Provas de Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Período 2003.2

Sérgio de Albuquerque Souza

8 de janeiro de 2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

1ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *13/Jan/2004* Turno: *Manhã*

Curso: Nome:

Período: *03.2* Turma: *03* Matrícula:

Obs.: Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula ⇑⇑⇑

1ª Questão Dados os pontos $A = (1, 0, 1)$, $B = (3, 1, 2)$ e $C = (\mathcal{K} - 9, -1, 3)$.

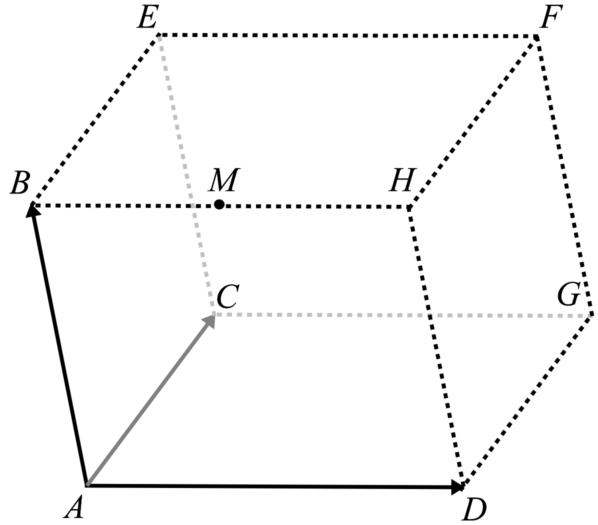
a) Verifique se A, B e C são vértices de um triângulo.

b) Esse triângulo é retângulo? (JUSTIFIQUE)

c) Determine a área desse triângulo.

2ª Questão Sabendo que $||\vec{u}|| = \sqrt{3}$, $||\vec{v}|| = (10 + 2\mathcal{K})$ e que 30^o é medida do ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, determine $\vec{u}.\vec{v}$ e $||\vec{u} + 2\vec{v}||^2$.

3ª Questão Considere o seguinte paralelepípedo representado abaixo.



a) Escreva o vetor $\overrightarrow{MG}$ como uma combinação linear entre os vetores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{AD}$, onde M é o ponto tal que

$$(\mathcal{K}+2)\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BH}$$

b) Considere que as coordenadas dos pontos são $A = (0,0,0)$, $B = (1,1,-1)$, $C = (2,\mathcal{K}-5,1)$ e $D = (1,-2,0)$. Os vetores $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ e $\vec{w} = \vec{AD}$ formam uma base para o $\mathbb{R}^3$? (JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA).

c) Calcule o volume do paralelepípedo definido pelos vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ do ítem anterior.

d) Escreva o vetor $\vec{d} = (-4, 12-\mathcal{K}, -2)$ como combinação linear dos vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$.

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica — Prof.: *Sérgio*

1ª Prova - 03.2 — Data: 13/Jan/2004 — Turma: *03* - Manhã

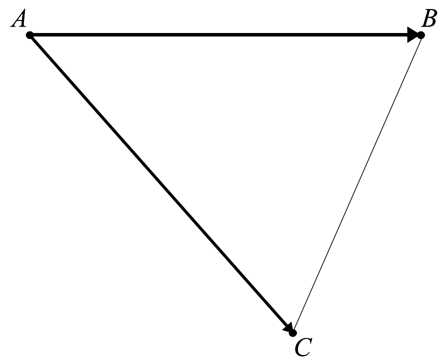
Nome:

Matrícula: ____________ Assinatura

R E S P O S T A S

1ª Questão [3,0] Dados da questão:

- Ponto $A = (1, 0, 1)$,
- Ponto $B = (3, 1, 2)$ e
- Ponto $C = (\mathcal{K} - 9, -1, 3)$.



Considere os vetores

$$\begin{aligned}\vec{u} &= \overrightarrow{AB} = (2, 1, 1)\\ \vec{v} &= \overrightarrow{AC} = (\mathcal{K} - 10, -1, 2)\\ \vec{w} &= \overrightarrow{BC} = (\mathcal{K} - 12, -2, 1)\end{aligned}$$

a) Existem 3 maneiras de verificar se os pontos são vértices de um triângulo:

1. Verificando que os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são LI.

   De fato, os vetores são LI, pois é impossível que $\vec{u} = x\vec{v}$ com $x \in \mathbb{R}$.

2. Calculando o ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, e verificando que o ângulo não é nulo, ou seja,

   $$\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u}.\vec{v}}{||\vec{u}||.||\vec{v}||} \neq \pm 1$$

   Como $\vec{u}.\vec{v} = 2\mathcal{K} - 19$, $||\vec{u}|| = \sqrt{6}$ e $||\vec{v}|| = \sqrt{\mathcal{K}^2 - 20\mathcal{K} + 103} =$ [1], temos:

   $$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\mathcal{K} - 19}{\sqrt{6}.\sqrt{\mathcal{K}^2 - 20\mathcal{K} + 103}}$$

   Que para qualquer valor de $\mathcal{K}$ temos $\cos(\vec{a}, \vec{b}) \neq \pm 1$.

3. Verificando que os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ formam um paralelogramo, para tanto, verificaremos que a área é diferente de zero, ou seja, que o produto vetorial é não nulo.

   $$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 1 \\ \mathcal{K} - 10 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

   $$\vec{u} \times \vec{v} = 3\vec{i} + (\mathcal{K} - 14)\vec{j} + (8 - \mathcal{K})\vec{k} \neq \overrightarrow{0}$$

b) Esse triângulo não é retângulo, pois

$$\begin{aligned}\vec{u}.\vec{v} &= 2\mathcal{K} - 19 \neq 0\\ \vec{u}.\vec{w} &= 2\mathcal{K} - 25 \neq 0\\ \vec{v}.\vec{w} &= \mathcal{K}^2 - 22\mathcal{K} + 124 \neq 0\end{aligned}$$

para todos os valores de $\mathcal{K}$.

c) A área desse triângulo[2] é igual a:

$$A_{\triangleleft} = \frac{||\vec{u} \times \vec{v}||}{2} = \frac{\sqrt{2\mathcal{K}^2 - 44\mathcal{K} + 269}}{2}$$

2ª Questão [2,0] Dados da questão:

- $||\vec{u}|| = \sqrt{3}$,
- $||\vec{v}|| = (10 + 2\mathcal{K})$ e
- ângulo $(\vec{u}, \vec{v}) = 30^o$.

Como $\vec{u}.\vec{v} = ||\vec{u}||.||\vec{v}||.\cos(\vec{u}, \vec{v})$, temos:

$$\vec{u}.\vec{v} = \sqrt{3}.(10 + 2\mathcal{K}).\frac{\sqrt{3}}{2} = 15 + 3\mathcal{K}$$

Para calcular $||\vec{u} + 2\vec{v}||^2$, usaremos o seguinte fato[3]:

$$||\vec{u} + 2\vec{v}||^2 = (\vec{u} + 2\vec{v}).(\vec{u} + 2\vec{v})$$

$$||\vec{u} + 2\vec{v}||^2 = \vec{u}.\vec{u} + 4\vec{v}.\vec{u} + 4\vec{v}.\vec{v}$$

$$||\vec{u} + 2\vec{v}||^2 = ||\vec{u}||^2 + 4\vec{v}.\vec{u} + 4||\vec{v}||^2$$

$$||\vec{u} + 2\vec{v}||^2 = 3 + 4.(15 + 3\mathcal{K}) + 4.(10 + 2\mathcal{K})^2$$

$$||\vec{u} + 2\vec{v}||^2 = 16\mathcal{K}^2 + 172\mathcal{K} + 463$$

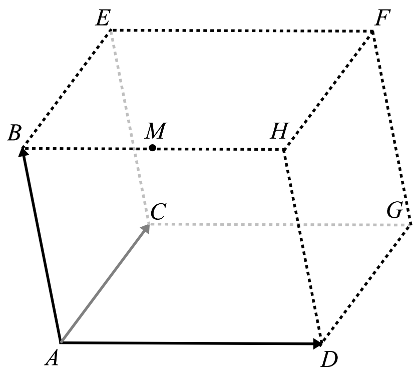
3ª Questão [5,0] Dados da questão:

