

Provas e listas:

Matemática Aplicada à Tecnologia

Período 2015.2

Sérgio de Albuquerque Souza

4 de maio de 2016



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio



-1ª Lista/Roteiro

Matemática Aplicada à Tecnologia

Prof.: Sérgio Data: 08/Mar/2016

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 15.2

Turma(s):

Matrícula:

1ª Questão Considerando o conjunto $A = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4\}$, determine os domínios, as imagens e verifique quais das relações, de A em A , definidas abaixo são funções:

a) $\mathcal{R}_1 = \{(-4, 2), (-3, 2), (-2, 2), (-1, 2), (0, 0), (1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2)\}$

$Dom \mathcal{R}_1 = A$, $Im \mathcal{R}_1 = \{0, 2\}$ e \mathcal{R}_1 é função

b) $\mathcal{R}_2 = \{(-4, 1), (-3, 2), (-2, 3), (-1, 4), (0, 0), (1, -4), (2, -3), (3, -2), (4, -1), (-4, 0)\}$

$Dom \mathcal{R}_2 = A$, $Im \mathcal{R}_2 = A$ e \mathcal{R}_2 não é função

c) $\mathcal{R}_3 = \{(x, y) \in A \times A / y^2 = x\}$

$Dom \mathcal{R}_3 = \{0, 1, 4\}$, $Im \mathcal{R}_3 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ e \mathcal{R}_3 não é função

d) $\mathcal{R}_4 = \{(x, y) \in A \times A / x = -y + 1\}$

$Dom \mathcal{R}_4 = Im \mathcal{R}_4 = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, 4\}$ e \mathcal{R}_4 é função

2ª Questão Considere como domínio das funções f_i abaixo o conjunto $Dom(f_i) = [1, 3]$. Qual a imagem de cada uma dessas funções f_i :

a) $f_1(x) = 3$

$Im f_1 = \{3\}$

c) $f_3(x) = 2x - 1$

$Im f_3 = [1, 5]$

b) $f_2(x) = -x + 1$

$Im f_2 = [-2, 0]$

d) $f_4(x) = x^2 - 4$

$Im f_4 = [-3, 5]$

3ª Questão Considere as seguintes funções abaixo:

a) $a(x) = x + 3$

c) $c(x) = (x + 1)^2 - 4$

e) $e(x) = \log_2(x + 1) + 2$

b) $b(x) = |x + 3| - 2$

d) $d(x) = 3^{(x-1)} - 1$

i) Faça um esboço do gráfico das funções:

(a) $a(x)$

(b) $b(x)$

(c) $c(x)$

(d) $d(x)$

(e) $e(x)$

ii) Determine quantas e quais são as soluções, caso existam, das equações abaixo:

(a) $a(x) = 2$

$x_1 = -1$

(d) $d(x) = 2$

$x_1 = 2$

(b) $b(x) = 1$

$x_1 = -6$ e $x_2 = 0$

(c) $c(x) = -3$

$x_1 = -2$ e $x_2 = 0$

(e) $e(x) = 2$

$x_1 = 0$

iii) Encontre o conjunto solução das desigualdades abaixo:

(a) $a(x) \leq 2$

$[-\infty, -1]$

(d) $d(x) < 2$

$(-\infty, 2)$

(b) $b(x) > 1$

$(-\infty, -6) \cup (0, \infty)$

(e) $e(x) \leq 2$

$(-1, 2]$

(c) $c(x) \geq -3$

$(-\infty, -2] \cup [0, \infty)$

iv) Determine as expressões algébricas das funções compostas abaixo:

