Provas de Matemática Básica I

Período 2000.2

Sérgio de Albuquerque Souza

10 de janeiro de 2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

1ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *29/Nov/2000* Turno: *Manhã*
Curso: Nome:

Período: *00.2* Turma: *01* Matrícula:

Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula.

1ª Questão (2,0) Dados os conjuntos $A = \{\heartsuit, \bigcirc, \triangle, \bigtriangledown, \clubsuit, \diamondsuit\}$ e $B=\{\mathcal{K}, 15, 20, 35, 40\}$

a) A relação $\mathcal{R} = \{(\heartsuit, 15), (\clubsuit, 15), (\triangle, 20), (\clubsuit, 35), (\diamondsuit, 15), (\triangle, 40), (\heartsuit, \mathcal{K})\}$ é uma função? (Justifique). Estabeleça o domínio e a imagem desta relação;

b) Encontre uma relação $\mathcal{M}$ entre os conjuntos B e A, onde $dom(\mathcal{M}) = \{pares\}$ e $im(\mathcal{L}) = \{\heartsuit, \clubsuit, \diamondsuit\}$. É possível que $\mathcal{M}$ seja uma função? (Justifique)

2ª Questão (2,0) Dada a função $a(x) = x^2 - (\mathcal{K}+1)^2$. Esboce o gráfico encontrando as raízes, o domínio e a imagem da função $b(x) = -a(x+3) + 3(\mathcal{K}+1)^2$.

3ª Questão (2,0) Resolva uma das seguintes inequações:

a) $[(x-2)^2 - 4].[-x^2 + (10-\mathcal{K})^2] \leq 0$

b) $\dfrac{(x-2)^2 - 4}{-x^2 + (10-\mathcal{K})^2} > 0$

4ª Questão (4,0) Uma fábrica de peças para automóveis, tem uma demanda dada pela função $d(x) = (130 + 10\mathcal{K}) - x$, onde x é o número de peças.

a) Qual é a função receita desta fábrica $R(x)$;

b) Qual é a receita desta fábrica, para uma produção de 20, 50, 70 e 90 peças;

c) Faça o gráfico da função $R(x)$;

d) Qual será a quantidade de peças a ser produzidas pela fábrica, para que a receita seja máxima e qual será essa receita (em reais)?

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

1ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *28/Nov/2000* Turno: *Manhã*

Curso: Nome:

Período: *00.2* Turma: *02* Matrícula:

Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula.

1ª Questão (2,0) Dados os conjuntos A={alfabeto} e $B=\{\mathcal{K}, 15, 20, 35, 40\}$

a) A relação $\mathcal{R} = \{(a, 15), (b, 15), (c, 20), (d, 35), (e, 15), (f, 40), (b, \mathcal{K})\}$ é uma função? (Justifique). Estabeleça o domínio e a imagem desta relação;

b) Encontre uma relação $\mathcal{L}$ entre os conjuntos B e A, onde $dom(\mathcal{L}) = \{pares\}$ e $im(\mathcal{L}) = \{a, e, i\}$. É possível que $\mathcal{L}$ seja uma função? (Justifique)

2ª Questão (2,0) Dada a função $a(x) = x^2 - (\mathcal{K} + 1)^2$. Esboce o gráfico encontrando as raízes, o domínio e a imagem da função $b(x) = -a(x + 3) + 3(\mathcal{K} + 1)^2$.

3ª Questão (2,0) Resolva uma das seguintes inequações:

a) $[(x - 3)^2 - 4].[-x^2 + (10 - \mathcal{K})^2] \leq 0$

b) $\dfrac{(x - 3)^2 - 4}{-x^2 + (10 - \mathcal{K})^2} > 0$

4ª Questão (4,0) Uma fábrica de peças para automóveis, tem uma demanda dada pela função $d(x) = (110 + 10\mathcal{K}) - x$, onde x é o número de peças.

a) Qual é a função receita desta fábrica $R(x)$;

b) Qual é a receita desta fábrica, para uma produção de 20, 50, 70 e 90 peças;

c) Faça o gráfico da função $R(x)$;

d) Qual será a quantidade de peças a ser produzidas pela fábrica, para que a receita seja máxima e qual será essa receita (em reais)?

Boa Sorte

1ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *28/Nov/2000* Turno: *Noite*
Curso: Nome:

Período: *00.2* Turma: *04* Matrícula:

Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula.

1ª Questão (2,0) Dados os conjuntos $A = \{\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \pi, \tau, \xi, \psi\}$ e $B=\{\mathcal{K}, 15, 20, 35, 40\}$

a) A relação $\mathcal{R} = \{(\alpha, 15), (\beta, 15), (\gamma, 20), (\pi, 35), (\xi, 15), (\lambda, 40), (\tau, \mathcal{K})\}$ é uma função? (Justifique). Estabeleça o domínio e a imagem desta relação;

b) Encontre uma relação $\mathcal{S}$ entre os conjuntos B e A, onde $dom(\mathcal{S}) = \{\text{ímpares}\}$ e $im(\mathcal{S}) = \{\alpha, \beta, \pi\}$. É possível que $\mathcal{S}$ seja uma função? (Justifique)

2ª Questão (2,0) Dada a função $a(x) = x^2 - (10 - \mathcal{K})^2$. Esboce o gráfico encontrando as raízes, o domínio e a imagem da função $b(x) = -a(x-3) + 3(10-\mathcal{K})^2$.

3ª Questão (2,0) Resolva uma das seguintes inequações:

a) $[(x-3)^2 - 4].[-x^2 + (1+\mathcal{K})^2] \leq 0$

b) $\dfrac{(x-3)^2 - 4}{-x^2 + (1+\mathcal{K})^2} > 0$

4ª Questão (4,0) Uma fábrica de peças para automóveis, tem uma demanda dada pela função $d(x) = [140 + 10(5 - \mathcal{K})] - x$, onde x é o número de peças.

a) Qual é a função receita desta fábrica $R(x)$;

b) Qual é a receita desta fábrica, para uma produção de 20, 50, 70 e 90 peças;

c) Faça o gráfico da função $R(x)$;

d) Qual será a quantidade de peças a ser produzidas pela fábrica, para que a receita seja máxima e qual será essa receita (em reais)?