[1] Valores de $||\vec{v}||$: $[\sqrt{105}, \sqrt{86}, \sqrt{69}, \sqrt{54}, \sqrt{41}, \sqrt{30}, \sqrt{21}, \sqrt{14}, \sqrt{9}, \sqrt{6}]$

[2] Valores de $||\vec{u} \times \vec{v}||$: $[\sqrt{269}, \sqrt{227}, \sqrt{189}, \sqrt{155}, \sqrt{125}, \sqrt{99}, \sqrt{77}, \sqrt{59}, \sqrt{45}, \sqrt{35}]$

[3] Valores de $||\vec{u} + 2\vec{v}||^2$: $[463, 651, 871, 1123, 1407, 1723, 2071, 2451, 2863, 3307]$

- figura:



- Pontos: $A = (0, 0, 0)$, $B = (1, 1, -1)$ e $C = (2, \mathcal{K} - 5, 1)$
- Vetor $\vec{d} = (-4, 12 - \mathcal{K}, -2)$.

a) Como $(\mathcal{K}+2)\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BH}$, ou seja:

$$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{(\mathcal{K}+2)}\overrightarrow{BH} = \frac{1}{(\mathcal{K}+2)}\overrightarrow{AD}$$

logo,

$$\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HF} + \overrightarrow{FG}$$

$$\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$$
$$\overrightarrow{MG} = -\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$$
$$\overrightarrow{MG} = -\frac{1}{(\mathcal{K}+2)}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{MG} = -1\overrightarrow{AB} + 1\overrightarrow{AC} + \left(\frac{\mathcal{K}+1}{\mathcal{K}+2}\right)\overrightarrow{AD}$$

b) Os 3 vetores

$$\begin{array}{l} \vec{u} = \overrightarrow{AB} = (1, 1, -1) \\ \vec{v} = \overrightarrow{AC} = (2, \mathcal{K}-5, 1) \\ \vec{w} = \vec{AD} = (1, -2, 0) \end{array}$$

formam uma base, se forem LI. Portanto pelo teorema, basta verificar que $x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w} = \overrightarrow{0}$ se, e somente se, $x = y = z = 0$ for a solução única, ou seja, que o sistema abaixo só possua a solução trivial.

$$\left\{\begin{array}{rcccrl} 1x & + & 2y & + & 1z & = 0 \\ 1x & + & (\mathcal{K}-5)y & - & 2z & = 0 \\ -1x & + & 1y & + & 0z & = 0 \end{array}\right.$$

e para tanto, o determinante da matriz dos coeficientes, deve ser diferente de zero, ou seja:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & (\mathcal{K}-5) & -2 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \mathcal{K} + 2 \neq 0$$

Donde concluímos que $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é base.

c) Para se calcular o volume basta calcular o produto misto entre os vetores, ou seja

$$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & (\mathcal{K}-5) & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = \mathcal{K}+2$$

logo o volume é igual a $|\mathcal{K} + 2|$.

d) Para que o vetor $\vec{d} = -4\vec{i} + (12 - \mathcal{K})\vec{j} - 2\vec{k}$ seja uma combinação dos vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ é preciso encontrar os valores x, y e $z \in \mathbb{R}$, tal que, $x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w} = \vec{d}$, ou seja, basta resolver o seguinte sistema:

$$\left\{\begin{array}{rcrl} x+ & 2y & + & z = -4 \\ x+ & (\mathcal{K}-5)y & - & 2z = 12 - \mathcal{K} \\ -x+ & y & & = -2 \end{array}\right.$$

tendo como solução $x = 1$, $y = -1$ e $z = -3$, ou seja:

$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} - 3\vec{c}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

1ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *13/Jan/2004* Turno: *Tarde*

Curso: Nome:

Período: *03.2* Turma: *08* Matrícula:

Obs.: Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula ⇑⇑⇑

1ª Questão Dados os pontos $A = (3, 0, 1)$, $B = (2, 1, 2)$ e $C = (\mathcal{K}, -1, 3)$.

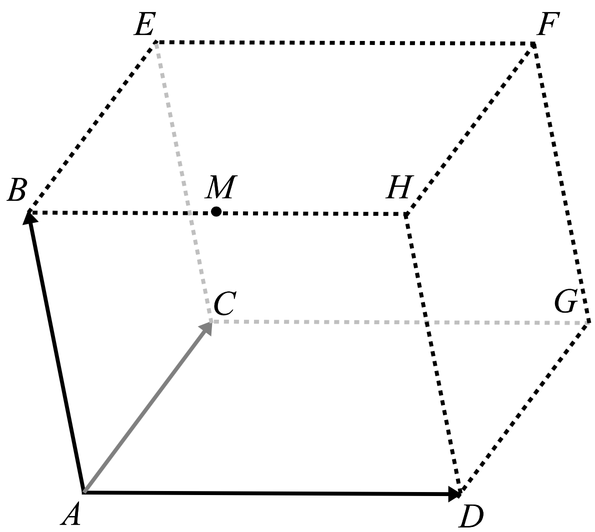
a) Verifique se A, B e C são vértices de um triângulo.

b) Esse triângulo é equilátero? (JUSTIFIQUE)

c) Determine a área desse triângulo.

2ª Questão Sabendo que $||\vec{u}|| = 6\sqrt{2}$, $||\vec{v}|| = (1 + 2\mathcal{K})$ e que 45^o é medida do ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, determine $\vec{u}.\vec{v}$ e $||3\vec{u} - 2\vec{v}||$.

3ª Questão Considere o seguinte paralelepípedo representado abaixo.



a) Escreva o vetor $\overrightarrow{GM}$ como uma combinação linear entre os vetores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{AD}$, onde M é o ponto tal que

$$(\mathcal{K}+2)\overrightarrow{BM} = (\mathcal{K}+1)\overrightarrow{BH}$$

b) Considere que as coordenadas dos pontos são $A = (0,0,0)$, $B = (2,-1,\mathcal{K})$, $C = (3,1,1)$ e $D = (\mathcal{K},-2,-2)$. Os vetores $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ e $\vec{w} = \overrightarrow{AD}$ formam uma base para o $\mathbb{R}^3$? (JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA).

c) Calcule o volume do paralelepípedo definido pelos vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ do ítem anterior.

d) Escreva o vetor $\vec{d} = (-\mathcal{K}-2, -2, 2\mathcal{K})$ como combinação linear dos vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$.

Boa Sorte

Nome:

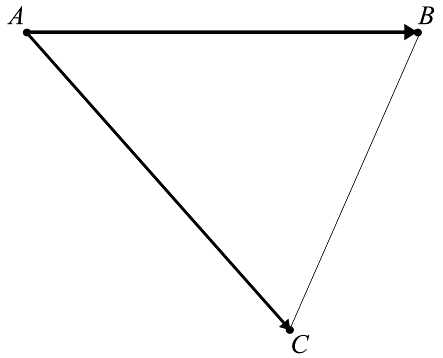
Matrícula:

Assinatura

R E S P O S T A S

1ª Questão [3,0] Dados da questão:

- Ponto $A = (3, 0, 1)$,
- Ponto $B = (2, 1, 2)$ e
- Ponto $C = (\mathcal{K}, -1, 3)$.



Considere os vetores

$$\begin{aligned}
\vec{u} &= \overrightarrow{AB} = (-1, 1, 1) \\
\vec{v} &= \overrightarrow{AC} = (\mathcal{K} - 3, -1, 2) \\
\vec{w} &= \overrightarrow{BC} = (\mathcal{K} - 2, -2, 1)
\end{aligned}$$

a) Existem 3 maneiras de verificar se os pontos são vértices de um triângulo:

1. Verificando que os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são LI.

   De fato, os vetores são LI, pois é impossível que $\vec{u} = x\vec{v}$ com $x \in \mathbb{R}$.

2. Calculando o ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, e verificando que o ângulo não é nulo, ou seja,

   $$\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u}.\vec{v}}{||\vec{u}||.||\vec{v}||} \neq \pm 1$$

   Como $\vec{u}.\vec{v} = 4 - \mathcal{K}$, $||\vec{u}|| = \sqrt{3}$ e $||\vec{v}|| = \sqrt{\mathcal{K}^2 - 6\mathcal{K} + 14} =$ [4], temos:

   $$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\mathcal{K} - 19}{\sqrt{6}.\sqrt{\mathcal{K}^2 - 20\mathcal{K} + 103}}$$

   Que para qualquer valor de $\mathcal{K}$ temos $\cos(\vec{a}, \vec{b}) \neq \pm 1$.

