

Provas de Matemática Básica I

Período 2001.1

Sérgio de Albuquerque Souza

10 de janeiro de 2013



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



1ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 29/Mai/2001

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 01.1 Turma: 02

Matrícula:

Obs.: Considere a constante \mathcal{K} como sendo o último número da sua matrícula ↑↑↑

1ª Questão (2,0) Dados os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ e $B = \{\text{alfabeto}\}$

- a) A relação $\mathcal{R} = \{(1, m), (2, a), (3, t), (4, e), (5, m), (\mathcal{K}, a), (7, t), (8, i), (9, c), (0, a)\}$ é uma função? (Justifique). Estabeleça o domínio e a imagem desta relação;
- b) Encontre uma relação \mathcal{L} entre os conjuntos B e A com $e \text{ } im(\mathcal{L}) = \{\text{pares}\}$ e $dom(\mathcal{L}) = \{\text{letras do seu primeiro nome}\}$. É possível que \mathcal{L} seja uma função?

2ª Questão (2,0) Dadas as funções $a(x) = x + 1$ e $b(x) = \frac{(\mathcal{K} + 1)}{x} + (\mathcal{K} + 1)$, resolva as seguintes equações:

- a) $a(x) = b(x)$
- b) $a[b(x)] = -2x - 1$

3ª Questão (3,0) Em uma fábrica de componentes eletrônicos, suponha que o custo fixo de produção de um determinado componente seja de U\$ 5.400,00 e o custo variável seja de $\frac{2\mathcal{K} + 5}{2}$ dólares por unidade.

- a) Qual o custo médio para a produção de 3.000 componentes? Determine a função custo médio $C_m(x)$.
- b) Se cada componente for vendido ao preço de $(10 + \mathcal{K})$ dólares. Qual é o ponto de equilíbrio?
- c) Quantos componentes devem ser vendidos para que a fábrica obtenha um lucro igual à U\$ 5.400,00?

4ª Questão (3,0) Uma fábrica de peças para automóveis, tem uma demanda dada pela função $d(x) = 14(15 - \mathcal{K}) - x$, onde x é o número de **dezenas** de peças.

- a) Qual é a função receita $R(x)$ (em U\$) desta fábrica?
- b) Qual é a receita desta fábrica, para uma demanda de 300, 450, 500, 650 e 800 peças?
- c) Qual será a quantidade de peças a ser produzidas pela fábrica, para que a receita seja de $(10.400 - 1.120\mathcal{K})$ dólares?



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



1ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 29/Mai/2001

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 01.1 Turma: 05

Matrícula:

Obs.: Considere a constante \mathcal{K} como sendo o último número da sua matrícula ↑↑↑

1ª Questão (2,0) Dados os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ e $B = \{\text{alfabeto}\}$

- a) A relação $\mathcal{R} = \{(1, m), (2, a), (\mathcal{K}, t), (4, e), (5, m), (6, a), (7, t), (8, i), (9, c), (0, a)\}$ é uma função? (Justifique). Estabeleça o domínio e a imagem desta relação;
- b) Encontre uma relação \mathcal{S} entre os conjuntos A e B com $\text{dom}(\mathcal{S}) = \{\text{pares}\}$ e $\text{im}(\mathcal{S}) = \{\text{letras do seu primeiro nome}\}$. É possível que \mathcal{S} seja uma função?

2ª Questão (2,0) Dadas as funções $a(x) = x + 1$ e $b(x) = \frac{(\mathcal{K} + 2)}{x} + (\mathcal{K} + 2)$, resolva as seguintes equações:

- a) $a(x) = b(x)$
- b) $b[a(x)] = \mathcal{K} + 1$

3ª Questão (3,0) Em uma fábrica de componentes eletrônicos, suponha que o custo fixo de produção de um determinado componente seja de U\$ 5.400,00 e o custo variável seja de $\frac{2\mathcal{K} + 3}{2}$ dólares por unidade.

- a) Qual o custo médio para a produção de 3.000 componentes? Determine a função custo médio $C_m(x)$.
- b) Se cada componente for vendido ao preço de $(4 + \mathcal{K})$ dólares. Qual é o ponto de equilíbrio?
- c) Quantos componentes devem ser vendidos para que a fábrica obtenha um lucro igual à U\$ 5.400,00?

4ª Questão (3,0) Uma fábrica de peças para automóveis, tem uma demanda dada pela função $d(x) = 20(\mathcal{K} + 5) - x$, onde x é o número de **dezenas** de peças.

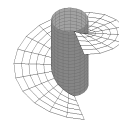
- a) Qual é a função receita $R(x)$ (em U\$) desta fábrica?
- b) Qual é a receita desta fábrica, para uma demanda de 300, 450, 500, 650 e 800 peças?
- c) Qual será a quantidade de peças a ser produzidas pela fábrica, para que a receita seja de $(1.800\mathcal{K} + 900)$ dólares?