(a) $f(x) = a(b(x))$

$f(x) = |x + 3| + 1$

(b) $g(x) = b(a(x))$

$g(x) = |x + 6| - 2$

(c) $h(x) = |c(x + 3) + 4|$

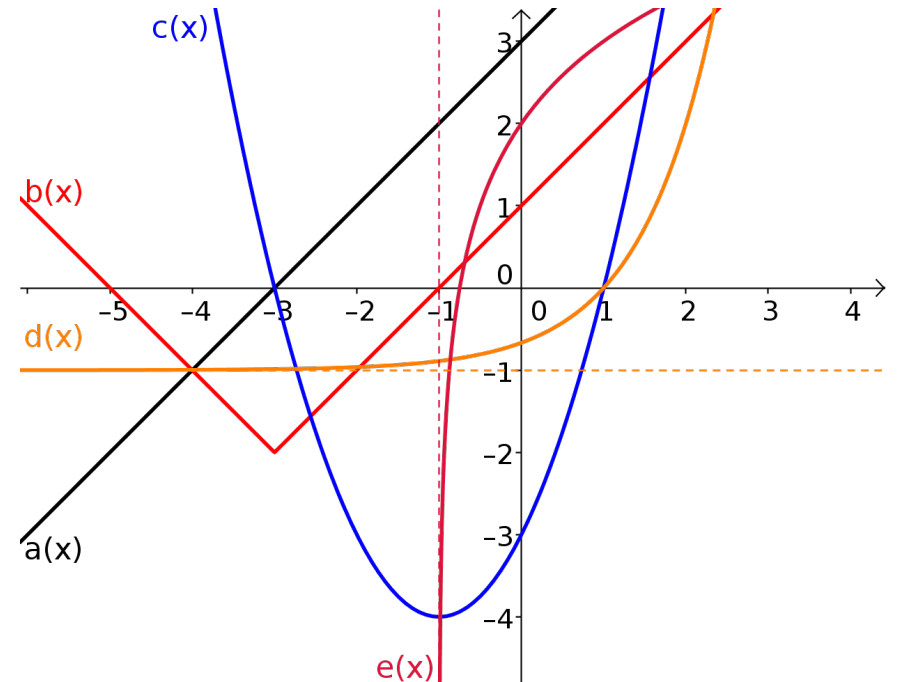
$h(x) = (x + 4)^2$

(d) $i(x) = d(x - 1)$

$i(x) = 3^{(x-2)} - 1$

(e) $j(x) = e(x - 1) - 2$

$j(x) = \log_2(x)$



Boa Sorte



1ª Questão Considerando as funções $f(x) = x - 1$, $g(x) = x^2 + 2x - 3$ e $h(x) = x^3 - 3x$, determine:

a) O “coeficiente de Newton” no ponto $x = 2$ das funções $f(x)$ e $g(x)$.

$$\frac{h}{h} \text{ e } \frac{h^2 + 6h}{h}$$

b) As derivadas de $f(x)$ e $g(x)$ no ponto $x = 2$, usando à definição via limites.

$$f'(2) = 1 \text{ e } g'(2) = 6$$

c) A primeira derivada das funções $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$ no ponto $x = 2$, utilizando as propriedades das derivadas.

$$f'(2) = 1, g'(2) = 6 \text{ e } h'(2) = 9$$

d) A segunda derivada das funções $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$ no ponto $x = 2$, utilizando as propriedades das derivadas.

$$f''(2) = 0, g''(2) = 2 \text{ e } h''(2) = 12$$

e) O(s) ponto(s) crítico(s), caso exista(m), das funções $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$.

$$\emptyset, (-1, -4) \text{ e } (-1, 2), (1, -2)$$

f) Em qual(is) intervalo(s) as funções $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$ são crescente (e decrescente).

$$\text{Crescente: } I_f = \mathbb{R}, I_g = (-1, \infty) \text{ e } I_h = (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$$

g) O(s) ponto(s) de máximo/mínimo das funções $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$, caso exista(m).

$$\text{Máx: } M_f = \emptyset, M_g = \emptyset \text{ e } M_h = (-1, 2), \text{ Mim: } m_f = \emptyset, m_g = (-1, -4) \text{ e } m_h(1, -2)$$

h) Esboce os gráficos das funções $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$.