3. Verificando que os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ formam um paralelogramo, para tanto, verificaremos que a área é diferente de zero, ou seja, que o produto vetorial é não nulo.

   $$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 1 \\ \mathcal{K} - 10 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

   $$\vec{u} \times \vec{v} = 3\vec{i} + (\mathcal{K} - 14)\vec{j} + (8 - \mathcal{K})\vec{k} \neq \overrightarrow{0}$$

b) Esse triângulo não é retângulo, pois

$$\begin{aligned}
&\vec{u}.\vec{v} = 2\mathcal{K} - 19 \neq 0 \\
&\vec{u}.\vec{w} = 2\mathcal{K} - 25 \neq 0 \\
&\vec{v}.\vec{w} = \mathcal{K}^2 - 22\mathcal{K} + 124 \neq 0
\end{aligned}$$

para todos os valores de $\mathcal{K}$.

c) A área desse triângulo[5] é igual a:

$$A_{\triangleleft} = \frac{||\vec{u} \times \vec{v}||}{2} = \frac{\sqrt{2\mathcal{K}^2 - 44\mathcal{K} + 269}}{2}$$

2ª Questão [2,0] Dados da questão:

- $||\vec{u}|| = \sqrt{3}$,
- $||\vec{v}|| = (10 + 2\mathcal{K})$ e
- ângulo $(\vec{u}, \vec{v}) = 30^o$.

Como $\vec{u}.\vec{v} = ||\vec{u}||.||\vec{v}||.\cos(\vec{u}, \vec{v})$, temos:

$$\vec{u}.\vec{v} = \sqrt{3}.(10 + 2\mathcal{K}).\frac{\sqrt{3}}{2} = 15 + 3\mathcal{K}$$

Para calcular $||\vec{u} + 2\vec{v}||^2$, usaremos o seguinte fato[6]:

$$||\vec{u} + 2\vec{v}||^2 = (\vec{u} + 2\vec{v}).(\vec{u} + 2\vec{v})$$

$$||\vec{u} + 2\vec{v}||^2 = \vec{u}.\vec{u} + 4\vec{v}.\vec{u} + 4\vec{v}.\vec{v}$$

$$||\vec{u} + 2\vec{v}||^2 = ||\vec{u}||^2 + 4\vec{v}.\vec{u} + 4||\vec{v}||^2$$

$$||\vec{u} + 2\vec{v}||^2 = 3 + 4.(15 + 3\mathcal{K}) + 4.(10 + 2\mathcal{K})^2$$

$$||\vec{u} + 2\vec{v}||^2 = 16\mathcal{K}^2 + 172\mathcal{K} + 463$$

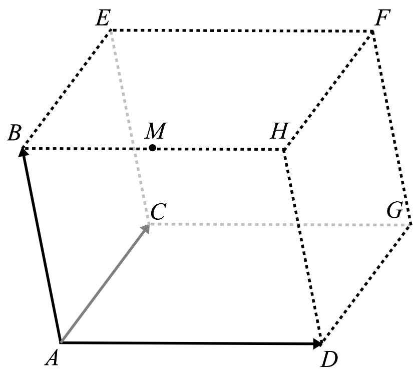
3ª Questão [3,0] Dados da questão:

[4] Valores de $||\vec{v}||$: $[\sqrt{14}, \sqrt{9}, \sqrt{6}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{9}, \sqrt{14}, \sqrt{21}, \sqrt{30}, \sqrt{41}]$

[5] Valores de $||\vec{u} \times \vec{v}||$: $[\sqrt{269}, \sqrt{227}, \sqrt{189}, \sqrt{155}, \sqrt{125}, \sqrt{99}, \sqrt{77}, \sqrt{59}, \sqrt{45}, \sqrt{35}]$

[6] Valores de $||\vec{u} + 2\vec{v}||^2$: $[463, 651, 871, 1123, 1407, 1723, 2071, 2451, 2863, 3307]$

- figura:



- Pontos: $A = (0, 0, 0)$, $B = (1, 1, -1)$ e $C = (2, \mathcal{K} - 5, 1)$
- Vetor $\vec{d} = (-4, 12 - \mathcal{K}, -2)$.

a) Como $(\mathcal{K} + 2)\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BH}$, ou seja:

$$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{(\mathcal{K}+2)}\overrightarrow{BH} = \frac{1}{(\mathcal{K}+2)}\overrightarrow{AD}$$

logo,

$$\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HF} + \overrightarrow{FG}$$
$$\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$$
$$\overrightarrow{MG} = -\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$$
$$\overrightarrow{MG} = -\frac{1}{(\mathcal{K}+2)}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$$
$$\overrightarrow{MG} = -1\overrightarrow{AB} + 1\overrightarrow{AC} + \left(\frac{\mathcal{K}+1}{\mathcal{K}+2}\right)\overrightarrow{AD}$$

b) Os 3 vetores

$$\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (1, 1, -1)$$
$$\vec{v} = \overrightarrow{AC} = (2, \mathcal{K} - 5, 1)$$
$$\vec{w} = \vec{AD} = (1, -2, 0)$$

formam uma base, se forem LI. Portanto pelo teorema, basta verificar que $x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w} = \overrightarrow{0}$ se, e somente se, $x = y = z = 0$ for a solução única, ou seja, que o sistema abaixo só possua a solução trivial.

$$\begin{cases} 1x & + & 2y & + & 1z & = 0 \\ 1x & + & (\mathcal{K}-5)y & - & 2z & = 0 \\ -1x & + & 1y & + & 0z & = 0 \end{cases}$$

e para tanto, o determinante da matriz dos coeficientes, deve ser diferente de zero, ou seja:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & (\mathcal{K}-5) & -2 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \mathcal{K} + 2 \neq 0$$

Donde concluímos que $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é base.

c) Para se calcular o volume basta calcular o produto misto entre os vetores, ou seja

$$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & (\mathcal{K}-5) & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = \mathcal{K} + 2$$

logo o volume é igual a $|\mathcal{K} + 2|$.

d) Para que o vetor $\vec{d} = -4\vec{i} + (12 - \mathcal{K})\vec{j} - 2\vec{k}$ seja uma combinação dos vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ é preciso encontrar os valores x, y e $z \in \mathbb{R}$, tal que, $x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w} = \vec{d}$, ou seja, basta resolver o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x+ & 2y & + & z = -4 \\ x+ & (\mathcal{K}-5)y & - & 2z = 12 - \mathcal{K} \\ -x+ & y & & = -2 \end{cases}$$

tendo como solução $x = 1$, $y = -1$ e $z = -3$, ou seja:

$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} - 3\vec{c}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

1ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio*	Data: *13/Jan/2004*	Turno: *Noite*
Curso:	Nome:	
Período: *03.2*	Turma: *03*	Matrícula:

Obs.: Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula ⇑⇑⇑

1ª Questão Dados os pontos $A = (1, 1, 1)$, $B = (2, 1, 2)$ e $C = (\mathcal{K}, -1, 3)$.

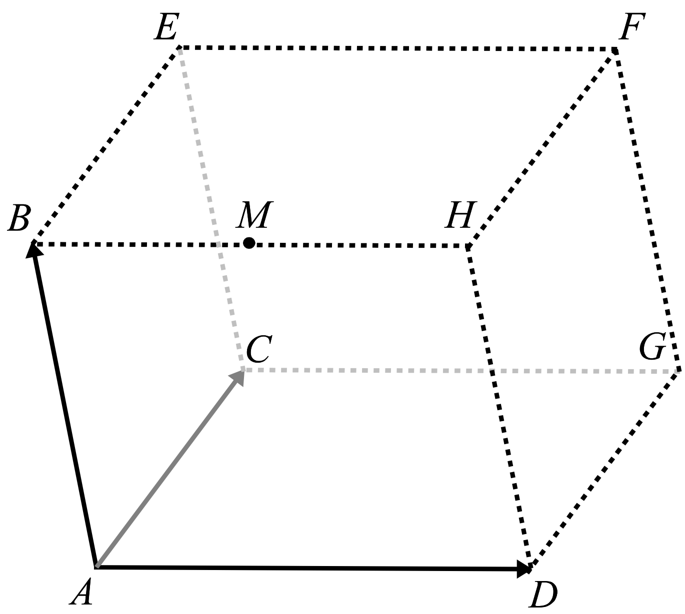
a) Verifique se A, B e C são vértices de um triângulo.

b) Qual o maior lado desse triângulo?

c) Determine a área desse triângulo.