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



2ª Prova

Matemática Básica I (Pré-prova)

Prof.: Sérgio Data: 20/Jun/2001

Turno: M+N

Curso: Nome:

Período: 01.1

Turma(s):

Matrícula:

1ª Questão Dados os conjuntos $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

- a) A relação $\mathcal{R} = \{(a, 1), (b, 1), (c, 2), (d, 3), (e, 1), (f, 5), (b, 2)\}$ é uma função? (Justifique). Estabeleça o domínio e a imagem desta relação;
- b) Encontre uma relação \mathcal{S} entre os conjuntos A e B com $\text{dom}(\mathcal{S}) = \{\text{vogais}\}$ e $\text{im}(\mathcal{S}) = \{\text{pares}\}$. É possível que \mathcal{S} seja uma função? (Justifique)
- c) Encontre uma relação \mathcal{L} entre os conjuntos B e A com $\text{dom}(\mathcal{L}) = \{\text{pares}\}$ e $\text{im}(\mathcal{L}) = \{\text{vogais}\}$. É possível que \mathcal{L} seja uma função? (Justifique)

2ª Questão Dadas as funções $a(x) = x - 1$, $b(x) = x^2 + 2x$ e $c(x) = \frac{1}{x} - 1$, resolva as seguintes equações:

a) $b[a(x)] = 3$

$R: x_1 = -2 \text{ e } x_2 = 2$

b) $a[b(x)] = 2$

$R: x_1 = -3 \text{ e } x_2 = 1$

c) $a(x) = b(x) - 1$

$R: x_1 = 0 \text{ e } x_2 = -1$

d) $c(x) = a(x)$

$R: x_1 = -1 \text{ e } x_2 = 1$

3ª Questão Em uma fábrica de componentes eletrônicos, suponha que o custo fixo de produção de um determinado componente seja de U\$ 5.400,00 e o custo variável seja de U\$ 7,50 por unidade.

- a) Qual é a função custo total $Ct(x)$ (custo fixo + custo variável)?

b) Qual é o custo total para a produção dos 3.000 componentes?

R: U\$ 27.900,00

c) Qual o custo médio para a produção de 3.000 componentes? Determine a função custo médio $C_m(x)$?

R: U\$ 9,30

d) Se cada componente for vendido ao preço de U\$ 12,00 por unidade. Qual é a receita da venda de 3.000 componentes? Determine a função receita $R(x)$?

R: U\$ 36.000,00

e) Qual é o ponto de equilíbrio, isto é, qual o valor para x onde $Ct(x) = R(x)$?

R: 1.200 peças

f) Qual o lucro da fábrica se for vendidos os 3.000 primeiros componentes?

R: U\$ 8.100,00

g) Qual é a função lucro total $L(x)$ (receita - custo total)?

h) Qual o lucro médio para a venda de 3.000 componentes? Determine a função lucro médio $L_m(x)$?

R: U2,70

4ª Questão Uma fábrica de peças para automóveis, tem uma demanda dada pela função $d(x) = 110 - x$, onde x é o número de centenas de peças.

a) Qual é a função receita (em U\$) desta fábrica $R(x)$ (quantidade.demanda = $x.d(x)$)?

b) Qual é a receita desta fábrica, para uma produção de 3000, 4000, 5000, 6000 e 7000 peças?

R: 2.400, 2.800, 3.000, 3.000, 2.800

c) Qual será a quantidade de peças a ser produzidas pela fábrica, para que a receita seja U\$ 2.989,00

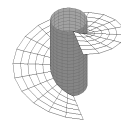
R: 49 e 61 peças



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



2ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 28/Jun/2001

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 01.1 Turma: 02

Matrícula:

1ª Questão (2,0) Resolver as equações:

a) $\log_{\left(\frac{1}{x-\mathcal{K}+9}\right)} \left(\frac{1}{11-\mathcal{K}}\right)^2 = 2$ b) $\frac{\left(\frac{1}{9}\right)^2}{3^x} = 9^x \sqrt{3^{(2\mathcal{K}+1)}}$

2ª Questão (2,0) Considere $C(x) = -x^2 - 2x(\mathcal{K} - 1) + 4\mathcal{K}$ como sendo a função *custo total* (em **milhões** de dólares) de uma determinada empresa, determine o custo fixo, o custo máximo (vértice) e trace o gráfico da função $C(x)$.

3ª Questão (2,0) Na função $L(x) = -(1/2)^{(x-6-K)} + 2^{(5-K)}$ *lucro total* de uma fábrica, determine o ponto de equilíbrio (em **centenas** de unidades) e esboce o gráfico de $L(x)$.

4ª Questão (2,0) Esboce o gráfico e determine para qual valor (em dólares) o *custo médio* $CM(x) = \frac{1}{x+2} + 10 - \mathcal{K}$ se aproxima, quando a produção aumenta.