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

2ª Prova

Matemática Básica I (Pré-prova)

Prof.: *Sérgio* Data: *21/Nov/2000* Turno: *M+N*
Curso: Nome:

Período: *00.2* Turma(s): ☐☐ Matrícula: ☐☐☐☐☐☐☐◯

1ª Questão Dados os conjuntos $A=\{a,b,c,d,e,f\}$ e $B=\{0,1,2,3,4,5\}$

a) A relação $\mathcal{R}=\{(a,1),(b,1),(c,2),(d,3),(e,1),(f,5),(b,2)\}$ é uma função? (Justifique). Estabeleça o domínio e a imagem desta relação;

b) Encontre uma relação $\mathcal{S}$ entre os conjuntos A e B com $dom(\mathcal{S})=\{vogais\}$ e $im(\mathcal{S})=\{pares\}$. É possível que $\mathcal{S}$ seja uma função? (Justifique)

c) Encontre uma relação $\mathcal{L}$ entre os conjuntos B e A com $dom(\mathcal{L})=\{pares\}$ e $im(\mathcal{L})=\{vogais\}$. É possível que $\mathcal{L}$ seja uma função? (Justifique)

2ª Questão Dada a função $a(x)=(x-1)^2-6$. Esboce e encontre o domínio e a imagem das funções $a(x)$ e $b(x)=-a(x+3)+5$.

3ª Questão Dadas as funções abaixo, esboce o gráfico e determine o domínio e a imagem de cada uma delas.

a) $c(x)=-x+2$

b) $d(x)=-(x+1)^2+4$

c) $f(x)=x^2+8x+16$

4ª Questão Resolva as seguintes inequações:

a) $(x-3).(x^2-4)<0$ *R.* $(-\infty,-2)\cup(2,3)$

b) $\dfrac{(x-2)^2-1}{(x^2-4)}<0$ *R.* $(-2,1]\cup(2,3]$

5ª Questão Suponha que o custo fixo de produção de um determinado artigo seja de R$ 5.000,00; o custo variável seja de R$ 7,50 por unidade e que o artigo seja vendido ao preço de R$ 10,00 por unidade.

a) Qual é a função custo total $Ct(x)$ (custo fixo + custo variável)?

b) Qual é a função receita $R(x)$?

c) Qual é o ponto de equilíbrio, isto é, o valor para x onde $Ct(x)=R(x)$? *(R. 2.000 peças)*

d) Qual é a função lucro $L(x)$ (receita - custo total)?

e) Faça o gráfico da função $L(x)$.

6ª Questão Uma fábrica de peças para automóveis, tem uma demanda dada pela função $d(x) = 110 - x$, onde x é o número unidades.

a) Qual é a receita desta fábrica $R(x)$ (quantidade.demanda $= x.d(x)$);

b) Qual é a receita desta fábrica, para uma produção de 30, 40, 50, 60 e 70 peças;

c) Qual será a quantidade de peças a ser produzidas pela fábrica, para que a receita seja máxima e qual será essa receita? *(R. 55 peças e R$ 3.025,00 de receita)*

d) Faça o gráfico da função $R(x)$.

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

2ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *22/Dez/2000* Turno: *Manhã*

Curso: Nome:

Período: *00.2* Turma: *01* Matrícula:

1ª Questão (2,0) Resolver as equações:

a) $\log_{\left(\frac{1}{x-K+9}\right)} \dfrac{1}{(11-K)^2} = 2$ **b)** $\dfrac{(\frac{1}{9})^2}{3^x} = 9^x\sqrt{\dfrac{1}{3^{(2K)}}}$

2ª Questão (2,0) Dada a função $C(x) = -x^2 - 2x(K-1) + 4K$ como sendo o *custo total* (em milhares de dólares) de uma determinada empresa, determine o custo fixo e trace o gráfico da função $C(x)$.

3ª Questão (2,0) Na função *lucro total* $L(x) = -\left(\dfrac{1}{2}\right)^{(x-6-K)} + 2^{(5-K)}$ de uma fábrica, determine o ponto de equilíbrio (em centenas de unidades) e esboce o gráfico de $L(x)$.

4ª Questão (2,0) Esboce o gráfico e determine para qual valor (em dólares) o *custo médio* $CM(x) = \dfrac{x+12-K}{x+2}$ se aproxima, quando a produção aumenta.

5ª Questão (2,0) Se a função $R(x) = \log_{(K+3)}(x+K+3) - 2$ representa a função *receita* (em milhões de dólares) de uma determinada empresa, a partir de quantas unidades vendidas a empresa terá uma receita superior a U$ 1.000.000,00. Esboce o gráfico de $R(x)$.

Observações:

a) Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula;

b) Em todos os gráficos desta prova, encontrar caso existam, os pontos do gráfico que cortam os eixos x e y.

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

2ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *21/Dez/2000* Turno: *Manhã*

Curso: Nome:

Período: *00.2* Turma: *02* Matrícula:

1ª Questão (2,0) Resolver as equações:

a) $\log_{(x+K-8)}(11-K)^2 = 2$ **b)** $\dfrac{(\frac{1}{8})^2}{2^x} = 4^x\sqrt{2^K}$

2ª Questão (2,0) Dada a função $C(x) = x^2 + 2(K+1)x + (2K+1)$ como sendo o *custo total* (em milhares de dólares) de uma determinada empresa, determine o custo fixo e trace o gráfico da função $C(x)$.