2ª Questão Sabendo que $||\overrightarrow{u}|| = 3$, $||\overrightarrow{v}|| = (2 + 2\mathcal{K})$ e que 60^o é medida do ângulo entre os vetores $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v}$, determine $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v}$ e $||\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}||^2$.

3ª Questão Considere o seguinte paralelepípedo representado abaixo.



a) Escreva o vetor $\overrightarrow{CM}$ como uma combinação linear entre os vetores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{AD}$, onde M é o ponto tal que

$$\overrightarrow{BM} = \left(\frac{1}{\mathcal{K}+2}\right)\overrightarrow{BH}$$

b) Considere que as coordenadas dos pontos são $A = (0,0,0)$, $B = (-1,1,0)$, $C = (1,\mathcal{K},1)$ e $D = (0,3,2)$. Os vetores $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{AD}$ formam uma base para o $\mathbb{R}^3$? (JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA).

c) Calcule o volume do paralelepípedo definido pelos vetores $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ e $\overrightarrow{w}$ do ítem anterior.

d) Escreva o vetor $\overrightarrow{d} = (-1, 2\mathcal{K}, 0)$ como combinação linear dos vetores $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ e $\overrightarrow{w}$.

Boa Sorte

Nome:

Matrícula:

Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

2ª Prova	Cálculo Vetorial e Geometria Analítica	
Prof.: *Sérgio*	Data: *19/Fev/2004*	Turno: *Manhã*
Curso:	Nome:	
Período: *03.2*	Turma: *02*	Matrícula:

1ª Questão Determinar as equações paramétricas e a equação normal do plano α que:

- contém o ponto $A = (1, \mathcal{K}, 2)$ e
- é paralelo ao plano β, cujas equações paramétricas são $\beta : \begin{cases} x = 2 - 2p + 2q \\ y = \mathcal{K} + 2p + q \\ z = 3 + p + q \end{cases}$

2ª Questão Determine a equação normal do plano γ que contém a reta $r : \begin{cases} x = -2 + (\mathcal{K} - 2)t \\ y = 2 + 2t \\ z = 2 - (\mathcal{K} + 1)t \end{cases}$ e é paralela à reta $s : \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z}{2}$

3ª Questão Seja m a reta, perpendicular ao plano $\sigma : 2x - 3y + 2z - 2\mathcal{K} = 0$, que passa pela origem e n a reta que passa pelos pontos $B = (1, 1, \mathcal{K} - 1)$ e $C = (2, 2, \mathcal{K} - 2)$. Determine a posição relativa entre as retas m e n.

4ª Questão Determine a distância, o ângulo e a interseção, caso existam, entre:

4.a) o ponto A e o plano β

4.b) a reta r e o plano σ

cujas as equações estão definidas nas questões anteriores.

Boa Sorte

Observações:

a) Considere a constante

$$\boxed{\mathcal{K} = \frac{2|m-n| - 1 + (-1)^{|m-n|}}{4}}$$

onde $\boxed{m}$ e $\boxed{n}$ são, respectivamente, os dois últimos números da sua matrícula;

b) Em todas as questões, exibir um esboço gráfico, para a resolução dos problemas.

Nome:

Matrícula:

Assinatura

R E S P O S T A S

1ª Questão [2,0] Dados da questão:

- Ponto $A = (1, \mathcal{K}, 2)$
- Plano $\beta : \begin{cases} x = 2 - 2p + 2q \\ y = \mathcal{K} + 2p + q \\ z = 3 + p + q \end{cases}$

Para determinar o vetor normal do plano π, vamos utilizar dois vetores paralelos ao plano γ, ou seja $\overrightarrow{v_1} = (-3, -3, 1)$ e $\overrightarrow{v_2} = (2, 1, 3)$, logo

$$\overrightarrow{n_\pi} = \overrightarrow{v_1} \times \overrightarrow{v_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -3 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{n_\pi} = -10\vec{i} - 11\vec{j} + 3\vec{k}$$

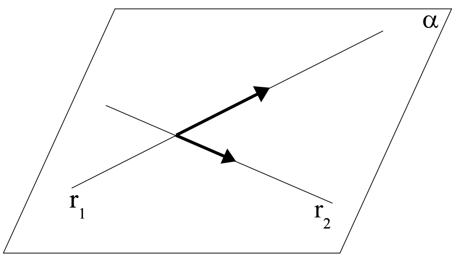
Para determinar a equação do plano π vamos utilizar o fato que os vetores $\overrightarrow{AP}$ e $\overrightarrow{n_\pi}$ são perpendiculares, ou seja, $\overrightarrow{AP}.\overrightarrow{n_\pi} = 0$

$$(x - 1, y + 1, z - 2).(-10, -11, 3) = 0$$

$$\boxed{\pi : -10x + 11y + 3z + 15 = 0}$$

2ª Questão [2,0] Dados da questão:

- Reta $r_1 : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ e
- Reta $r_2 : \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{-y-1}{2} = \dfrac{z}{-3}$.



Considere $\vec{u} = (1, -1, -3)$ e $\vec{v} = (1, -2, -3)$ os vetores diretores das retas r_1 e r_2 e o ponto $A = (-1, 2, 2)$ da reta r_1, logo o plano α procurado é definido pelo ponto A e pelos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

Para determinar o vetor normal do plano α, vamos utilizar os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, logo

$$\overrightarrow{n_\alpha} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & -3 \\ 1 & -2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{n_\alpha} = -3\vec{i} - \vec{k}$$

Para determinar a equação do plano π vamos utilizar o fato que os vetores $\overrightarrow{AP}$ e $\overrightarrow{n_\pi}$ são perpendiculares, ou seja, $\overrightarrow{AP}.\overrightarrow{n_\alpha} = 0$

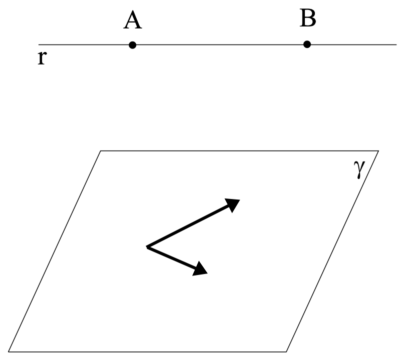
$$(x + 1, y - 2, z - 2).(-3, 0, -1) = 0$$

$$\boxed{\alpha : -3x - z - 1 = 0}$$

3ª Questão [2,0] Dados da questão:

- Pontos $A = (1, 5, 0)$ e

  $B = (m, -1, 2)$
- Plano $\gamma : \begin{cases} x = 1 + 3p \\ y = 1 + 2p + q \\ z = 3 + 3q \end{cases}$



Para determinar a reta definida pelos ponto A e B paralela ao plano γ, o vetor diretor $\overrightarrow{AB} = (m - 1, -6, 2)$ deve ser perpendicular ao vetor $\overrightarrow{n_\gamma}$.

Para determinar o vetor normal do plano γ, vamos utilizar dois vetores paralelos ao plano, ou seja $\overrightarrow{v_1} = (3, 2, 0)$ e $\overrightarrow{v_2} = (0, 1, 3)$, logo

$$\overrightarrow{n_\gamma} = \overrightarrow{v_1} \times \overrightarrow{v_2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{n_\gamma} = 6\vec{i} - 9\vec{j} + 3\vec{k}$$

Como $\overrightarrow{n_\gamma} \perp \overrightarrow{AB}$, temos $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{n_\gamma} = 0$

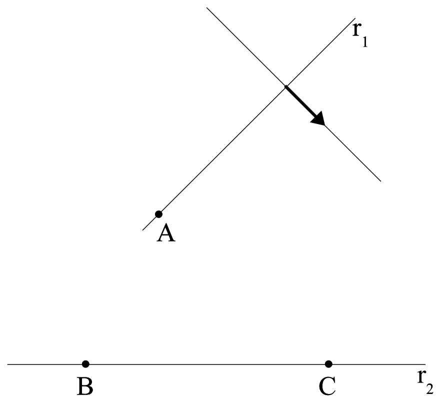
$$(m-1, -6, 2).(6, -9, 3) = 0$$

$$6m - 6 + 54 + 6 = 0$$

$$\boxed{m = -\frac{54}{6} = -9}$$

4ª Questão [2,0] Dados da questão:

- Pontos $A = (1, 1, 1)$, $B = (1, 0, -1)$ e $C = (2, 1, -2)$
- Reta $y = 2x - 3$, $z = -x$



A reta r_1 é definida pelo ponto A e pela escolha do vetor $\overrightarrow{v_1} = (1, 0, 1)$, onde $\overrightarrow{v_1}$ é perpendicular ao vetor $\vec{v} = (1, 2, -1)$ da reta dada, pois $\vec{v}.\overrightarrow{v_1} = 0$.