5ª Questão (2,0) Se a função $R(x) = \log_{(\mathcal{K}+4)} (x + \mathcal{K} + 4) - 2$ representa a função *receita* (em **milhares** de dólares) de uma determinada empresa, a partir de quantas unidades vendidas a empresa terá uma receita superior a U\$ 1.000,00. Esboce o gráfico de $R(x)$.

Observações:

- a) Considere a constante \mathcal{K} como sendo o último número da sua matrícula;
- b) Em todos os gráficos desta prova, encontrar caso existam, os pontos do gráfico que "cortam" os eixos x e y .

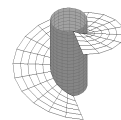
Boa Sorte



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



2ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 28/Jun/2001

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 01.1 Turma: 05

Matrícula:

1ª Questão (2,0) Resolver as equações:

a) $\log_{(x-\mathcal{K}+9)}(11 - \mathcal{K})^2 = 2$ b) $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{2^x} = 4^x \sqrt{2^{(2\mathcal{K}-1)}}$

2ª Questão (2,0) Considere $C(x) = x^2 + 2(\mathcal{K} + 1)x + (2\mathcal{K} + 1)$ como sendo a função *custo total* (em **milhares** de dólares) de uma determinada empresa, determine o custo fixo, o custo mínimo (vértice) e trace o gráfico da função $C(x)$.

3ª Questão (2,0) Na função $L(x) = \log_{(\mathcal{K}+2)}(x + \mathcal{K} + 2) - 2$ *lucro total* de uma fábrica, determine o ponto de equilíbrio (em **centenas** de unidades) e esboce o gráfico de $L(x)$.

4ª Questão (2,0) Esboce o gráfico e determine para qual valor (em dólares) o *custo médio* $CM(x) = \frac{1}{x+1} + \mathcal{K} + 2$ se aproxima, quando a produção aumenta.

5ª Questão (2,0) Se a função $R(x) = 2^{(x-\mathcal{K}-5)} - 4$ representa a função *receita* (em **milhões** de dólares) de uma determinada empresa, a partir de quantas unidades vendidas a empresa terá uma receita superior a U\$ 4.000.000,00. Esboce o gráfico de $R(x)$.

Observações:

- a) Considere a constante \mathcal{K} como sendo o último número da sua matrícula;
- b) Em todos os gráficos desta prova, encontrar caso existam, os pontos do gráfico que "cortam" os eixos x e y .

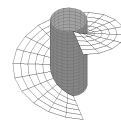
Boa Sorte



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



2ª Prova

Matemática Básica I (Pré-prova)

Prof.: Sérgio Data: 20/Jun/2001

Turno: M+N

Curso: Nome:

Período: 01.1

Turma(s):

Matrícula:

1ª Questão Completar os quadrados de:

a) $a(x) = x^2 + 4x + 1$

R: $(x+2)^2 - 3$

b) $b(x) = x^2 + 3x + 2$

R: $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$

c) $c(x) = -2x^2 + 4x - 3$

R: $-2(x-1)^2 - 1$

2ª Questão Resolver as equações:

a) $\log_{(3/9)} \frac{81}{3} = x$

R: $x = -3$

b) $\log_x(x+6) = 2$

R: $x = 3$

c) $\frac{8^2}{2^x} = 4^x \sqrt{2}$

R: $x = \frac{11}{6}$

3ª Questão Dadas as funções *custo total* $C_*(x)$ (em milhares de dólares) abaixo, determine o custo fixo e trace os gráficos das funções.

a) $C_0(x) = x^2 + 2x + 4$

R: US\$ 4.000,00 & parábola

b) $C_1(x) = \frac{x+4}{x+2}$

R: US\$ 2.000,00 & hipérbole

c) $C_2(x) = \log_3(x+3) + 4$

R: US\$ 5.000,00 & logaritmo

d) $C_3(x) = 2^{(x-1)} + 1$

R: US\$ 1.500,00 & exponencial

4ª Questão Nas funções *lucro total* $L_*(x)$ dadas abaixo, determine o ponto de equilíbrio (receita = custo, ou lucro = 0) e esboce os gráficos.

a) $L_0(x) = -x^2 + x + 2$

$R: x = 2$ é parábola

b) $L_1(x) = \frac{x-3}{x}$

$R: x = 3$ é hipérbole

c) $L_2(x) = \log_4(x+2) - 1$

$R: x = 2$ é logaritmo

d) $L_3(x) = -\left(\frac{1}{3}\right)^{(x-2)} + 3$

$R: x = 1$ é exponencial

5ª Questão Dadas as funções *custo médio* $CM_*(x)$ abaixo, esboce o gráfico e determine para qual valor (em dólares) o custo médio se aproxima quando a produção aumenta.