2ª Questão Calcule as derivadas das funções abaixo nos pontos dados, usando as propriedades das derivadas:

a) $a(x) = x^7 - 3x^6 + x^5 - 2x^4 + x^3 - 3x^2 + x - 1$ no ponto $x = 1$ -16

b) $b(x) = \frac{x^7}{7} - \frac{7}{x}$ no ponto $x = -1$ 8

c) $c(x) = \frac{x^3 - x^2}{x - 1}$ no ponto $x = -1$ -2

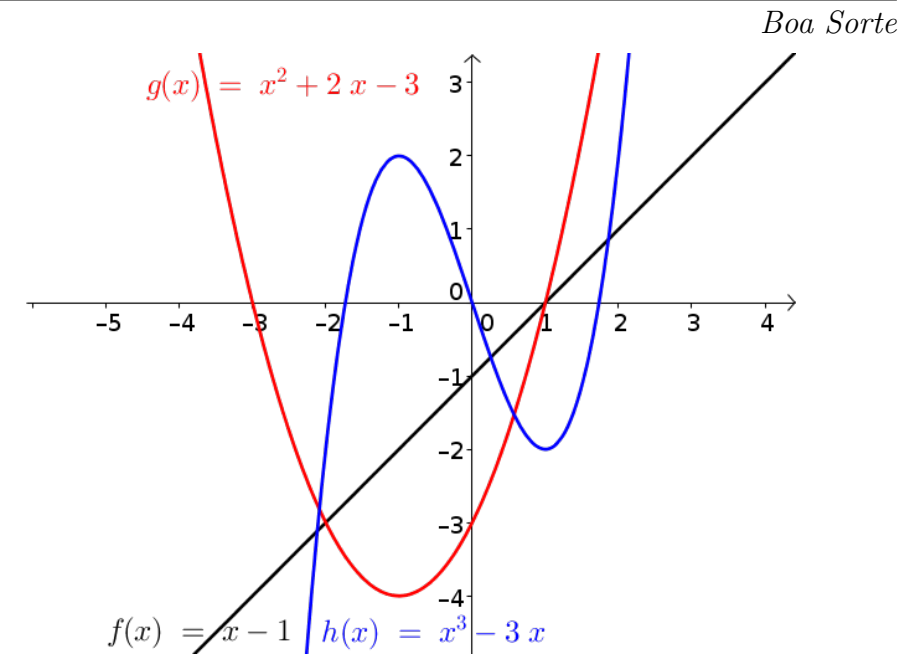
d) $d(x) = (x^3 - x^2)(x - 1)$ no ponto $x = 1$ 0

e) $e(x) = 5e^{(2x - 4)}$ no ponto $x = 2$ 10

f) $f(x) = x \cdot \ln(x - 1)$ no ponto $x = 2$ 2

g) $g(x) = \frac{x + 3}{e^{(x^2 - 9)}}$ no ponto $x = -3$ 1

h) $h(x) = \sqrt{e^{\ln(4x^2 + 4x + 1)}}$ no ponto $x = 0$ 2



Algumas aplicações: <http://www.lce.esalq.usp.br/aulas/lce164/MODMAT.pdf>

Tabela de Derivadas ¹

a) $[k]' = k$	e) $[g.h]' = g'.h + g.h'$	h) $[b^x]' = b^x \ln(b)$	²
b) $[x^k]' = k.x^{(k-1)}$	f) $\left[\frac{g}{h}\right]' = \frac{g'.h - g.h'}{h^2}$	i) $[\ln(x)]' = \frac{1}{x}$	
c) $[g \pm h]' = g' \pm h'$	g) $[e^x]' = e^x$	j) $[\ln_b(x)]' = \frac{1}{x \ln(b)}$	³
d) $[k.g(x)]' = k.g'(x)$			

¹Considere g e h funções, g' e h' derivadas de g e h , e as constantes $k \in \mathbb{R}$, $b > 0$ e $b \neq 1$

²Mudança de base: $b^x = e^{\ln(b^x)} = e^{x \ln(b)}$

³Mudança de base de logaritmo: $\ln_b(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(b)}$



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio



1ª Prova

Matemática Aplicada à Tecnologia

Prof.: Sérgio Data: 21/Mar/2016

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 15.2

Turma(s):