3ª Questão (2,0) Na função *lucro total* $L(x) = \dfrac{x-(11-K)}{x-1}$ de uma fábrica, determine o ponto de equilíbrio (em centenas de unidades) e esboce o gráfico de $L(x)$.

4ª Questão (2,0) Esboce o gráfico e determine para qual valor (em dólares) o *custo médio* $CM(x) = -\left(\dfrac{1}{2}\right)^{(x+5-K)} + 2^{(5-K)}$ se aproxima, quando a produção aumenta.

5ª Questão (2,0) Se a função $R(x) = \log_{(K+3)}(x+K+3) - 2$ representa a função *receita* (em milhões de dólares) de uma determinada empresa, a partir de quantas unidades vendidas a empresa terá uma receita superior a U$ 1.000.000,00. Esboce o gráfico de $R(x)$.

Observações:

a) Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula;

b) Em todos os gráficos desta prova, encontrar caso existam, os pontos do gráfico que cortam os eixos x e y.

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

2ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *28/Jun/2001* Turno: *Noite*
Curso: Nome:

Período: *01.1* Turma: *08* Matrícula:

1ª Questão (2,0) Resolver as equações:

a) $\log_{(x-K+9)}(11-K)^2 = 2$ **b)** $\dfrac{(\frac{1}{3})^2}{3^x} = 9^x\sqrt{3^{(2K)}}$

2ª Questão (2,0) Considere $C(x) = x^2 + 2(K+1)x + (2K+1)$ como sendo a função *custo total* (em milhares de dólares) de uma determinada empresa, determine o custo fixo e trace o gráfico da função $C(x)$.

3ª Questão (2,0) Na função $L(x) = \log_{(K+2)}(x+K+2) - 2$ *lucro total* de uma fábrica, determine o ponto de equilíbrio (em centenas de unidades) e esboce o gráfico de $L(x)$.

4ª Questão (2,0) Esboce o gráfico e determine para qual valor (em dólares) o *custo médio* $CM(x) = \dfrac{x+11-K}{x+1}$ se aproxima, quando a produção aumenta.

5ª Questão (2,0) Se a função $R(x) = 2^{(x-K-5)} - 4$ representa a função *receita* (em milhões de dólares) de uma determinada empresa, a partir de quantas unidades vendidas a empresa terá uma receita superior a U$ 4.000.000,00. Esboce o gráfico de $R(x)$.

Observações:

a) Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula;

b) Em todos os gráficos desta prova, encontrar caso existam, os pontos do gráfico que cortam os eixos x e y.

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

2ª Prova — Matemática Básica I (Pré-prova)

Prof.: *Sérgio* Data: *13/Dez/2000* Turno: *M+N*

Curso: Nome:

Período: *00.2* Turma(s): Matrícula:

1ª Questão Completar os quadrados de:

a) $a(x) = x^2 + 4x + 1$ — *R:* $(x+2)^2 - 3$

b) $b(x) = x^2 + 3x + 2$ — *R:* $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$

c) $c(x) = -2x^2 + 4x - 3$ — *R:* $-2(x-1)^2 - 1$

2ª Questão Resolver as equações:

a) $\log_{(3/9)} \frac{81}{3} = x$ — *R:* $x = -3$

b) $\log_x(x+6) = 2$ — *R:* $x = 3$

c) $\frac{8^2}{2^x} = 4^x\sqrt{2}$ — *R:* $x = \frac{11}{6}$

3ª Questão Dadas as funções *custo total* $C_*(x)$ (em milhares de dólares) abaixo, determine o custo fixo e trace os gráficos das funções.

a) $C_0(x) = x^2 + 2x + 4$ — *R: U$ 4.000,00*

b) $C_1(x) = \frac{x+4}{x+2}$ — *R: U$ 2.000,00*

c) $C_2(x) = \log_3(x+3) + 4$ — *R: U$ 5.000,00*

d) $C_3(x) = 2^{(x-1)} + 1$ — *R: U$ 1.500,00*

4ª Questão Nas funções *lucro total* $L_*(x)$ dadas abaixo, determine o ponto de equilíbrio (receita = custo, ou lucro = 0) e esboce os gráficos.

a) $L_0(x) = -x^2 + x + 2$ — *R:* $x = 2$

b) $L_1(x) = \frac{x-3}{x}$ — *R:* $x = 3$

c) $L_2(x) = \log_4(x+2) - 1$ — *R:* $x = 2$

d) $L_3(x) = -\left(\frac{1}{3}\right)^{(x-2)} + 3$ — *R:* $x = 1$

5ª Questão Dadas as funções *custo médio* $CM_*(x)$ abaixo, esboce o gráfico e determine para qual valor (em dólares) o custo médio se aproxima quando a produção aumenta.

a) $CM_1(x) = -\dfrac{1}{x+2} + 4$ $\boxed{\textit{R: } x \rightsquigarrow \textit{U\$ 4,00}}$

b) $CM_2(x) = \left(\dfrac{1}{5}\right)^{(x+4)} + 3$ $\boxed{\textit{R: } x \rightsquigarrow \textit{U\$ 3,00}}$

6ª Questão Se as funções abaixo representam a função *receita* $R_*(x)$ (em milhões de dólares) de uma determinada empresa, a partir de quantos milhares de unidades vendidas a empresa terá uma receita superior a U$ 2.000.000,00 (ou seja $R(x) > 2$).

a) $R_0(x) = x^2 - 6x + 2$ $\boxed{\textit{R: } x > 6.000 \textit{ unidades}}$

b) $R_1(x) = -\dfrac{1}{x} + 4$ $\boxed{\textit{R: } x > 500 \textit{ unidades}}$

c) $R_2(x) = \log_3(x-2) + 1$ $\boxed{\textit{R: } x > 5.000 \textit{ unidades}}$

d) $R_3(x) = -\left(\dfrac{1}{2}\right)^{(x-4)} + 3$ $\boxed{\textit{R: } x > 4.000 \textit{ unidades}}$

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

3ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *23/Fev/2001* Turno: *Manhã*

Curso: Nome:

Período: *00.2* Turma: *01* Matrícula:

1ª Questão (4,0) Considere a função $a(x) = \begin{cases} log_2(x+3) & se \quad x \leq -2 \\ x+2 & se \quad -2 < x \leq \mathcal{K} \\ -x^2+\mathcal{K}^2 & se \quad x > \mathcal{K} \end{cases}$.

a) Faça o gráfico de $a(x)$;

b) A função $a(x)$ é contínua em $x = -2$ e $x = \mathcal{K}$? (Justifique)

c) Determine $\lim\limits_{x \to -3^+} a(x)$ e $\lim\limits_{x \to \infty} a(x)$.