a) $CM_1(x) = -\frac{1}{x+2} + 4$

$R: x \rightsquigarrow \text{US\$ } 4,00$ é hipérbole

b) $CM_2(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{(x+4)} + 3$

$R: x \rightsquigarrow \text{US\$ } 3,00$ é exponencial

6ª Questão Se as funções abaixo representam a função *receita* $R_*(x)$ (em milhões de dólares) de uma determinada empresa, a partir de quantos milhares de unidades vendidas a empresa terá uma receita superior a US\$ 2.000.000,00 (ou seja $R(x) > 2$). (Esboçar os gráficos)

a) $R_0(x) = x^2 - 6x + 2$

$R: x > 6.000$ unidades é parábola

b) $R_1(x) = -\frac{1}{x} + 4$

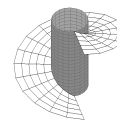
$R: x > 500$ unidades é hipérbole

c) $R_2(x) = \log_3(x-2) + 1$

$R: x > 5.000$ unidades é logaritmo

d) $R_3(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^{(x-4)} + 3$

$R: x > 4.000$ unidades é exponencial



3ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 26/Jul/2001

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 01.1 Turma: 02

Matrícula:

1ª Questão (4,0) Seja $a(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} + (\mathcal{K} - 5) & \text{se } x \leq -2 \\ x^2 + (3 - \mathcal{K})x - 2(\mathcal{K} - 1) & \text{se } -2 < x \leq \mathcal{K} \\ x - \mathcal{K} & \text{se } x > \mathcal{K} \end{cases}$

- a) Faça o gráfico de $a(x)$;
- b) Determine os seguintes limites: $\lim_{x \rightarrow -2} a(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0} a(x)$ e $\lim_{x \rightarrow \mathcal{K}} a(x)$;
- c) A função $a(x)$ é contínua em $x = -2$ e $x = \mathcal{K}$? (Justifique)
- d) Determine $\lim_{x \rightarrow \infty} a(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} a(x)$.

2ª Questão (3,0) Calcule, caso exista, os seguintes limites:

- a) $\lim_{x \rightarrow (10-\mathcal{K})} \frac{x^2 - 2(10 - \mathcal{K})x + (10 - \mathcal{K})^2}{x - (10 - \mathcal{K})}$
- b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - x^3}{x^4 - x^{\mathcal{K}} + 2}$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} b(x)$, onde $b(x) = \begin{cases} x^2 + (10 - \mathcal{K}) & \text{se } x > 0 \\ -x^2 + (10 - \mathcal{K}) & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$ (Justifique)

3ª Questão (2,0) Determinar o(s) valor(es) de $\alpha \in \mathbb{R}$, que transformam a função $c(x) = \begin{cases} -x^2 - \mathcal{K} - 1 & \text{se } x > 2 \\ 2x - \alpha^2 - \mathcal{K} & \text{se } x \leq 2 \end{cases}$ em uma função contínua no ponto $x = 2$. (Justifique)

4ª Questão (1,0) Se $g(x) = x^2 - 2x - 2$, calcule $\lim_{x \rightarrow (10-\mathcal{K})} \frac{g(x) - g(10 - \mathcal{K})}{x - (10 - \mathcal{K})}$.



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



3ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 26/Jul/2001

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 01.1

Turma: 05

Matrícula:

1ª Questão (4,0) Seja $a(x) = \begin{cases} 3^{(x-\mathcal{K})} & \text{se } x \leq -2 \\ x^2 + (2 - \mathcal{K}).x - 2.\mathcal{K} & \text{se } -2 < x \leq \mathcal{K} \\ -x + \mathcal{K} & \text{se } x > \mathcal{K} \end{cases}$

- a) Faça o gráfico de $a(x)$;
- b) Determine os seguintes limites: $\lim_{x \rightarrow -2} a(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0} a(x)$ e $\lim_{x \rightarrow \mathcal{K}} a(x)$;
- c) A função $a(x)$ é contínua em $x = -2$ e $x = \mathcal{K}$? (Justifique)
- d) Determine $\lim_{x \rightarrow \infty} a(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} a(x)$.

2ª Questão (3,0) Calcule, caso exista, os seguintes limites:

- a) $\lim_{x \rightarrow (\mathcal{K}+1)} \frac{x^2 - 2.(\mathcal{K} + 1).x + (\mathcal{K} + 1)^2}{x - (\mathcal{K} + 1)}$
- b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - x^3}{x^4 - x^{\mathcal{K}} + 2}$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} b(x)$, onde $b(x) = \begin{cases} x^2 + (5 - \mathcal{K}) & \text{se } x \leq 0 \\ -x^2 + (5 - \mathcal{K}) & \text{se } x > 0 \end{cases}$ (Justifique)

3ª Questão (2,0) Determinar o(s) valor(es) de $\alpha \in \mathbb{R}$, que transformam a função $c(x) = \begin{cases} -x^2 - \mathcal{K} - 1 & \text{se } x > 1 \\ 2x - \alpha^2 - \mathcal{K} & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$ em uma função contínua no ponto $x = 1$. (Justifique)

4ª Questão (1,0) Se $g(x) = x^2 - 2x - 2$, calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(\mathcal{K} + x) - g(\mathcal{K})}{x}$.