Matrícula:

Observações: Use a constante \textcircled{S} como sendo igual a

1ª Questão Considerando o conjunto $A = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4\}$ e as relações:

$\mathcal{R}_1 = \{(x, y) \in A \times A / y = x^2 - \textcircled{S} + 1\}$ e $\mathcal{R}_2 = \{(x, y) \in A \times A / x = |y| - \textcircled{S} + 2\}$,

de A em A . Determine:

i) O conjunto imagem da relação \mathcal{R}_1 :

(a) $\{-3, -2, 1\}$ (d) $\{-4, 1\}$ (g) $\{-2, -1, 2\}$ (j) $\{2, 3\}$

(b) $\{-1, 0, 3\}$ (e) $\{-4, -1, 4\}$ (h) $\{-2, 3\}$ (k) $\{1, 2\}$

(c) $\{-3, 2\}$ (f) $\{0, 1, 4\}$ (i) $\{-4, -3, 0\}$ (l) NDA

ii) O conjunto domínio da relação \mathcal{R}_2 :

(a) $\{1, 2, 3, 4\}$ (e) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ (i) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

(b) $\{3, 4\}$ (f) $\{-4, -3, -2, -1\}$ (j) $\{-4, -3\}$

(c) $\{-3, -2, -1, 0, 1\}$ (g) $\{2, 3, 4\}$ (k) $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$

(d) $\{-4, -3, -2, -1, 0\}$ (h) $\{-4, -3, -2\}$ (l) NDA

iii) Assinale com a letra **V** para VERDADEIRO ou a letra **F** para FALSO, justificando cada um dos itens abaixo:

(a) () O par $(1, (2 - \textcircled{S})) \in \mathcal{R}_1$. (d) () O par $((\textcircled{S} - 6), -2) \in \mathcal{R}_2$.

(b) () O conjunto \mathcal{R}_1 possui apenas 5 elementos (pares). (e) () O conjunto \mathcal{R}_2 possui menos do que 7 elementos (pares).

(c) () \mathcal{R}_1 é uma função. (f) () \mathcal{R}_2 é uma função.

2ª Questão Considere as seguintes funções abaixo:

$$a(x) = x + (\textcircled{S} - 5) \quad , \quad b(x) = |a(x)| - 1$$

$$c(x) = [a(x)]^2 - 1 \quad \text{e} \quad d(x) = 5[a(x)] - 2$$

i) Faça um esboço do gráfico, marcando as raízes, das funções:

(a) $b(x)$

(b) $c(x)$

ii) Determine qual a solução, caso exista, da equação $d(x) = 3$.

(a) 4 (c) 2 (e) 7 (g) -1 (i) 5 (k) -3

(b) 0 (d) -2 (f) 6 (h) 3 (j) 1 (l) NDA

iii) Encontre o conjunto solução da inequação $c(x) \leq 3$.

(a) $[-1, 3]$ (d) $[-3, 1]$ (g) $[-6, -2]$ (j) $[1, 5]$

(b) $[3, 7]$ (e) $[-5, -1]$ (h) $[2, 6]$ (k) $[-4, 0]$

(c) $[-2, 2]$ (f) $[4, 8]$ (i) $[0, 4]$ (l) NDA

Boa Sorte

Matemática Aplicada à Tecnologia

1ª Prova - 15.2

Data: 21/Mar/2016

Prof.: Sérgio

Turma(s): - Noite

Nome:

Matrícula:

Assinatura



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio



2ª Prova

Matemática Aplicada à Tecnologia

Prof.: Sérgio Data: 02/Maio/2015

Curso: Nome:

Turno: Noite

Período: 15.2

Turma(s):

Matrícula:

Observações: Use a constante \textcircled{S} como sendo igual a

1ª Questão Dada a função $f(x) = (x - \textcircled{S} + 5)^2 - 4$. Determine:

1. O limite $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h}$.

- (a) 6 (c) 2 (e) -6 (g) 10 (i) 4 (k) 0
(b) 12 (d) -8 (f) -2 (h) 8 (j) -4 (l) NDA

