfrac{z^2}{(16+\mathcal{K})} + \dfrac{y^2}{(25-\mathcal{K})} = 1$

c) $x^2 - y^2 + 4(\mathcal{K}+1)z^2 = 0$

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica | Prof.: ____________
3ª Prova - 04.1 | Data: 09/Nov/2004 | Turma(s): ☐☐ - Manhã

Nome: ☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐

Matrícula: ☐☐☐☐☐☐☐☐ ____________ Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

3ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: ____ Data: *09/Nov/2004* Turno: *Tarde*
Curso: ____ Nome: ____

Período: *04.1* Turma(s): ☐☐ Matrícula: ☐☐☐☐☐☐☐☐

Observação: Assinale cada uma das alternativas, das três primeiras questões, com **CERTO** ou **ERRADO**, **JUSTIFICANDO cada resposta dada**. *Os ítens sem justificativas não serão considerados para avaliação*, ou seja, receberão zero como pontuação. Em toda as questões desta prova, substitua a constante $\mathcal{K}$ por ☐.

1ª Questão Com relação às cônicas, temos que:

a) em uma hipérbole, a diferença dos raios focais é uma constante.

b) se valor da excentricidade de uma cônica $e = c/a < 1$, significa que a mesma é uma elipse.

c) toda parábola com eixo focal paralelo ao eixo x tem como reta diretriz uma reta paralela ao eixo x.

d) o lugar geométrico dos pontos $P(x, y)$ no plano cartesiano, tais que $\left| ||\overrightarrow{PF_1}|| - ||\overrightarrow{PF_2}|| \right| = 2a$, onde e F_1, F_2 são os focos, é uma elipse.

e) a cônica $[(-1)^{\mathcal{K}}]x^2 + y^2 = 1$ é uma elipse.

2ª Questão Na cônica C, representada pela equação

$$[(-1)^{\mathcal{K}}]9x^2 + 16y^2 + (32.\mathcal{K}).y - 144 + 16.\mathcal{K}^2 = 0$$

temos que:

a) é uma elipse com eixo focal paralelo ao eixo x.

b) é uma hipérbole com eixo focal paralelo ao eixo x.

c) o ponto $C = (\mathcal{K} + 1, \mathcal{K})$ é o centro.

d) a distância entre o um foco e o centro é 4.

e) a distância mínima entre um vértice e o centro é 4.

3ª Questão Com relação a quádrica Q definida pela equação:

$$\frac{x^2}{25} + [(-1)^{\mathcal{K}}]\frac{y^2}{16} + z^{\left[\frac{3-(-1)^{\mathcal{K}}}{2}\right]} = 1$$

temos que:

a) a interseção do plano $\pi_1 : x = 0$ com a quádrica Q é uma elipse.

b) a interseção do plano $\pi_2 : y = 0$ com a quádrica Q é uma elipse.

c) a interseção do plano $\pi_3 : z = 0$ com a quádrica Q é uma hipérbole.

d) é uma hiperbolóide elíptica de uma folha.

e) é uma parabolóide elíptica.

4ª Questão Classifique e esboce as superfícies abaixo:

a) A quádrica Q da terceira questão.

b) $[(-1)^{\mathcal{K}}]x^2 = z$

c) $-x^2 + (\mathcal{K}+1)y^2 - z^2 = 0$

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica | Prof.: __________

3ª Prova - 04.1 | Data: 09/Nov/2004 | Turma(s): [ ][ ] - Tarde

Nome: [ ]

Matrícula: [ ][ ][ ][ ][ ][ ][ ][ ]

____
Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

3ª Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *09/Nov/2004* Turno: *Noite*
Curso: Nome:

Período: *04.1* Turma(s): Matrícula:

Observação: Assinale cada uma das alternativas, das três primeiras questões, com **CERTO** ou **ERRADO**, **JUSTIFICANDO cada resposta dada**. *Os ítens sem justificativas não serão considerados para avaliação*, ou seja, receberão zero como pontuação. Em toda as questões desta prova, substitua a constante $\mathcal{K}$ por $\boxed{}$.

1ª Questão Com relação às cônicas, temos que:

a) em uma hipérbole, a diferença dos raios focais é uma constante.

b) se valor da excentricidade de uma cônica $e = c/a < 1$, significa que a mesma é uma hipérbole.

c) toda parábola com eixo focal paralelo ao eixo x tem como reta diretriz uma reta paralela ao eixo x.

d) o lugar geométrico dos pontos $P(x, y)$ no plano cartesiano, tais que $\left| ||\overrightarrow{PF_1}|| - ||\overrightarrow{PF_2}|| \right| = 2a$, onde e F_1, F_2 são os focos, é uma hipérbole.

e) a cônica $[(-1)^{\mathcal{K}}]y^2 = x$ é uma parábola com eixo focal paralelo ao eixo x.