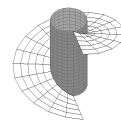
Boa Sorte



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



3ª Prova

Matemática Básica I (Pré-prova)

Prof.: Sérgio Data: 17/Jul/2001

Turno: M+N

Curso: Nome:

Período: 01.1

Turma(s):

Matrícula:

1ª Questão Considere as funções: $a(x) = \begin{cases} x^2 - x - 6 & \text{se } x \leq -2 \\ x + 2 & \text{se } -2 < x \leq 2 \\ 3 & \text{se } x > 2 \end{cases}$ e

$$b(x) = \begin{cases} 3^x & \text{se } x \leq 0 \\ \log_3(x+1) + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

a) Faça os gráficos de $a(x)$ e $b(x)$;

b) Determine $\lim_{x \rightarrow -2} a(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2} a(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0} b(x)$;

R: 0, 2, 1

c) A função $a(x)$ é contínua em $x = -2$ e $x = 2$? (Justifique) A função $b(x)$ é contínua em $x = 0$? (Justifique)

R: sim, não e sim

d) Determine $\lim_{x \rightarrow \infty} a(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} a(x)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} b(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} b(x)$.

R: 3, ∞ , ∞ , 0

2ª Questão Calcule, caso exista, os seguintes limites:

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$ R: 0

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - x^3}{x^3 - \frac{1}{2}x^4 + 2}$ R: -6

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} - 2$ R: -2

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x^3}{x^4 - 2x^4 + 2}$ R: 0

e) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$, onde $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{se } x > -2 \\ x^2 + 5 & \text{se } x \leq -2 \end{cases}$ (Justifique) R: 2

3ª Questão Determinar o(s) valor(es) de $\alpha \in \mathbb{R}$, que transformam a função

$$c(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{se } x > 1 \\ 2x - \alpha & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$$
 em uma função contínua no ponto $x = 1$. (Justifique)

R: $\alpha = 4$

4ª Questão Se $g(x) = x^2 - 2x - 1$ e $h(x) = -x - 1$.

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{h(x) - h(2)}{x - 2}$.

R: -1

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(2+x) - g(2)}{x}$.

R: 2

Observação: próxima prova dia 26 de julho de 2001 (terceira prova).

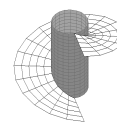
Boa Sorte



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



4ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 21/Ago/2001

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 01.1

Turma: 02

Matrícula:

1ª Questão (2,0) Encontre os **ponto(s) crítico(s)**, caso existam, das funções $f(x) = x^2 \cdot e^{(10-\mathcal{K})x-3}$ e $g(x) = \{\ln [x^2 - 2(\mathcal{K} + 1)x + (\mathcal{K} + 1)^2]\}^3$.

2ª Questão (3,0) Dada a função $m(x) = x^3 - 3(10 - \mathcal{K})x^2 + (200 - \mathcal{K})$:

- Determine os intervalos onde a função é **crescente**;
- Determine os intervalos onde a função tem **concavidade positiva**;
- Esboce o **gráfico** da função.

3ª Questão (3,0) Para a seguinte função de custo total $y_c = C(x) = 2x^2 - 4x + 2(20 - \mathcal{K})^2$.

- Encontre as funções **custo médio** \bar{y}_c , **custo marginal** e **custo médio marginal**;
- Ache o valor de **custo médio mínimo**¹ e verifique que neste ponto de mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais.

4ª Questão (3,0) A função de receita total de uma fábrica de automóveis é expressa pela equação $R(x) = -2x^2 - 4x(\mathcal{K} - 15)$;

- Qual é a **receita máxima**² que esta companhia pode esperar obter?
- Determine as funções de **receita média** e **receita marginal**?
- Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

Obs.: Considere a constante \mathcal{K} como sendo o último número da sua matrícula.

Prova	Data	Turma	Turno	Hora	Local
Final	28/Ago terça	02	Manhã	08:00	CCSA 204

Boa Sorte

¹Ponto de mínimo da função custo médio

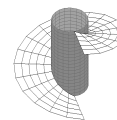
²Ponto de máximo da função receita



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



4ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 21/Ago/2001

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 01.1 Turma: 05

Matrícula:

1ª Questão (2,0) Encontre os **ponto(s) crítico(s)**, caso existam, das funções $f(x) = x \cdot e^{2x-5(10-\mathcal{K})}$ e $g(x) = \ln \{x^2 - 6(\mathcal{K} + 1)x\}^2$.

2ª Questão (3,0) Dada a função $m(x) = x^3 - 3(\mathcal{K} + 1)x^2 + (20 - \mathcal{K})$:

- a) Determine os intervalos onde a função é **crescente**;
- b) Determine os intervalos onde a função tem **concavidade positiva**;
- c) Esboce o **gráfico** da função.

