# Fundamentos de Geometria Euclidiana

**Prof. Sérgio - 15/Mai/2013 - 13.1**

Roteiro da primeira aula presencial

1. `Falar sobre a importância dos fóruns, dos roteiros e das visualizações que estão no moodle.`
2. `Fazer as questões abaixo`
3. `Verificar a lista de presença`

**1ª Questão** Assinale as alternativas abaixo, com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO, **justificando cada resposta dada**, Considerando os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, e, i\}$ e $D = A \cup P(B)$

**a**) ( ) $n(A \times B) = 12$

**b**) ( ) O número de elementos de $P(B) = 9$

**c**) ( ) $A$ é subconjunto de $D$

**d**) ( ) $\{e\} \subset D$

**e**) ( ) $a \notin D$

**f**) ( ) $\{2, B\} \subset A \cup (B \cap D)$

**2ª Questão** Considere a família $I_n = \left[-\frac{1}{n}, 1 + \frac{1}{n}\right]$ de intervalos fechados, onde $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$. Determine os conjuntos $\bigcap_{n=1}^{\infty} I_n$ e $\bigcup_{n=1}^{\infty} I_n$.

**3ª Questão** Considere $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ e $\sim$ a relação definida por: $a \sim b \Leftrightarrow a - b$ é múltiplo de 3.

**a**) A relação $\sim$ é uma relação de equivalência?

**b**) Quais são os elementos do conjunto quociente $A/\!\sim$?

**4ª Questão** Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = |x| - 1$ e $\sim$ uma relação de equivalência em $\mathbb{R}$ definida por: $x \sim y \Leftrightarrow f(x) = f(y)$. Determine as classes de equivalência $\overline{0}$, $\overline{1}$ e $\overline{2}$.

**5ª Questão** Em um conjunto parcialmente ordenado $(X, \leq)$, dizemos que $x \in X$ é o maior elemento de $X$ se, para todo $y \in X$, tivermos $y \leq x$. Dizemos que $b \in X$ é um elemento maximal de $X$ se não existir $y \in X$ tal que $y > b$. De forma análoga definimos menor elemento e elemento minimal de $(X, \leq)$.

No conjunto $H = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ considere a relação de ordem parcial $\leq$ induzida pelo diagrama de Hasse abaixo e assinale as alternativas com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO.

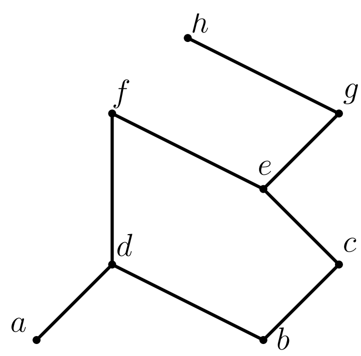
**a**) ( ) Os elementos $d$ e $e$ não são comparáveis.

**b**) ( ) O $a$ é o elemento minimal de $H$.

**c**) ( ) O $h$ é o maior elemento de $H$.

**d**) ( ) Os elementos $d$ e $a$ são comparáveis.

**e**) ( ) O subconjunto $S = \{b, c, e, g\}$ é totalmente ordenado.



# R E S P O S T A S

**1ª Questão** Dados da questão:

- $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$,
- $B = \{a, e, i\}$ e
- $D = A \cup P(B)$

**a)** Falso pois $A \times B$ possui 15 elementos, como pode ser visto na tabela abaixo:

| $A \times B$ | a | e | i |
|---|---|---|---|
| 0 | (0,a) | (0,e) | (0,i) |
| 1 | (1,a) | (1,e) | (1,i) |
| 2 | (2,a) | (2,e) | (2,i) |
| 3 | (3,a) | (3,e) | (3,i) |
| 4 | (4,a) | (4,e) | (4,i) |

**b)** Falso pois o número de elementos do conjunto das partes[1] de $B$ é $2^3 = 8$.

**c)** Verdadeiro pois todos os elementos de $A$ estão em $D = A \cup P(B)$.

**d)** Falso pois $\{e\}$ é um elemento de $P(B) \subset D$.

**e)** Verdadeiro pois $a \notin A$ e $a \notin P(B)$.

**f)** Falso pois $B \cap D = \emptyset$ e $B \notin A$.

**2ª Questão** Dados da questão:

- $I_n = \left[-\dfrac{1}{n}, 1 + \dfrac{1}{n}\right]$ e
- $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$