2ª Questão (2,0) Calcule, caso exista, os seguintes limites:

a) $\lim\limits_{x \to (\mathcal{K}+1)} \dfrac{x-(\mathcal{K}+1)}{x^2-(\mathcal{K}+1)^2}$

b) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2x^4 - x}{x^3 - \frac{1}{2}x^{\mathcal{K}} + 2}$

3ª Questão (2,0) Se $f(x) = x^2 - 3x + 5 + \mathcal{K}$.

a) Calcule a derivada de $f(x)$ no ponto $x = \mathcal{K} - 5$, utilizando a definição de derivada, isto é, usando limite.

b) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x)$ no ponto $x = \mathcal{K} - 5$.

4ª Questão (2,0) Encontre o(s) ponto(s) crítico(s) das funções $b(x) = -x^4 + 2(10-\mathcal{K})^2x^2 - 1$ e $c(x) = \dfrac{4}{x} + \dfrac{x}{(\mathcal{K}+1)^2}$

Obs.: Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula.

Boa Sorte

3ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *22/Fev/2001* Turno: *Manhã*
Curso: Nome:

Período: *00.2* Turma: *02* Matrícula:

1ª Questão (4,0) Considere a função $a(x) = \begin{cases} 2^{x+2} - 1 & se \quad x \leq -2 \\ x + 2 & se \quad -2 < x \leq \mathcal{K} \\ -x^2 + \mathcal{K}^2 & se \quad x > \mathcal{K} \end{cases}$.

a) Faça o gráfico de $a(x)$;

b) A função $a(x)$ é contínua em $x = -2$ e $x = \mathcal{K}$? (Justifique)

c) Determine $\lim\limits_{x\to\infty} a(x)$ e $\lim\limits_{x\to-\infty} a(x)$.

2ª Questão (2,0) Calcule, caso exista, os seguintes limites:

a) $\lim\limits_{x\to-\mathcal{K}} \dfrac{x^2 - \mathcal{K}^2}{x + \mathcal{K}}$

b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^4 - x^{\mathcal{K}}}{x^3 - \frac{1}{2}x^4 + 2}$

3ª Questão (2,0) Se $f(x) = x^2 - 2x - 5 + \mathcal{K}$.

a) Calcule a derivada de $f(x)$ no ponto $x = \mathcal{K} - 5$, utilizando a definição de derivada, isto é, usando limite.

b) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x)$ no ponto $x = \mathcal{K} - 5$.

4ª Questão (2,0) Encontre o(s) ponto(s) crítico(s) das funções $b(x) = -x^4 + 2(\mathcal{K}+1)^2x^2 - 1$ e $c(x) = \dfrac{1}{x} + \dfrac{x}{(10-\mathcal{K})^2}$

Obs.: Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula.

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

3ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *22/Fev/2001* Turno: *Noite*
Curso: Nome:

Período: *00.2* Turma: *04* Matrícula:

1ª Questão (4,0) Considere a função $a(x) = \begin{cases} 2^{(x+3)} - 1 & se \quad x \leq -3 \\ x + 3 & se \quad -3 < x \leq \mathcal{K} \\ -x^2 + \mathcal{K}^2 & se \quad x > \mathcal{K} \end{cases}$.

a) Faça o gráfico de $a(x)$;

b) A função $a(x)$ é contínua em $x = -3$ e $x = \mathcal{K}$? (Justifique)

c) Determine $\lim_{x \to -\infty} a(x)$ e $\lim_{x \to \infty} a(x)$.

2ª Questão (2,0) Calcule, caso exista, os seguintes limites:

a) $\displaystyle\lim_{x \to (\mathcal{K}+1)} \frac{x - (\mathcal{K}+1)}{x^2 - (\mathcal{K}+1)^2}$

b) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} \frac{2x^4 - x}{x^3 - \frac{1}{2}x^{\mathcal{K}} + 2}$

3ª Questão (2,0) Se $f(x) = x^2 - 3x + 5 + \mathcal{K}$.

a) Calcule a derivada de $f(x)$ no ponto $x = \mathcal{K} - 5$, utilizando a definição de derivada, isto é, usando limite.

b) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x)$ no ponto $x = \mathcal{K} - 5$.

4ª Questão (2,0) Encontre o(s) ponto(s) crítico(s) das funções $b(x) = -x^4 + 2(10 - \mathcal{K})^2 x^2 - 1$ e $c(x) = \dfrac{4}{x} + \dfrac{x}{(\mathcal{K}+1)^2}$

Obs.: Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula.