Logo a reta é definida como:

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases}$$

A reta r_2 é definida pelo ponto B e pelo vetor $\overrightarrow{v_2} = \overrightarrow{BC} = (1, 1, -1)$, ou seja,

$$r_2 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = + t \\ z = -1 - t \end{cases}$$

Como os vetores $\overrightarrow{v_1}$ e $\overrightarrow{v_2}$ são claramente LI, temos duas possibilidades para a posição relativa entre as retas, ou seja, reversas ou concorrentes.

Para diferenciar retas reversas das concorrentes, basta calcular o volume do paralelepípedo gerado pelos vetores $\overrightarrow{v_1}$, $\overrightarrow{v_2}$ e $\overrightarrow{AB} = (0, -1, -2)$, se o volume for positivo, as retas são reversas, se igual a zero, são concorrentes.

$$Volume = |[\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, \overrightarrow{AB}]| = 0$$

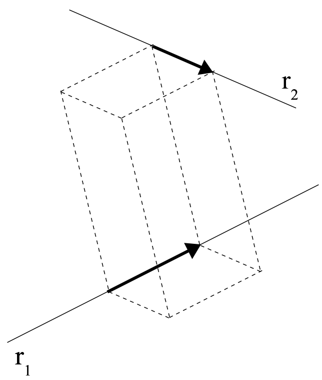
$$[\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, \overrightarrow{AB}] = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \end{vmatrix} = -4$$

$$Volume = |-4| = 4 \neq 0$$

Logo as retas são $\boxed{\text{reversas}}$.

5ª Questão [2,0] Dados da questão:

- Reta $r_1 : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 - t \\ z = -4 - t \end{cases}$ e
- Reta $r_2 : \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{-y-1}{2} = \dfrac{z}{-3}$



Como os vetores diretores $\overrightarrow{v_1} = (-2, -1, -1)$ e $\overrightarrow{v_2} = (1, -2, -3)$ das retas r_1 e r_2, respectivamente, são claramente LI, temos duas possibilidades para a posição relativa entre as retas, ou seja, reversas ou concorrentes.

Para diferenciar retas reversas das concorrentes, basta calcular o volume do paralelepípedo gerado pelos vetores $\overrightarrow{v_1}$, $\overrightarrow{v_2}$ e $\overrightarrow{AB} = (-2, 2, 4)$, se o volume for positivo, as retas são reversas, se igual a zero, são concorrentes.

$$Volume = |[\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, \overrightarrow{AB}]| = 0$$

$$[\overrightarrow{v_1},\overrightarrow{v_2},\overrightarrow{AB}]=\begin{vmatrix} -2 & -1 & -1\\ 1 & -2 & -3\\ -2 & 2 & 4\end{vmatrix}=|4|=4$$

logo são reversas.

• A distância entre as retas será obtida através de: $Volume = A_{base}\times h$, onde $A_{base}=||\overrightarrow{v_1}\times\overrightarrow{v_2}||$ e $h=d(r_1,r_2)$.

Como

$$\overrightarrow{v_1}\times\overrightarrow{v_2}=\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -2 & -1 & -1\\ 1 & -2 & -3\end{vmatrix}=\vec{i}-7\vec{j}+5\vec{k}$$

$$A_{base}=\sqrt{1^2+(-7)^2+5^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$$

logo,

$$\boxed{d(r_1,r_2)=\frac{4}{5\sqrt{3}}=\frac{4}{15}\sqrt{3}}$$

• O ângulo formado pelas retas, será calculado, como sendo o ângulo entre os vetores $\overrightarrow{v_1}$ e $\overrightarrow{v_2}$, ou seja,

$$\cos(\overrightarrow{v_1},\overrightarrow{v_2})=\frac{\overrightarrow{v_1}.\overrightarrow{v_2}}{||\overrightarrow{v_1}||||\overrightarrow{v_2}||}$$

$$\cos(\overrightarrow{v_1},\overrightarrow{v_2})=\frac{3}{\sqrt{6}\sqrt{14}}$$

$$\boxed{(\overrightarrow{v_1},\overrightarrow{v_2})=\arccos\left(\frac{3}{\sqrt{6}\sqrt{14}}\right)}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

2ª Prova	Cálculo Vetorial e Geometria Analítica	
Prof.: *Sérgio*	Data: *19/Fev/2004*	Turno: *Tarde*
Curso:	Nome:	
Período: *03.2*	Turma: *08*	Matrícula:

1ª Questão Determinar as equações paramétricas e a equação normal do plano α que:

- contém o ponto $A = (1, 2, \mathcal{K})$ e
- é perpendicular à reta r, cujas equações paramétricas são $r : \begin{cases} x = 2 - 2p \\ y = 1 + 2p \\ z = \mathcal{K} - p \end{cases}$

2ª Questão Determine as equações de uma reta m contida no plano $\beta : x - 2y + z - \mathcal{K} = 0$ e paralela à reta $s : \dfrac{x+1}{\mathcal{K}+1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z}{5-\mathcal{K}}$

3ª Questão Seja n a reta paralela aos planos β e $\gamma : -2(\mathcal{K} - 5)x + 6y + (2\mathcal{K} + 2)z + 1 = 0$ e que passa pela origem. Determine a posição relativa entre as retas n e r.

4ª Questão Determine a distância, o ângulo e a interseção, caso existam, entre:

4.a) o ponto A e a reta r

4.b) os planos β e γ

cujas as equações estão definidas nas questões anteriores.

Boa Sorte

Observações:

a) Considere a constante

$$\boxed{\boxed{\mathcal{K} = \frac{2|m-n| - 1 + (-1)^{|m-n|}}{4}}}$$

onde $\boxed{m}$ e $\boxed{n}$ são, respectivamente, os dois últimos números da sua matrícula;

b) Em todas as questões, exibir um esboço gráfico, para a resolução dos problemas.

Nome:

Matrícula:

Assinatura

2ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *19/Fev/2004* Turno: *Noite*
Curso: Nome:
Período: *03.2* Turma(s): Matrícula:

1ª Questão Determinar as equações paramétricas e a equação normal do plano α que:

- contém o ponto $A = (\mathcal{K}, 1, 2)$ e
- é perpendicular à reta r, cujas equações paramétricas são $r : \begin{cases} x = \mathcal{K} + 2p \\ y = 1 + 2p \\ z = 3 + p \end{cases}$

2ª Questão Determine as equações de uma reta m contida no plano $\beta : x+y-2z-\mathcal{K} = 0$ e paralela à reta $s : \dfrac{x+1}{5-\mathcal{K}} = \dfrac{y-2}{\mathcal{K}+1} = \dfrac{z}{3}$

3ª Questão Seja n a reta paralela aos planos β e $\gamma : -2(\mathcal{K}-5)x + (2\mathcal{K}+2)y + 6z + 1 = 0$ e que passa pela origem. Determine a posição relativa entre as retas n e r.

4ª Questão Determine a distância, o ângulo e a interseção, caso existam, entre:

4.a) o ponto A e a reta r

4.b) a reta r e o plano β

cujas as equações estão definidas nas questões anteriores.

Boa Sorte

Observações:

a) Considere a constante

$$\boxed{\boxed{\mathcal{K} = \frac{2|m-n| - 1 + (-1)^{|m-n|}}{4}}}$$

onde $\boxed{m}$ e $\boxed{n}$ são, respectivamente, os dois últimos números da sua matrícula;

b) Em todas as questões, exibir um esboço gráfico, para a resolução dos problemas.