2ª Questão Na cônica C, representada pela equação

$$[(-1)^{\mathcal{K}}]\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{(2+\mathcal{K})^2} = 1$$

temos que:

a) é uma elipse com eixo focal paralelo ao eixo x.

b) é uma hipérbole com eixo focal paralelo ao eixo x.

c) o ponto $F = (\mathcal{K}+1, 5)$ é um dos focos.

d) a distância entre um foco e o centro é 5.

e) a distância mínima entre um vértice e o centro é 5.

3ª Questão Com relação a quádrica Q definida pela equação:

$$\frac{x^2}{25} + [(-1)^{\mathcal{K}}]\frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1$$

temos que:

a) a interseção do plano $\pi_1 : x = 0$ com a quádrica Q é uma elipse.

b) a interseção do plano $\pi_2 : y = 0$ com a quádrica Q é uma parábola.

c) a interseção do plano $\pi_3 : z = 0$ com a quádrica Q é uma hipérbole.

d) é uma hiperbolóide elíptica de duas folhas.

e) é uma elipsóide elíptica.

4ª Questão Classifique e esboce as superfícies abaixo:

a) A quádrica Q da terceira questão.

b) $[(-1)^{(\mathcal{K}-1)}]x^2 = z$

c) $x^2 - (\mathcal{K}+1)y^2 + z^2 = 0$

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica		Prof.: *Sérgio*
3ª Prova - 04.1	Data: 09/Nov/2004	Turma(s): ☐☐ - Noite

Nome: ☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐

Matrícula: ☐☐☐☐☐☐☐☐

Assinatura

Final — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *16/Nov/2004* Turno: *M+T+N*

Curso: ____________ Nome: ______________________________

Período: *04.1* Turma(s): ☐☐ Matrícula: ☐☐☐☐☐☐☐☐

Observação: Assinale cada uma das alternativas, com **VERDADEIRO** ou **FALSO**, **justificando cada resposta dada**, nas quatro primeiras questões. *Os ítens sem justificativas não serão considerados para avaliação*, ou seja, receberão zero como pontuação . Em toda as questões desta prova, substitua a constante $\mathcal{K}$ por ☐.

1ª Questão Sabendo que 30^o é medida do ângulo entre os vetores $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v}$, $||\overrightarrow{u}|| = 2\mathcal{K}\sqrt{3}$ e $||\overrightarrow{v}|| = \mathcal{K}$, é verdadeiro afirmar que:

a) $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = 3\mathcal{K}^2$

b) $||\overrightarrow{u} \times \overrightarrow{v}|| = 3\mathcal{K}^2$

c) $||\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}|| = \mathcal{K}$

d) $||\overrightarrow{u} - 2\overrightarrow{v}||^2 = \mathcal{K} + 3$

2ª Questão Com relação aos vetores $\overrightarrow{a} = (1, 2, 1)$, $\overrightarrow{b} = (0, 0, 2)$ e $\overrightarrow{c} = (2\mathcal{K}, 1, 0)$, temos que:

a) $\overrightarrow{a}$ e $\overrightarrow{b}$ são LI.

b) $\overrightarrow{b}$ e $\overrightarrow{c}$ são LD.

c) $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ e $\overrightarrow{c}$ são LI.

d) formam uma base para o $\mathbb{R}^3$.

3ª Questão Dados os pontos $A = (0, -\mathcal{K}, 1)$, $B = (1, 0, 1)$ e $C = (0, 1, 0)$, temos que:

a) eles determinam o plano ζ de cuja a equação é

$$\zeta : (\mathcal{K})x + y + (1 + \mathcal{K})z = 1$$

b) a origem $O = (0,0,0)$ pertence ao plano definido pelos pontos.

c) a equação simétrica da reta r definida pelos pontos A e B é

$$r : x = -y + 1 = z$$

d) a distância entre o ponto C e a reta r definida pelos pontos A e B é 5.

4ª Questão Na cônica C, representada pela equação

$$\frac{x^2}{(5+\mathcal{K})^2} + \frac{y^2}{25} = 1$$

temos que:

a) possui eixo focal paralelo ao eixo y.

b) a interseção com a cônica $x^2 + y^2 = 25$, possui 2 pontos.

c) o vértice da cônica, mais à direita no plano cartesiano é o ponto $V = (0,5)$.

d) a maior distância entre dois vértices é 5.

5ª Questão Classifique e esboce as equações abaixo:

a) $\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{1+\mathcal{K}} = (-1)^{(\mathcal{K}+1)}$ em $\mathbb{R}^2$

b) $\dfrac{x^2}{\mathcal{K}} + \dfrac{y^2}{10-\mathcal{K}} = (-1)^{\mathcal{K}} z^2$ em $\mathbb{R}^3$

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica — Prof.: *Sérgio*

Final - 04.1 — Data: 16/Nov/2004 — Turma(s): ☐☐ - M+T+N

Nome: ____________________

Matrícula: ____________________ — Assinatura