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

3ª Prova — Matemática Básica I (Pré-prova)

Prof.: *Sérgio* Data: *14/Fev/2001* Turno: *M+N*
Curso: Nome:

Período: *00.2* Turma(s): Matrícula:

1ª Questão Considere as funções: $a(x) = \begin{cases} x^2 - x - 6 & se \quad x \leq -2 \\ x+2 & se \quad -2 < x \leq 2 \\ 3 & se \quad x > 2 \end{cases}$ e $b(x) = \begin{cases} 3^x & se \quad x \leq 0 \\ \log_3(x+1)+1 & se \quad x > 0 \end{cases}$

a) Faça os gráficos de $a(x)$ e $b(x)$;

b) A função $a(x)$ é contínua em $x = -2$ e $x = 2$? (Justifique) A função $b(x)$ é contínua em $x = 0$? (Justifique) *R: sim, não e sim*

c) Determine $\lim_{x\to\infty} a(x)$, $\lim_{x\to-\infty} a(x)$, $\lim_{x\to\infty} b(x)$ e $\lim_{x\to-\infty} b(x)$. *R:* 3, ∞, ∞, 0

2ª Questão Calcule, caso exista, os seguintes limites:

a) $\lim_{x\to-1} \dfrac{x^2+2x+1}{x+1}$ *R: 0*

b) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{3x^4 - x^3}{x^3 - \frac{1}{2}x^4 + 2}$ *R: -6*

c) $\lim_{x\to-\infty} \dfrac{5}{x} - 2$ *R: -2*

d) $\lim_{x\to\infty} \dfrac{x^2 - x^3}{x^4 - 2x^4 + 2}$ *R: 0*

3ª Questão Determinar o(s) valor(es) de $\alpha \in \mathbb{R}$, que transformam a função $c(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & se \quad x > 1 \\ 2x - \alpha & se \quad x \leq 1 \end{cases}$ em uma função contínua no ponto $x = 1$. (Justifique) *R:* $\alpha = 4$

4ª Questão Se $g(x) = x^2 - 2x - 1$ e $h(x) = -x - 1$.

a) Calcule as derivadas de $g(x)$ e $h(x)$ no ponto $x = 2$, utilizando a definição de derivada, isto é, usando limite[1]. *R:* 2, −1

b) Calcule as derivadas de $g(x)$ e $h(x)$ no ponto $x = 2$, utilizando as propriedades das derivadas. *R:* 2, −1

c) Encontre a equação da reta[2] tangente ao gráfico de $g(x)$ no ponto $x = 2$.

5ª Questão Se $j(x) = -x^4 + 8x^2 + 1$, $l(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 19$ e $m(x) = \dfrac{1}{x} + 7$:

a) Calcule as seguintes derivadas: $j'(x)$, $l'(x)$ e $m'(x)$;

[1]Derivada de $f(x)$ no ponto $x = a$ é: $f'(a) = \lim_{h\to 0} \dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$

[2]Lembre-se que a equação da reta é dada pela expressão $y - y_0 = m(x - x_0)$ onde (x_0, y_0) é um ponto e m é o coeficiente angular da reta.

b) Encontre o(s) ponto(s) crítico(s) das funções $j(x)$, $l(x)$ e $m(x)$, isto é, encontre o(s) valor(es) de $x \in \mathbb{R}$ tais que, as derivadas das funções sejam nulas, ou que não existam derivada; $\boxed{\textit{R: } \{0,2,-2\},\ \{-1,3\}\ \textit{e}\ 0}$

c) Calcule os coeficientes angulares das retas que passam pelo ponto $(1,8)$ e que são tangentes aos gráficos das funções $j(x)$, $l(x)$ e $m(x)$; $\boxed{\textit{R: 12, -12,-1}}$

d) Encontre a equação das retas tangente aos gráficos de $j(x)$, $l(x)$ e $m(x)$ no ponto $x = 1$ (ver exercício **(4c)**).

6ª Questão Calcule as derivadas das funções abaixo nos respectivos pontos:

a) $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + x - 1$; para $x = -1$ $\boxed{\textit{R: } -17}$

b) $g(x) = -\dfrac{1}{7}x^7 - 3x^{-2}$; para $x = 1$ $\boxed{\textit{R: } 5}$

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

4ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *30/Mar/2001* Turno: *Manhã*

Curso: ____________ Nome: ______________________________

Período: *00.2* Turma: *01* Matrícula: | | | | | | | | |

1ª Questão (2,0) Calcule os pontos críticos das funções $f(x) = x.e^{(\mathcal{K}+2)x-3}$ e $g(x) = \left\{ln\left[x^2 - 2(\mathcal{K}+1)x + (\mathcal{K}+1)^2\right]\right\}^2$.

2ª Questão (3,0) Dada a função $m(x) = x^3 - 3(10-\mathcal{K})x^2 + (20-\mathcal{K})$:

a) Determine os intervalos onde a função é crescente;

b) Determine os intervalos onde a função tem concavidade positiva;

c) Esboce o gráfico da função.

3ª Questão (3,0) Para a seguinte função de custo total $y_c = C(x) = 2x^2 - 4x + 2(20-\mathcal{K})^2$.

a) Encontre as funções custo médio $\overline{y}_c$, custo marginal, custo médio marginal e custo marginal médio;

b) Ache o valor de custo médio mínimo e verifique que neste ponto de mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais.

4ª Questão (3,0) A função de receita total de uma fábrica de automóveis é expressa pela equação $R(x) = -2x^2 - 4x(\mathcal{K}-15)$;

a) Qual é a receita máxima que esta companhia pode esperar obter?

b) Determine as funções de receita média e receita marginal?

c) Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

Obs.: Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula.

Prova	Data	Turma	Turno	Hora	Local
Final	05/04 quinta	01	Manhã	08:00	CCSA 204

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

4ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *29/Mar/2001* Turno: *Manhã*

Curso: Nome:

Período: *00.2* Turma: *02* Matrícula:

1ª Questão (3,0) Para a seguinte função de custo total $y_c = C(x) = x^2 + 2x + (\mathcal{K} + 10)^2$.

a) Encontre as funções custo médio $\overline{y}_c$, custo marginal, custo médio marginal e custo marginal médio;

b) Ache o valor de custo médio mínimo e verifique que neste ponto de mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais.