Nome:

Matrícula:

Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

3ª Prova — Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *23/Mar/2004* Turno: *Manhã*
Curso: Nome:

Período: *03.2* Turma: *03* Matrícula:

1ª Questão Classifique, esboce e determine todos os elementos das cônicas:

1.a) $\dfrac{x^2}{[4-(-1)^{\mathcal{K}}]^2}+\dfrac{y^2}{\left\{3+\left[\frac{3-(-1)^{(\mathcal{K}+1)}}{2}\right]\right\}^2}=1$

1.b) $16x^2-9y^2+32.\mathcal{K}.x=144-16.\mathcal{K}^2$

1.c) $x^2+y^2-4(\mathcal{K}+1)xy-1=0$

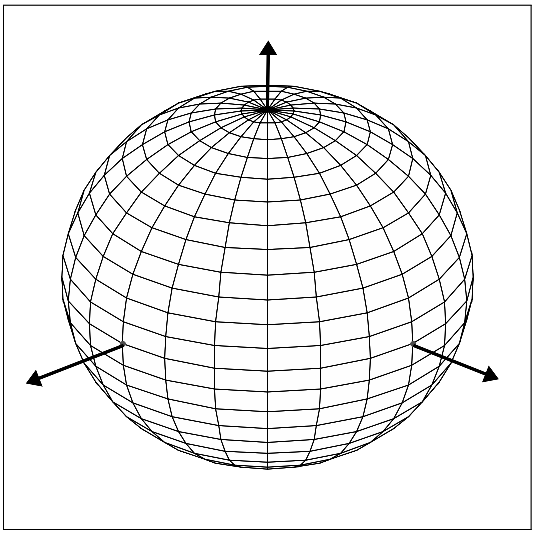
2ª Questão Considere as quádricas:

$$Q_1 : x^2+y^{\left[\frac{3-(-1)^{(\mathcal{K}+1)}}{2}\right]}+[(-1)^{\mathcal{K}}]z^{\left[\frac{3-(-1)^{\mathcal{K}}}{2}\right]}=1$$

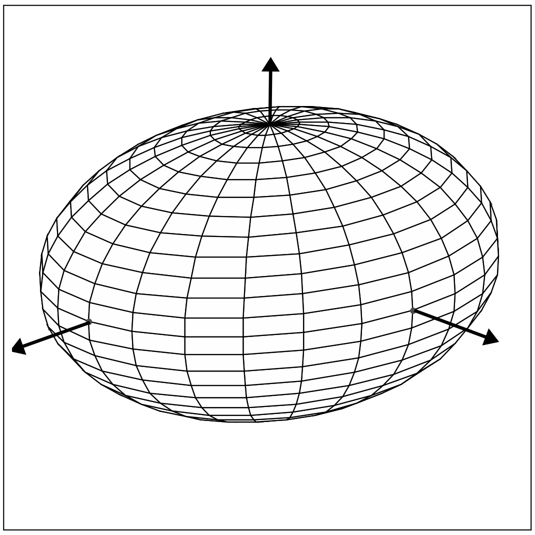
$$Q_2 : x^2+[(-1)^{\mathcal{K}}]y^2-[(-1)^{\mathcal{K}}]z^2=1$$

Classifique e indique qual das figuras abaixo melhor representam as quádricas Q_1 e Q_2 e marque os eixos correspondentes, de acordo com as interseções com os planos coordenados.

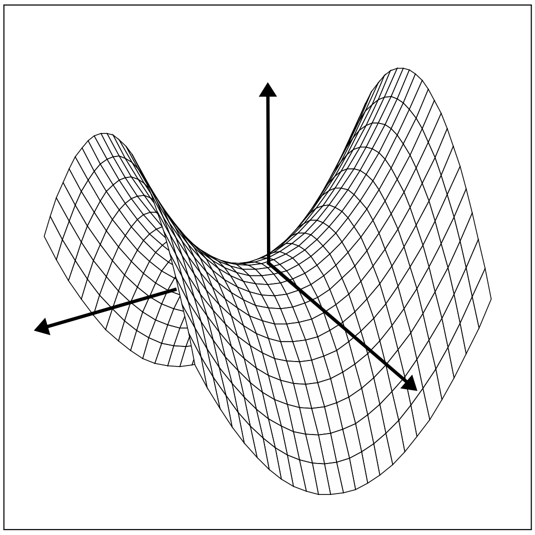
I



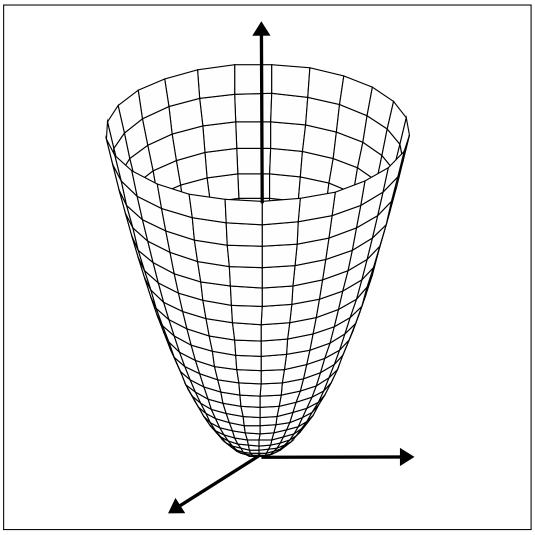
II



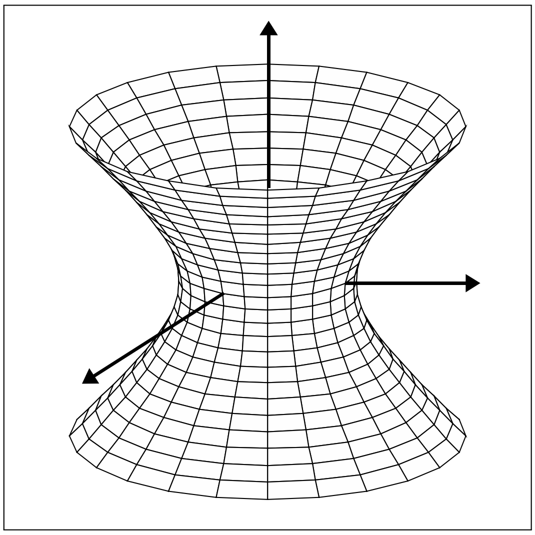
III



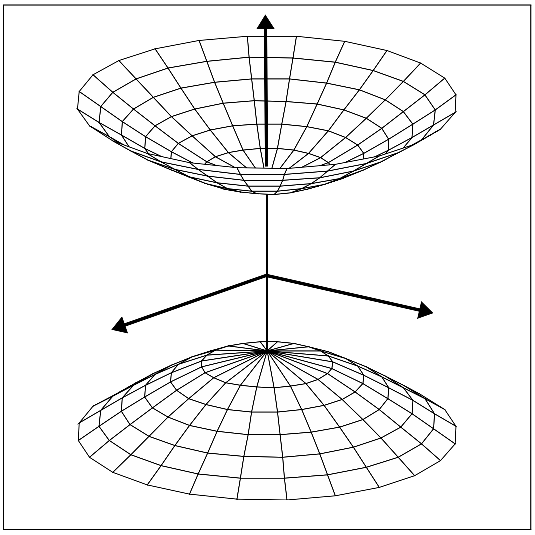
IV



V



VI



Boa Sorte

Observações:

a) Substitua a constante $\mathcal{K}$, em todas as questões, por $\boxed{}$.

b) O ítem **(c)** da primeira questão vale dois pontos extras.

