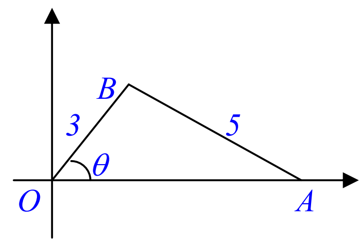
UFPB – CCEN – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

LISTA DE EXERCÍCIOS – CÁLCULO I

1) Uma escada de $8\ m$ está encostada em uma parede. Se a extremidade inferior da escada for afastada do pé da parede a uma velocidade constante de $2\ m/s$, com que velocidade a extremidade superior estará descendo no instante em que a inferior estiver a $3\ m$ da parede?

2) Suponha que os comprimentos dos segmentos AB e OB sejam, respectivamente, $5\ cm$ e $3\ cm$. Suponha, ainda, que θ esteja variando a uma taxa constante de $0,5\ rd/s$. Determine a velocidade de A, quando $\theta = \pi/2\ rd$.



3) A base x e a altura y de um retângulo estão variando com o tempo. Em um dado instante, x mede $3\ cm$ e cresce a uma taxa de $2\ cm/s$, enquanto y mede $4\ cm$ e decresce a uma taxa de $1 cm/s$. Determine, nesse instante a taxa de variação da área A do retângulo em relação ao tempo.

4) Um ponto se move sobre a curva $y = x^5 \quad , x > 0$. Determine o ponto da curva onde a taxa de variação de *y* relação ao tempo *t* é o triplo da de *x* com relação ao tempo *t.*

5) Deve-se esvaziar um balão esférico de tal modo que seu raio diminua a uma taxa de 15 *cm/min.* Com que rapidez deve o mesmo ser esvaziado no instante em que seu raio medir 9 *cm* ?

6) Um ponto P move-se sobre a parábola $x = y^2$, $x > 0$, $y > 0$. A abscissa *x* está variando com uma aceleração que, em cada instante, é o dobro do quadrado da velocidade da ordenada *y.* Mostre que a ordenada está variando com aceleração constante.

7) Um canal de drenagem é construído de modo que a seção transversal seja um trapézio cuja base e laterais meçam 2*m*. Determine quanto deve ser o ângulo θ de inclinação das laterais de modo que a área da seção transversal seja máxima. Resp. $\theta = 60°$.

8) A parte superior de uma janela é um semicírculo de raio ***r*** e a parte inferior é um retângulo de perímetro 4 *m.* Determine o raio do semicírculo de modo que a área total da janela seja máxima. Resp. $r = \dfrac{4}{4 - \pi}$

9) Deseja-se construir um tanque de base quadrada, sem tampa, que comporte $32 m^3$ de água. Se o objetivo é usar a menor quantidade possível de cimento no revestimento das paredes do tanque, quais deverão ser as medidas da largura, comprimento e profundidade do tanque?

10) Determine o raio da base de uma lata de cerveja cilíndrica de volume 0,5 litros ($500 cm^3$) de modo que o material gasto na fabricação da lata seja mínimo.

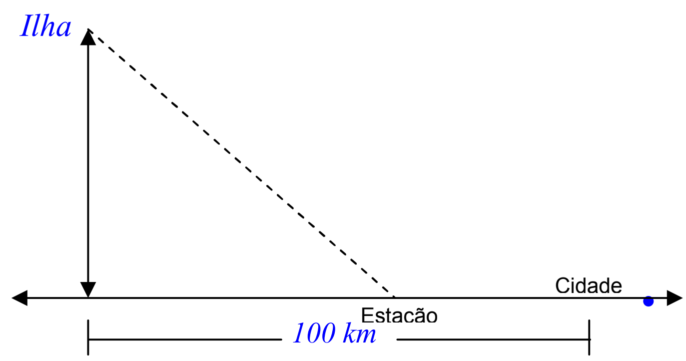
11) Uma caixa sem tampa deve ser construída com base quadrada e área total constante *C*. Determinar as dimensões da caixa de modo que seu volume seja máximo.

12) Determinar o volume máximo de um cilindro circular reto que pode ser inscrito num cone de altura $12\ cm$ e raio da base $4\ cm$, sabendo-se que os eixos do cilindro e do cone coincidem.

13) Determinar o ponto do gráfico da hipérbole $xy = 1$ que está mais próximo da origem.

14) Encontre o volume do maior cone circular reto que pode ser inscrito em uma esfera de raio *r*.

15) Uma agência de turismo está organizando um serviço de barcas, de uma ilha situada a $40\ km$ de uma costa quase reta, para uma cidade que dista $100\ km$, como mostra a figura a seguir. Se a barca tem uma velocidade de $18\ km/h$, e os carros tem uma velocidade média de $50\ km/h$, onde deverá estar situada a estação das barcas a fim de tornar a viagem a mais rápida possível?



16) Qual é o retângulo de perímetro máximo inscrito no círculo de raio $12\ cm$?

17) Um canhão, situado no solo, é posto sob um ângulo de inclinação α. Seja L o alcance do canhão, dado por $L = \frac{2v^2}{g} sen\,\alpha . cos\,\alpha$, onde v e g são constantes. Para que ângulo o alcance é máximo?

18) Achar dois números positivos cuja soma seja 70 e cujo produto seja o maior possível?

19)Esboce o gráfico das curvas abaixo:

$a)\ y = \frac{x^2 + 2}{x - 3}$

$b)\ y = \frac{x^2 - 1}{x}$

$c)\ y = \frac{-x^3 + x^2 + 4}{x^2}$

$d)\ y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}}$

$e)\ y = x^4 - 12x^3 + 48x^2 - 64x$

$f)\ y = \frac{2x}{x^2 - 1}$

$g)\ y = xe^{-x}$

$h)\ y = e^x - x$

20)Calcule os limites:

$a)\ \lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^x$

$b)\ \lim_{x \to 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x - 1}\right)$

$c)\ \lim_{x \to 1} \left(\frac{\ln x}{x^2 - 1}\right)$

$d)\ \lim_{x \to 0^+} (e^x + x)^{1/x}$

$e)\ \lim_{x \to \infty} x^{1/x}$

$f)\ \lim_{x \to 0^+} x^{sen\,x}$