2ª Questão (3,0) A função de receita total de uma fábrica de automóveis é expressa pela equação $R(x) = -2x^2 + 4x(20 - \mathcal{K})$;

a) Qual é a receita máxima que esta companhia pode esperar obter?

b) Determine as funções de receita média e receita marginal?

c) Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

3ª Questão (3,0) Dada a função $m(x) = x^3 - 3(\mathcal{K} + 1)x^2 + (20 - \mathcal{K})$:

a) Determine os intervalos onde a função é crescente;

b) Determine os intervalos onde a função tem concavidade positiva;

c) Esboce o gráfico da função.

4ª Questão (2,0) Calcule os pontos críticos das funções $f(x) = x.e^{(11-\mathcal{K})x}$ e $g(x) = ln\left[x^2 - 2(\mathcal{K} + 1)x + (\mathcal{K} + 1)^2\right]^2$.

Obs.: Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula.

Prova	Data	Turma	Turno	Local
Final	05/04 quinta	01,02	Manhã	sala de aula

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

4ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *29/Mar/2001* Turno: *Noite*
Curso: Nome:

Período: *00.2* Turma: *04* Matrícula:

1ª Questão (2,0) Calcule os pontos críticos das funções $f(x) = x.e^{2x-5\mathcal{K}}$ e $g(x) = ln\left\{[x^2 - 6(\mathcal{K}+1)x]^2\right\}$.

2ª Questão (3,0) Dada a função $m(x) = x^3 - 3(\mathcal{K}+1)x^2 + (20-\mathcal{K})$:

a) Determine os intervalos onde a função é crescente;

b) Determine os intervalos onde a função tem concavidade positiva;

c) Esboce o gráfico da função.

3ª Questão (3,0) Para a seguinte função de custo total $y_c = C(x) = x^2 - 2x + (11-\mathcal{K})^2$.

a) Encontre as funções custo médio $\overline{y}_c$, custo marginal, custo médio marginal e custo marginal médio;

b) Ache o valor de custo médio mínimo e verifique que neste ponto de mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais.

4ª Questão (3,0) A função de receita total de uma fábrica de automóveis é expressa pela equação $R(x) = -x^2 - 2x(\mathcal{K}-11)$;

a) Qual é a receita máxima que esta companhia pode esperar obter?

b) Determine as funções de receita média e receita marginal?

c) Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

Obs.: Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula.

Prova	Data	Turma	Turno	Local
Final	05/04 quinta	04	Noite	sala de aula

Boa Sorte

4ª Prova — Matemática Básica I (Pré-prova)

Prof.: *Sérgio*	Data: *05/Mar/2001*	Turno: *M+N*
Curso:	Nome:	
Período: *00.1*	Turma(s):	Matrícula:

1 Algumas Aplicações das Derivadas na Administração e na Economia

1.1 CUSTO, CUSTO MÉDIO E CUSTO MARGINAL

Admitindo-se que o *custo total* y para se produzir e negociar x unidades de um artigo é uma função somente de x, então a função de custo total pode ser representada por $y_c = f(x)$.

São usadas funções de vários tipos para representar curvas de custo total. Em geral, as curvas de custo tem as seguintes propriedades:

a) Quando nenhuma unidade é produzida, o custo total é igual a zero ou positivo, isto é, $f(0) \geq 0$. Se $f(0) > 0$, então $f(0)$ é o montante das despesas gerais ou dos custos fixos de produção.

b) O custo total aumenta quando x aumenta e, portanto, $f'(x)$ é sempre positivo.

c) O custo de produção de uma quantidade muito grande de qualquer artigo usualmente atinge um ponto no qual este aumenta a uma taxa crescente. Portanto, a curva de custo total é, normalmente, côncava para cima, isto é, $f''(x) > 0$. Entretanto, dentro de uma faixa limitada, a curva de custo total é, com frequência, côncava para baixo, correspondo ao custo marginal decrescente.

Se a função de custo total é $f(x)$ então, o *custo médio* ou *por unidade* é $\boxed{cm(x) = \overline{y}_c = \dfrac{y_c}{x} = \dfrac{f(x)}{x}}$ e o *custo marginal* é $f'(x)$.

A primeira derivada do custo médio (o *custo médio marginal*) é $cm'(x) = \dfrac{xf'(x) - f(x)}{x^2}$

$$\text{Se } \boxed{\text{cm'(x)=0}} \Leftrightarrow xf'(x) - f(x) = 0, \text{ isto é, } f(x) = xf'(x) \Rightarrow \frac{f(x)}{x} = \boxed{\text{f'(x)=cm(x)}}$$

Portanto, o custo médio é mínimo para um valor de x, tal que o custo médio se iguale ao custo marginal; isto é, as curvas do custo médio e do custo marginal se interceptam no ponto de custo médio mínimo. Observe que se x existir, supõe-se que seu valor seja mínimo para o qual $cm'(x) = 0$, devido à terceira propriedade das curvas de custo mencionadas acima.

Para uma determinada curva de custo total, a existência deste mínimo pode ser testada da maneira usual.

1.2 ELASTICIDADE

A *elasticidade pontual* da função $y = f(x)$ no ponto x é a taxa de variação proporcional em y por unidade de variação em x:

$$\boxed{\eta = \frac{Ey}{Ex} = \frac{\frac{dy}{y}}{\frac{dx}{x}} = \frac{x}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{x}{y} \cdot f'(x)}$$

Observe que a elasticidade η de uma função é independente das unidades com as quais as variáveis são medidas. Isto resulta da definição de elasticidade, em termos de variações proporcionais, que são necessariamente independentes das unidades de medida.

A elasticidade pontual da demanda, oferta, custo, produtividade e outras funções é um importante conceito na teoria econômica.