3ª Questão (3,0) Para a seguinte função de custo total $y_c = C(x) = x^2 - 2x + (11 - \mathcal{K})^2$.

- a) Encontre as funções **custo médio** \bar{y}_c , **custo marginal** e **custo médio marginal**;
- b) Ache o valor de **custo médio mínimo**³ e verifique que neste ponto de mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais.

4ª Questão (3,0) A função de receita total de uma fábrica de automóveis é expressa pela equação $R(x) = -x^2 - 2x(\mathcal{K} - 11)$;

- a) Qual é a **receita máxima**⁴ que esta companhia pode esperar obter?
- b) Determine as funções de **receita média** e **receita marginal**?
- c) Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

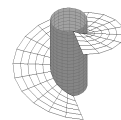
Obs.: Considere a constante \mathcal{K} como sendo o último número da sua matrícula.

Prova	Data	Turma	Turno	Hora	Local
Final	28/Ago terça	05	Noite	08:00	CCSA 204

Boa Sorte

³Ponto de mínimo da função custo médio

⁴Ponto de máximo da função receita



4ª Prova

Matemática Básica I (Pré-prova)

Prof.: Sérgio Data: 15/Ago/2001

Turno: M+N

Curso: Nome:

Período: 01.1

Turma(s):

Matrícula:

1 Algumas Aplicações das Derivadas na Administração e na Economia

1.1 CUSTO, CUSTO MÉDIO E CUSTO MARGINAL

Admitindo-se que o *custo total* y para se produzir e negociar x unidades de um artigo é uma função somente de x , então a função de custo total pode ser representada por $y_c = f(x)$.

São usadas funções de vários tipos para representar curvas de custo total. Em geral, as curvas de custo tem as seguintes propriedades:

- a) Quando nenhuma unidade é produzida, o custo total é igual a zero ou positivo, isto é, $f(0) \geq 0$. Se $f(0) > 0$, então $f(0)$ é o montante das despesas gerais ou dos custos fixos de produção.
- b) O custo total aumenta quando x aumenta e, portanto, $f'(x)$ é sempre positivo.
- c) O custo de produção de uma quantidade muito grande de qualquer artigo usualmente atinge um ponto no qual este aumenta a uma taxa crescente. Portanto, a curva de custo total é, normalmente, côncava para cima, isto é, $f''(x) > 0$. Entretanto, dentro de uma faixa limitada, a curva de custo total é, com frequência, côncava para baixo, correspondendo ao custo marginal decrescente.

Se a função de custo total é $f(x)$ então, o *custo médio* ou *por unidade* é

$$cm(x) = \bar{y}_c = \frac{y_c}{x} = \frac{f(x)}{x} \text{ e o custo marginal é } f'(x).$$

A primeira derivada do custo médio (o *custo médio marginal*) é $cm'(x) = \frac{xf'(x) - f(x)}{x^2}$

$$\text{Se } \boxed{cm'(x)=0} \Leftrightarrow xf'(x) - f(x) = 0, \text{ isto é, } f(x) = xf'(x) \Rightarrow \frac{f(x)}{x} = \boxed{f'(x)=cm(x)}$$

Portanto, o custo médio é mínimo para um valor de x , tal que o custo médio se iguale ao custo marginal; isto é, as curvas do custo médio e do custo marginal se interceptam no ponto de custo médio mínimo. Observe que se x existir, supõe-se que seu valor seja mínimo para o qual $cm'(x) = 0$, devido à terceira propriedade das curvas de custo mencionadas acima.

Para uma determinada curva de custo total, a existência deste mínimo pode ser testada da maneira usual.

1.2 ELASTICIDADE

A *elasticidade pontual* da função $y = f(x)$ no ponto x é a taxa de variação proporcional em y por unidade de variação em x :

$$\eta = \frac{Ey}{Ex} = \frac{\frac{dy}{y}}{\frac{dx}{x}} = \frac{x}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{x}{y} \cdot f'(x)$$

Observe que a elasticidade η de uma função é independente das unidades com as quais as variáveis são medidas. Isto resulta da definição de elasticidade, em termos de variações proporcionais, que são necessariamente independentes das unidades de medida.

A elasticidade pontual da demanda, oferta, custo, produtividade e outras funções é um importante conceito na teoria econômica.

1.3 RECEITA, RECEITA MARGINAL E ELASTICIDADE DE DEMANDA

Para qualquer função demanda dada $y = f(x)$ onde y é o preço por unidade e x é o número de unidades; a *receita total* R é o produto de x por y , isto é, $R = x \cdot y = x \cdot f(x)$

A *receita marginal* em relação à demanda é a derivada da receita total em relação a x , ou seja, $R'(x)$ e é, portanto, a taxa de variação na receita em relação à variação na demanda.