$\displaystyle\bigcap_{n=1}^{\infty} I_n = [0, 1]$, pois $-\dfrac{1}{n} < 0$ e $1 < 1 + \dfrac{1}{n}$ para todo $n \in \mathbb{N}$ o que nos leva a concluir que $[0, 1] \subset \left[-\dfrac{1}{n}, 1 + \dfrac{1}{n}\right]$

$\displaystyle\bigcup_{n=1}^{\infty} I_n = [-1, 2]$, pois $I_1 = [-1, 2] \supset I_2 = \left[-\dfrac{1}{2}, 1 + \dfrac{1}{2}\right] \supset I_3 = \left[-\dfrac{1}{3}, 1 + \dfrac{1}{3}\right] \supset \cdots \supset I_n = \left[-\dfrac{1}{n}, 1 + \dfrac{1}{n}\right]$

**3ª Questão** Dados da questão:

- $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
- $a \sim b \Leftrightarrow a - b$ é múltiplo de $3$

**a)** A relação $\sim$ é uma relação de equivalência?

$\sim$ é reflexiva pois se $a \sim a$ implica que $a - a = 0 = 3 \times 0$

$\sim$ é simétrica pois se $a \sim b$ implica que $a - b = 3n$ e como $b - a = 3(-m)$ temos que $b \sim a$

$\sim$ é transitiva pois se $a \sim b$ e $b \sim c$ implica que $a - b = 3n$ e $b - c = 3m$ logo $a - b + (b - c) = 3n + 3m$ e portanto $a - c = 3(n + m)$ ou seja $a \sim c$

**b)** Quais são os elementos do conjunto quociente $A/\sim$?

Elementos equivalentes a $0$ são $0$ e $3$, pois $0 - 0 = 0 = 3 \times 0$ e $0 - 3 = -3 = 3 \times (-1)$, logo $\overline{0} = \overline{3} = \{0, 3\}$

Elementos equivalentes a $1$ são $1$ e $4$, pois $1 - 1 = 0 = 3 \times 0$ e $1 - 4 = -3 = 3 \times (-1)$, logo $\overline{1} = \overline{4} = \{1, 4\}$

Elementos equivalentes a $2$: $2$ pois $2 - 2 = 0 = 3 \times 0$, logo $\overline{2} = \{2\}$

Portanto o conjunto quociente $A/\sim = \{\{0, 3\}, \{1, 4\}, \{2\}\} = \{\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}\}$

**4ª Questão** Dados da questão:

- $f(x) = |x| - 1$ e
- $x \sim y \Leftrightarrow f(x) = f(y)$

Elementos equivalentes a $0$ é apenas o $0$, pois $f(0) = -1$ e $|x| - 1 = -1 \Rightarrow x = 0$, logo $\overline{0} = \{0\}$

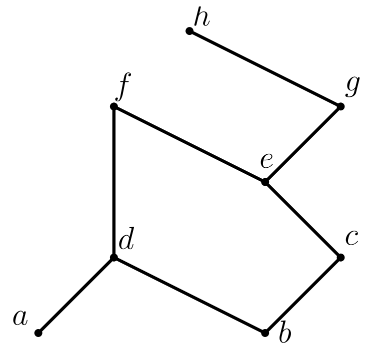
Elementos equivalentes a $1$ são $1$ e $-1$, pois $f(1) = 0$ e $|x| - 1 = 0 \Rightarrow x \pm 1$, logo $\overline{1} = \overline{-1} = \{-1, 1\}$

Elementos equivalentes a $2$ são $2$ e $-2$, pois $f(2) = 1$ e $|x| - 1 = 1 \Rightarrow x \pm 2$, logo $\overline{2} = \overline{-2} = \{-2, 2\}$

[1] Pelo teorema 3.4.2

**5ª Questão** Dados da questão:

- $H = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$




- 

**a)** Verdadeiro pois é impossível com essa relação de ordem compará-los.

**b)** Falso pois existem dois elementos minimais em $A$ que são $a$ e $b$ e não apenas um.

**c)** Falso pois o elemento $f$ não é comparável com $h$, apesar de $h$ ser o elemento maximal de $A$.

**d)** Verdadeiro pois $a \leq d$.

**e)** Verdadeiro pois $b \leq c \leq e \leq g$.