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica — Prof.: *Sérgio*

3ª Prova - 03.2 — Data: 23/Mar/2004 — Turma: *03* - Manhã

Nome:

Matrícula:

Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

3ª Prova — **Cálculo Vetorial e Geometria Analítica**

Prof.: *Sérgio* Data: *23/Mar/2004* Turno: *Tarde*

Curso: Nome:

Período: *03.2* Turma: *08* Matrícula:

1ª Questão Classifique, esboce e determine todos os elementos das cônicas:

1.a) $-\dfrac{x^2}{(3\mathcal{K})^2} + \dfrac{y^2}{(4\mathcal{K})^2} = (-1)^{\mathcal{K}}$

1.b) $16x^2 + 9y^2 + 32.\mathcal{K}.x = 144 - 16.\mathcal{K}^2$

1.c) $2x^2 + 2y^2 + 4(\mathcal{K}+1)xy - 1 = 0$

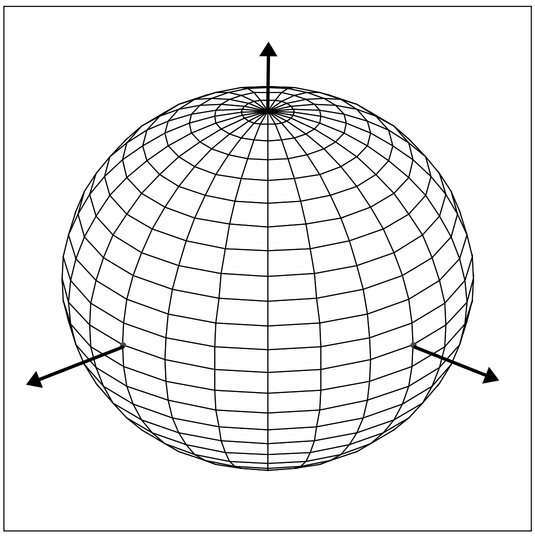
2ª Questão Considere as quádricas:

$$Q_1 : [(-1)^{\mathcal{K}}]x^2 + y^{\left[\frac{3-(-1)^{(\mathcal{K}+1)}}{2}\right]} + z^{\left[\frac{3-(-1)^{\mathcal{K}}}{2}\right]} = 1$$

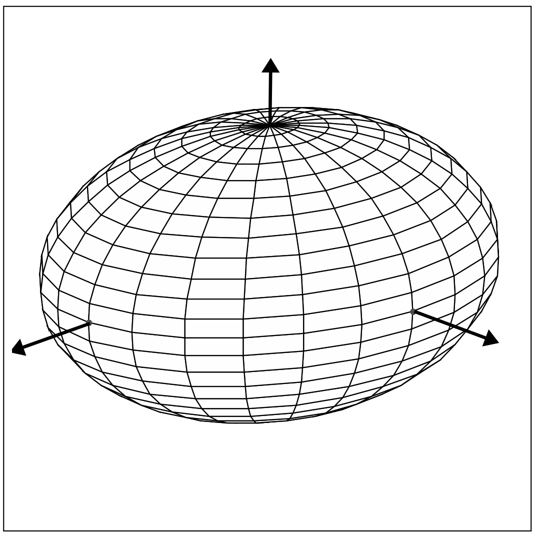
$$Q_2 : x^2 - [(-1)^{\mathcal{K}}]y^2 + [(-1)^{\mathcal{K}}]z^2 = 1$$

Classifique e indique qual das figuras abaixo melhor representam as quádricas Q_1 e Q_2 e marque os eixos correspondentes, de acordo com as interseções com os planos coordenados.

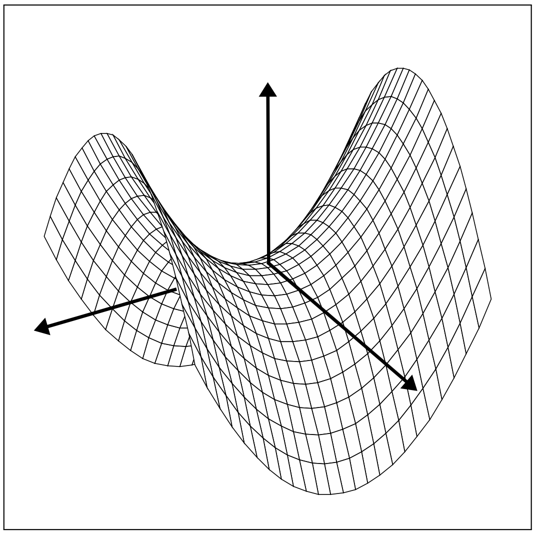
I



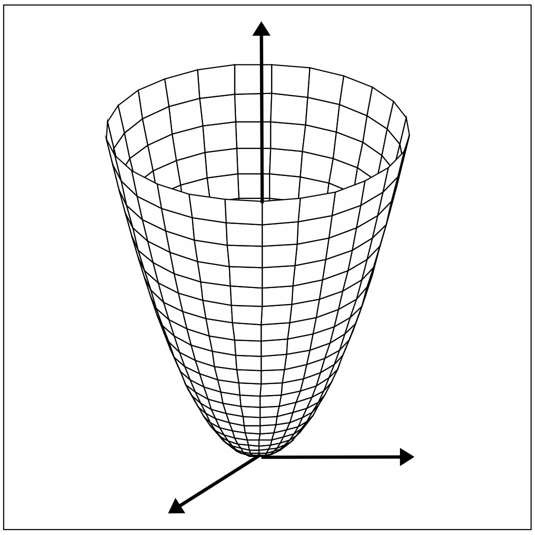
II



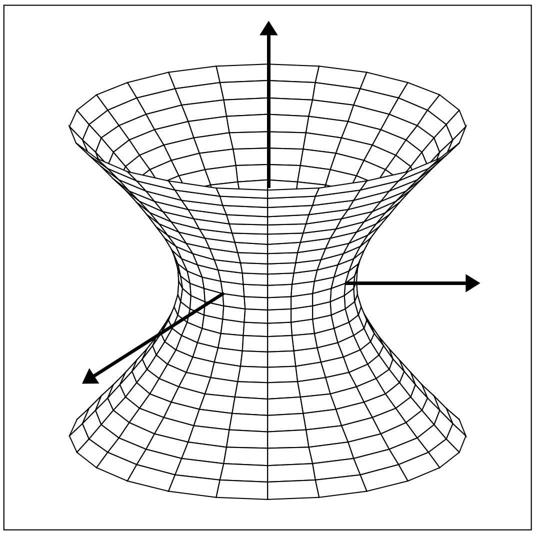
III



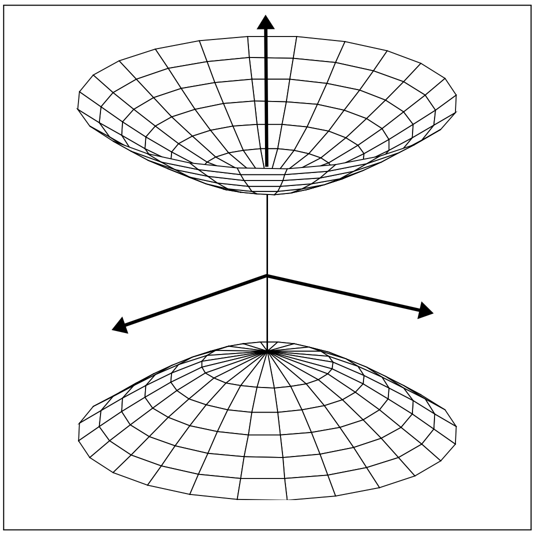
IV



V



VI



Boa Sorte

Observações:

a) Substitua a constante $\mathcal{K}$, em todas as questões, por $\boxed{}$.

b) O ítem **(c)** da primeira questão vale dois pontos extras.

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica — Prof.: *Sérgio*

3ª Prova - 03.2 — Data: 23/Mar/2004 — Turma: *08* - Tarde

Nome:

Matrícula:

Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

3^{a} Prova

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *23/Mar/2004* Turno: *Noite*
Curso: Nome:

Período: *03.2* Turma(s): Matrícula:

1ª Questão Classifique, esboce e determine todos os elementos das cônicas:

1.a) $\dfrac{x^2}{(3\mathcal{K})^2} - \dfrac{y^2}{(4\mathcal{K})^2} = (-1)^{\mathcal{K}}$

1.b) $9x^2 + 16y^2 - 32.\mathcal{K}.y = 144 - 16.\mathcal{K}^2$

1.c) $x^2 + y^2 + 6(\mathcal{K}+1)xy - 1 = 0$

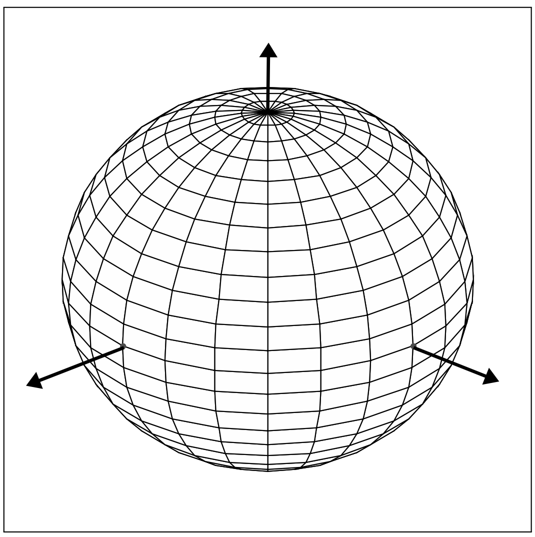
2ª Questão Considere as quádricas:

$$Q_1 : x^{\left[\frac{3-(-1)^{(\mathcal{K}+1)}}{2}\right]} + [(-1)^{\mathcal{K}}]y^2 - z^{\left[\frac{3-(-1)^{\mathcal{K}}}{2}\right]} = 1$$