1.3 RECEITA, RECEITA MARGINAL E ELASTICIDADE DE DEMANDA

Para qualquer função demanda dada $y = f(x)$ onde y é o preço por unidade e x é o número de unidades; a *receita total* R é o produto de x por y, isto é, $\boxed{R = x.y = x.f(x)}$

A *receita marginal* em relação à demanda é a derivada da receita total em relação a x, ou seja, $R'(x)$ e é, portanto, a taxa de variação na receita em relação à variação na demanda.

Observe que a *receita média*, ou a *receita por unidade*, representa também o preço por unidade y - isto é, a curva de receita média e a curva de demanda são idênticas.

Uma vez que x e y são sempre não negativos no contexto de nossa estrutura analítica previamente estabelecida, R também é sempre não negativa. Contudo, $R'(x)$ pode ser positivo ou negativo - isto é, embora a receita total seja sempre não negativa, ela pode aumentar ou diminuir, à medida que a demanda aumenta.

Note também que existe uma relação entre a receita marginal e a elasticidade de demanda, dada por:

$$\boxed{R'(x) = x \cdot f'(x) + y = y\left(\frac{x}{y} \cdot f'(x) + 1\right) = y\left(1 + \frac{Ey}{Ex}\right) = y\,(1 + \eta)}$$

1.4 EXERCÍCIO

1ª Questão Derive as seguintes funções e encontre os pontos críticos:

a) $a(x) = x^3 - 9x^2 - 2$ $\boxed{\textit{R: P.C.}=\{0,6\}}$

b) $b(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2$ $\boxed{\textit{R: P.C.}=\{-2,0,1\}}$

c) $c(x) = (2x^2 - 3x)(x^3 - 2x^2)$ $\boxed{\textit{R: P.C.}=\{0,1,\frac{9}{5}\}}$

d) $d(x) = \dfrac{x^2 - x}{x^2 + 1}$ $\boxed{\textit{R: P.C.}=\{-1 \pm \sqrt{2}\}}$

e) $f(x) = \left[ln\left(x^2 - 4x + 4\right)\right]^2$ $\boxed{\textit{R: P.C.}=\{1,2,3\}}$

f) $g(x) = x.e^{-x-199}$ $\boxed{\textit{R: P.C.}=\{1\}}$

g) $h(x) = \ln e^{(2x^2-4)^3}$ $\boxed{\textit{R: P.C.}=\{-\sqrt{2},0,\sqrt{2}\}}$

2ª Questão Em cada função abaixo, determine os intervalos onde a função é crescente[3] (decrescente) e onde a função tem concavidade positiva[4] (negativa). Esboce o gráfico.

a) $h(x) = 2x^2 - 4x - 6$ $\boxed{\textit{R: Cres: } (1,\infty) \quad \textit{C.Posit: } \Re}$

b) $l(x) = x^3 - 6x^2 + 2$ $\boxed{\textit{R: Cres: } (-\infty,0) \cup (4,\infty) \quad \textit{C.Posit: } (2,\infty)}$

c) $m(x) = x^4 - 4x^3$ $\boxed{\textit{R: Cres: } (3,\infty) \quad \textit{C.Posit: } (-\infty,0) \cup (2,\infty)}$

3ª Questão Para cada uma das seguintes funções de custo total, ache o custo médio ($\overline{y}$), custo marginal, custo médio marginal, o mínimo custo médio e mostre que neste mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais (ver 1.1).

a) $y = x^2 + 200x + 10000$ $\boxed{\textit{R: } x_{min} = 100 \quad \overline{y}_{min} = 400}$

b) $y = 25x - 8x^2 + x^3$ $\boxed{\textit{R: } x_{min} = 4 \quad \overline{y}_{min} = 9}$

c) $y = 2x^2 + 5x + 18$ $\boxed{\textit{R: } x_{min} = 3 \quad \overline{y}_{min} = 17}$

d) $y = 20x + 2x^3 + 4x^5$ $\boxed{\textit{R: } x_{min} = 0 \quad \overline{y}_{min} = 20}$

e) $y = 2x + x^2 lnx$ $\boxed{\textit{R: } x_{min} = \dfrac{1}{e} \quad \overline{y}_{min} = 2 - \dfrac{1}{e} \approx 1.6321}$

f) $y = 2xe^{-x} + xe^{x}$ $\boxed{\textit{R: } x_{min} = \dfrac{1}{2}\ln 2 \quad \overline{y}_{min} = 2\sqrt{2} \approx 2.8284}$

---

[3] Para encontrar o(s) intervalo(s) onde $f(x)$ é crescente, basta resolver a inequação $f'(x) > 0$, ou seja, fazer o teste da derivada primeira.

[4] Para encontrar o(s) intervalo(s) onde $f(x)$ tem concavidade positiva, basta resolver a inequação $f"(x) > 0$, ou seja, fazer o teste da derivada segunda.

4ª Questão A função de receita total de uma fábrica de móveis coloniais é expressa pela equação $R = 24x - 3x^2$

a) Qual é a receita máxima que esta companhia pode esperar obter, supondo que esta equação seja válida? $\boxed{\textit{R: } x_{max} = 4 \quad R_{max} = 48}$

b) Que equação representa a função de receita média e marginal?

c) Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

5ª Questão Para cada um dos seguintes pares de funções de demanda e de custo (médio ou total), ache o lucro máximo, a receita máxima que se pode obter e verifique que a relação entre a receita marginal e a elasticidade de demanda é válida (ver 1.3).