Observe que a *receita média*, ou a *receita por unidade*, representa também o preço por unidade y - isto é, a curva de receita média e a curva de demanda são idênticas.

Uma vez que x e y são sempre não negativos no contexto de nossa estrutura analítica previamente estabelecida, R também é sempre não negativa. Contudo, $R'(x)$ pode ser positivo ou negativo - isto é, embora a receita total seja sempre não negativa, ela pode aumentar ou diminuir, à medida que a demanda aumenta.

Note também que existe uma relação entre a receita marginal e a elasticidade de demanda, dada por:

$$R'(x) = x \cdot f'(x) + y = y \left(\frac{x}{y} \cdot f'(x) + 1 \right) = y \left(1 + \frac{Ey}{Ex} \right) = y(1 + \eta)$$

1.4 EXERCÍCIO

1ª Questão Derive as seguintes funções e encontre os pontos críticos:

a) $a(x) = x^3 - 9x^2 - 2$ $R: P.C.=\{0,6\}$

b) $b(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2$ $R: P.C.=\{-2,0,1\}$

c) $c(x) = (2x^2 - 3x)(x^3 - 2x^2)$ $R: P.C.=\{0,1,\frac{9}{5}\}$

d) $d(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 + 1}$ $R: P.C.=\{-1 \pm \sqrt{2}\}$

e) $f(x) = [\ln(x^2 - 4x + 4)]^2$ $R: P.C.=\{1,2,3\}$

f) $g(x) = x.e^{-x-199}$ $R: P.C.=\{1\}$

g) $h(x) = \ln e^{(2x^2-4)^3}$ $R: P.C.=\{-\sqrt{2},0,\sqrt{2}\}$

2ª Questão Em cada função abaixo, determine os intervalos onde a função é crescente⁵ (decrescente) e onde a função tem concavidade positiva⁶ (negativa). Escoce o gráfico.

a) $h(x) = 2x^2 - 4x - 6$ $R: Cres: (1, \infty) \quad C.Posit: \mathbb{R}$

b) $l(x) = x^3 - 6x^2 + 2$ $R: Cres: (-\infty, 0) \cup (4, \infty) \quad C.Posit: (2, \infty)$

c) $m(x) = x^4 - 4x^3$ $R: Cres: (3, \infty) \quad C.Posit: (-\infty, 0) \cup (2, \infty)$

3ª Questão Para cada uma das seguintes funções de custo total, ache o custo médio (\bar{y}), custo marginal, custo médio marginal, o mínimo custo médio e mostre que neste mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais (ver ??).

a) $y = x^2 + 200x + 10000$ $R: x_{min} = 100 \quad \bar{y}_{min} = 400$

b) $y = 25x - 8x^2 + x^3$ $R: x_{min} = 4 \quad \bar{y}_{min} = 9$

c) $y = 2x^2 + 5x + 18$ $R: x_{min} = 3 \quad \bar{y}_{min} = 17$

d) $y = 20x + 2x^3 + 4x^5$ $R: x_{min} = 0 \quad \bar{y}_{min} = 20$

e) $y = 2x + x^2 \ln x$ $R: x_{min} = \frac{1}{e} \quad \bar{y}_{min} = 2 - \frac{1}{e} \approx 1.6321$

f) $y = 2xe^{-x} + xe^x$ $R: x_{min} = \frac{1}{2} \ln 2 \quad \bar{y}_{min} = 2\sqrt{2} \approx 2.8284$

⁵Para encontrar o(s) intervalo(s) onde $f(x)$ é crescente, basta resolver a inequação $f'(x) > 0$, ou seja, fazer o teste da derivada primeira.

⁶Para encontrar o(s) intervalo(s) onde $f(x)$ tem concavidade positiva, basta resolver a inequação $f''(x) > 0$, ou seja, fazer o teste da derivada segunda.

4ª Questão A função de receita total de uma fábrica de móveis coloniais é expressa pela equação $R = 24x - 3x^2$

- a) Qual é a receita máxima que esta companhia pode esperar obter, supondo que esta equação seja válida? $R: x_{max} = 4 \quad R_{max} = 48$
- b) Que equação representa a função de receita média e marginal?
- c) Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

5ª Questão Para cada um dos seguintes pares de funções de demanda e de custo (médio ou total), ache o lucro máximo, a receita máxima que se pode obter e verifique que a relação entre a receita marginal e a elasticidade de demanda é válida (ver ??).