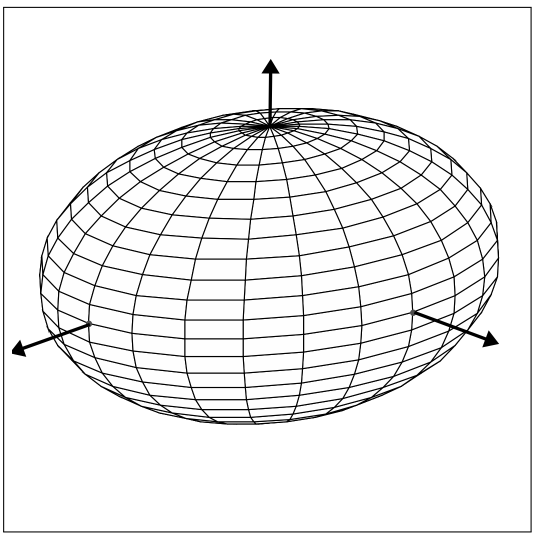
$$Q_2 : -[(-1)^{\mathcal{K}}]x^2 + y^2 + [(-1)^{\mathcal{K}}]z^2 = 1$$

Classifique e indique qual das figuras abaixo melhor representam as quádricas Q_1 e Q_2 e marque os eixos correspondentes, de acordo com as interseções com os planos coordenados.

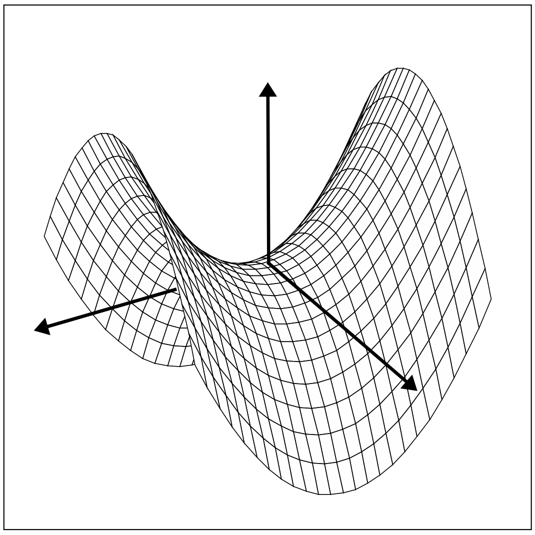
I



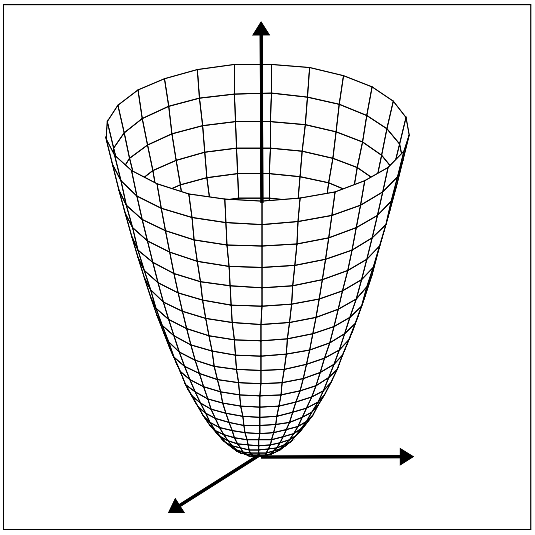
II



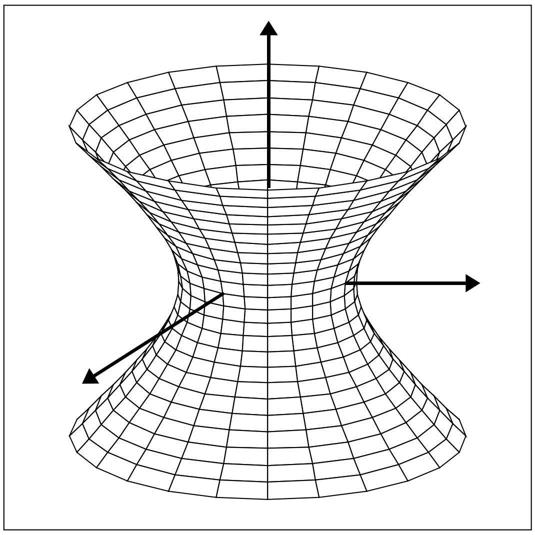
III



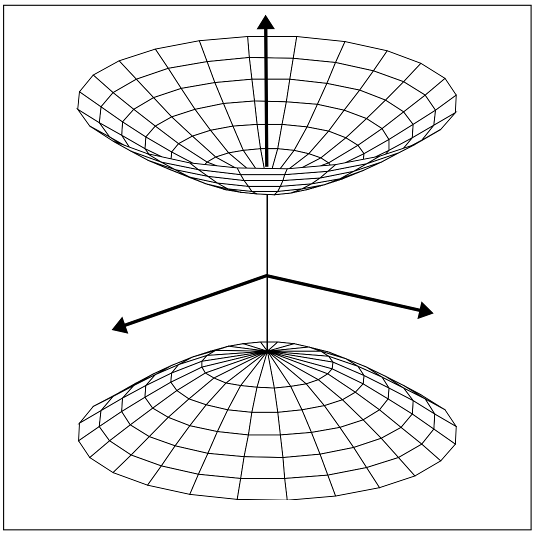
IV



V



VI



Boa Sorte

Observações:

a) Substitua a constante $\mathcal{K}$, em todas as questões, por $\boxed{}$.

b) O ítem **(c)** da primeira questão vale dois pontos extras.

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica — Prof.: *Sérgio*

3ª Prova - 03.2 — Data: 23/Mar/2004 — Turma(s): ☐☐ - Noite

Nome: ☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐

Matrícula: ☐☐☐☐☐☐☐☐

Assinatura

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

Final

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: *Sérgio* Data: *06/Abr/2004* Turno: *M+T+N*
Curso: Nome:

Período: *03.2* Turma(s): Matrícula:

1ª Questão Sabendo que $||\overrightarrow{u}|| = \sqrt{3}$, $||\overrightarrow{v}|| = 1$ e que 30^o é medida do ângulo entre os vetores $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{v}$, determine $||\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}||$ e $||\overrightarrow{u} - 2\overrightarrow{v}||$.

2ª Questão Os vetores $\overrightarrow{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$, $\overrightarrow{b} = \vec{j} + 2\vec{k}$ e $\overrightarrow{c} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, formam uma base para o $\mathbb{R}^3$? *JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.*

3ª Questão Determine as equações do plano π, definido pelos pontos $A = (1, -1, 1)$, $B = (3, -3, 1)$ e $C = (1, 2, 1)$.

4ª Questão Determine as equações paramétricas da reta r que passa pelo ponto $Q = (3, 2, 1)$ e é perpendicular ao plano $\beta : -2x - 2y + 5z - 10 = 0$.

5ª Questão Calcule a distância entre o plano $\beta : -2x - 2y + 5z - 10 = 0$ e o ponto $Q = (3, 2, 1)$.

6ª Questão Encontre a interseção do plano $\gamma : -x - 2y + 3z - 4 = 0$ com a reta $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = 5 - 4t \end{cases}$, caso exista.

7ª Questão Identifique a cônica de equação $9x^2 - 4y^2 - 54x - 16y + 29 = 0$, determine todos os elementos e esboce o gráfico da mesma.

8ª Questão Identifique e esboce a superfície $2x^2 + y^2 - z = 0$.

Boa Sorte

Cálculo Vetorial e Geometria Analítica Prof.: *Sérgio*
Final - 03.2 Data: 06/Abr/2004 Turma(s): - M+T+N

Nome:

Matrícula:

Assinatura