a) $y = 18 - x$ e $y_c = 2x + 14$ $\boxed{\textit{R: } L_{max} = (8, 50) \quad R_{max} = (9, 81)}$

b) $y = 24 - 7x$ e $\overline{y}_c = 6 - x$ $\boxed{\textit{R: } L_{max} = (\frac{3}{2}, \frac{27}{2}) \quad R_{max} = (\frac{12}{7}, \frac{144}{7})}$

c) $y = 26 - 3x^2$ e $y_c = 3x^2 + 2x + 14$ $\boxed{\textit{R: } L_{max} = (\frac{4}{3}, \frac{50}{9}) \ R_{max} = (\frac{1}{3}\sqrt{26}, \frac{52}{9}\sqrt{26})}$

d) $y = 12 - 4x$ e $y_c = 8x - x^2$ $\boxed{\textit{R: } L_{max} = (\frac{2}{3}, \frac{4}{3}) \quad R_{max} = (\frac{3}{2}, 9)}$

e) $y = 12 - 5x$ e $\overline{y}_c = 4x + 6$ $\boxed{\textit{R: } L_{max} = (\frac{1}{3}, 1) \quad R_{max} = (\frac{6}{5}, \frac{36}{5})}$

Datas das provas

Prova	Data	Turma	Turno	Local
4	29/03 quinta	02 e 04	Manhã e Noite	sala de aula
4	30/03 sexta	01	Manhã	sala de aula
Final	**05/04 quinta**	01, 02 e 04	Manhã e Noite	à definir

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

Final

Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *05/Abr/2001* Turno: *Manhã*
Curso: Nome:

Período: *00.2* Turma(s): Matrícula:

1ª Questão (1,0) Resolva a seguinte inequação: $\dfrac{(x-2)^2-4}{-x^2+(11-\mathcal{K})^2} \leq 0$

2ª Questão (1,0) Uma fábrica de peças para automóveis, tem uma demanda dada pela função $d(x) = (130+10\mathcal{K}) - x$, onde x é o número de peças. Qual é a função receita $R(x)$ desta fábrica? Faça o gráfico da função receita média.

3ª Questão (1,0) Se $R(x) = \log_{(K+4)}(x+K+4) - 2$ representa a função *receita* (em milhões de dólares) de uma determinada empresa, a partir de quantas unidades vendidas a empresa terá uma receita superior a U\$ 1.000.000,00. Esboce o gráfico de $R(x)$.

4ª Questão (1,0) Resolver uma das equações:

a) $\log_{\left(\frac{1}{x-K+9}\right)} \dfrac{1}{(11-K)^2} = 2$ **b)** $\dfrac{(\frac{1}{9})^2}{3^x} = 27^x \sqrt{\dfrac{1}{3^{(2K)}}}$

5ª Questão (2,0) Dada a função $a(x) = \begin{cases} 2^{x+2} & se \quad x \leq -2 \\ x+1 & se \quad -2 < x \leq \mathcal{K} \\ -x^2+\mathcal{K}^2 & se \quad x > \mathcal{K} \end{cases}$, faça o gráfico e verifique se é contínua em $x = \mathcal{K}$? (Justifique)

6ª Questão (1,0) Calcule, caso exista, o limite $\displaystyle\lim_{x\to(\mathcal{K}+1)} \frac{x+(\mathcal{K}+1)}{x^2-(\mathcal{K}+1)^2}$

7ª Questão (1,0) Seja $g(x) = ln\left\{\left[x^2-2(\mathcal{K}+1)x+(\mathcal{K}+1)^2\right]^3\right\}$. Calcule o(s) ponto(s) crítico(s) da função $g(x)$.

8ª Questão (2,0) Dada a função $m(x) = -x^3+3(\mathcal{K}+1)x^2+(20-\mathcal{K})$. Esboce o gráfico da função, determinando os intervalos onde a função é crescente e onde a função tem concavidade positiva.

Boa Sorte

[4]**Obs.: Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula.**

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

Final — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *05/Abr/2001* Turno: *Noite*
Curso: Nome:

Período: *00.2* Turma: *04* Matrícula: [4]

1ª Questão (1,0) Resolva a seguinte inequação: $\dfrac{-x^2+(11-\mathcal{K})^2}{(x-2)^2-4} \geq 0$

2ª Questão (1,0) Uma fábrica de parafusos, tem uma demanda dada pela função $d(x) = (100+10\mathcal{K}) - x$, onde x é o número de quilos de parafusos. Qual é a função receita $R(x)$ desta fábrica? Faça o gráfico da função receita média.

3ª Questão (1,0) Se $R(x) = 2^{(x-K-5)} - 4$ representa a função *receita* (em milhões de dólares) de uma determinada empresa, a partir de quantas unidades vendidas a empresa terá uma receita superior a U$ 4.000.000,00. Esboce o gráfico de $R(x)$.

4ª Questão (1,0) Resolver uma das equações:

a) $\log_{\left(\frac{1}{x-K+9}\right)} \dfrac{1}{(11-K)^2} = 2$ **b)** $\dfrac{\left(\frac{1}{9}\right)^2}{3^x} = 9^x\sqrt{\dfrac{1}{3^{(2K)}}}$

5ª Questão (2,0) Dada a função $a(x) = \begin{cases} 2^{x+2} & se \quad x \leq -2 \\ x+1 & se \quad -2 < x \leq \mathcal{K} \\ -x^2+\mathcal{K}^2 & se \quad x > \mathcal{K} \end{cases}$, faça o gráfico e verifique se é contínua em $x = \mathcal{K}$? (Justifique)

6ª Questão (1,0) Calcule, caso exista, o limite $\lim\limits_{x\to(\mathcal{K}+1)} \dfrac{x-(\mathcal{K}+1)}{x^2-(\mathcal{K}+1)^2}$

7ª Questão (1,0) Seja $g(x) = ln\left\{\left[x^2-2(\mathcal{K}+2)x+(\mathcal{K}+2)^2\right]^3\right\}$. Calcule o(s) ponto(s) crítico(s) da função.

8ª Questão (2,0) Dada a função $m(x) = x^3 - 3(\mathcal{K}+1)x^2 + (20-\mathcal{K})$. Esboce o gráfico da função determinando os intervalos onde a função é crescente e onde a função tem concavidade positiva;

Boa Sorte

[4]**Obs.: Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula.**