2. O valor da segunda derivada da função $f(x)$ no ponto $x = \textcircled{S}$ (ou seja $f''(\textcircled{S})$), utilizando as propriedades das derivadas é:

- (a) 0 (c) 2 (e) -1 (g) 7 (i) 3 (k) 6
(b) 4 (d) 5 (f) 8 (h) 9 (j) 1 (l) NDA

3. Qual dos pontos abaixo é o ponto crítico da função $f(x)$:

- (a) $(-2, -4)$ (c) $(-4, -4)$ (e) $(1, -4)$ (g) $(-3, -4)$ (i) $(0, -4)$ (k) $(-5, -4)$
(b) $(3, -4)$ (d) $(-1, -4)$ (f) $(2, -4)$ (h) $(4, -4)$ (j) $(-6, -4)$ (l) NDA

4. Em qual dos intervalos abaixo, a função $f(x)$ é crescente.

- (a) $(4, \infty)$ (c) $(-6, \infty)$ (e) $(-5, \infty)$ (g) $(2, \infty)$ (i) $(-2, \infty)$ (k) $(0, \infty)$
(b) $(3, \infty)$ (d) $(-3, \infty)$ (f) $(-4, \infty)$ (h) $(1, \infty)$ (j) $(-1, \infty)$ (l) NDA

5. Esboce o gráfico da função $f(x)$.

2ª Questão Calcule as derivadas das funções abaixo nos pontos dados, usando as propriedades das derivadas:

1. A derivada de $a(x) = x^4 - 2x^3 + 5x^2 + (\textcircled{S} - 5)x$ no ponto $x = 1$, ou seja, o valor de $a'(1)$ é:

- (a) 6 (c) 10 (e) 2 (g) 7 (i) 12 (k) 4
(b) 9 (d) 5 (f) 11 (h) 8 (j) 3 (l) NDA

2. A derivada de $b(x) = \frac{x^3 - x^2}{x - 1}$ no ponto $x = (10 - \textcircled{S})$ é:

- (a) 16 (c) 12 (e) 22 (g) 6 (i) 18 (k) 2
(b) 8 (d) 4 (f) 20 (h) 14 (j) 10 (l) NDA

3. A derivada de $c(x) = (\textcircled{S} + 1) \cdot e^{(x^3+1)}$ no ponto $x = -1$ é:

- (a) 12 (c) 30 (e) 15 (g) 9 (i) 27 (k) 6
(b) 21 (d) 3 (f) 24 (h) 0 (j) 18 (l) NDA

4. A derivada de $d(x) = (x^2) \cdot \ln(x - \textcircled{S})$ no ponto $x = (\textcircled{S} + 1)$ é:

- (a) 36 (c) 4 (e) 49 (g) 100 (i) 0 (k) 81
(b) 64 (d) 9 (f) 1 (h) 25 (j) 16 (l) NDA

5. A derivada de $e(x) = (2x^2 - 2\textcircled{S}x - 1)^4$ no ponto $x = \textcircled{S}$ é:

- (a) -56 (c) -8 (e) 8 (g) -72 (i) 0 (k) -48
(b) -24 (d) -32 (f) -40 (h) -64 (j) -16 (l) NDA

Boa Sorte

- a) $[x^n]' = n \cdot x^{(n-1)}$ c) $[k \cdot g(x)]' = k \cdot g'(x)$ e) $\left[\frac{g}{h}\right]' = \frac{g' \cdot h - g \cdot h'}{h^2}$ g) $[\ln(x)]' = \frac{1}{x}$
b) $[g \pm h]' = g' \pm h'$ d) $[g \cdot h]' = g' \cdot h + g \cdot h'$ f) $[e^x]' = e^x$ h) $[g(h)]' = g'(h)h'$

Observação: Escolha apenas 6 itens dos 10 itens desta prova.

Matemática Aplicada à Tecnologia

2ª Prova - 15.2

Data: 02/Maio/2015

Prof.: Sérgio

Turma(s): - Noite

Nome:

Matrícula:

Assinatura