a) $y = 18 - x$ e $y_c = 2x + 14$

$R: L_{max} = (8, 50) \quad R_{max} = (9, 81)$

b) $y = 24 - 7x$ e $\bar{y}_c = 6 - x$

$R: L_{max} = (\frac{3}{2}, \frac{27}{2}) \quad R_{max} = (\frac{12}{7}, \frac{144}{7})$

c) $y = 26 - 3x^2$ e $y_c = 3x^2 + 2x + 14$

$R: L_{max} = (\frac{4}{3}, \frac{50}{9}) \quad R_{max} = (\frac{1}{3}\sqrt{26}, \frac{52}{9}\sqrt{26})$

d) $y = 12 - 4x$ e $y_c = 8x - x^2$

$R: L_{max} = (\frac{2}{3}, \frac{4}{3}) \quad R_{max} = (\frac{3}{2}, 9)$

e) $y = 12 - 5x$ e $\bar{y}_c = 4x + 6$

$R: L_{max} = (\frac{1}{3}, 1) \quad R_{max} = (\frac{6}{5}, \frac{36}{5})$

Datas das provas

Prova	Data	Turma	Turno	Local
4	21/Ago terça	02 e 05	Manhã e Noite	sala de aula
Final	28/Ago terça	02 e 05	Manhã e Noite	sala de aula



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



Final

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 28/Ago/2001

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 01.1 Turma: 02

Matrícula:

1ª Questão (2,5) Em uma fábrica de componentes eletrônicos, suponha que o custo fixo de produção de um determinado componente seja de U\$ 5.400,00 e o custo variável seja de $\frac{2K+5}{2}$ dólares por unidade.

- Qual o **custo médio** para a produção de 3.000 e 4.000 componentes?
- Se cada componente for vendido ao preço de $(10 + K)$ dólares. Qual é o **ponto de equilíbrio**?
- Quantos componentes devem ser vendidos para que a fábrica obtenha um **lucro** igual à U\$ 5.400,00?

2ª Questão (1,25) Na função $L(x) = -(1/2)^{(x-6-K)} + 2^{(5-K)}$ lucro total de uma fábrica, determine o **ponto de equilíbrio** (em centenas de unidades) e esboce o **gráfico** de $L(x)$.

3ª Questão (1,25) Esboce o **gráfico** e determine para qual **valor** (em dólares) o **custo médio** $CM(x) = \frac{1}{x+2} + (10 - K)$ se aproxima, quando a produção aumenta.

4ª Questão (2,5) Seja $a(x) = \begin{cases} \log_3(x+3) + (K-5) & \text{se } x \leq -2 \\ x^2 + (3-K)x - 2(K-1) & \text{se } -2 < x \leq K \\ x - K & \text{se } x > K \end{cases}$

- Faça o **gráfico** de $a(x)$;
- A função $a(x)$ é **contínua** em $x = -2$ e $x = K$? (Justifique)

5ª Questão (2,5) Dada a função $m(x) = -x^3 + 3(10 - K)x^2 - (200 - K)$:

- Determine os intervalos onde a função é **crescente**;
- Determine os intervalos onde a função tem **concavidade positiva**;
- Esboce o **gráfico** da função.

Obs.: Considere a constante K como sendo o último número da sua matrícula.

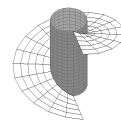
Boa Sorte



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



Final

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 28/Ago/2001

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 01.1 Turma: 05

Matrícula:

1ª Questão (2,5) Em uma fábrica de componentes eletrônicos, suponha que o custo fixo de produção de um determinado componente seja de U\$ 5.400,00 e o custo variável seja de $\frac{2K+3}{2}$ dólares por unidade.

- a) Qual o **custo médio** para a produção de 3.000 e 4.000 componentes?
- b) Se cada componente for vendido ao preço de $(4 + K)$ dólares. Qual é o **ponto de equilíbrio**?
- c) Quantos componentes devem ser vendidos para que a fábrica obtenha um **lucro** igual à U\$ 5.400,00?

2ª Questão (1,25) Na função $L(x) = \log_{(K+2)}(x + K + 2) - 2$ lucro total de uma fábrica, determine o **ponto de equilíbrio** (em centenas de unidades) e esboce o **gráfico** de $L(x)$.

3ª Questão (1,25) Esboce o **gráfico** e determine para qual **valor** (em dólares) o **custo médio** $CM(x) = \frac{1}{x+1} + (K+2)$ se aproxima, quando a produção aumenta.

4ª Questão (2,5) Seja $a(x) = \begin{cases} 3^{(x+2)} - K & \text{se } x \leq -2 \\ x^2 + (2 - K)x - 2K & \text{se } -2 < x \leq K \\ -x + K & \text{se } x > K \end{cases}$

- a) Faça o **gráfico** de $a(x)$;
- b) A função $a(x)$ é **contínua** em $x = -2$ e $x = K$? (Justifique)

5ª Questão (2,5) Dada a função $m(x) = -x^3 + 3(K+1)x^2 - (20 - K)$:

- a) Determine os intervalos onde a função é **crescente**;
- b) Determine os intervalos onde a função tem **concavidade positiva**;
- c) Esboce o **gráfico** da função.

Obs.: Considere a constante K como sendo o último número da sua matrícula.

Boa Sorte