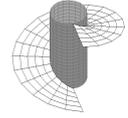


Provas de Matemática Básica I

Período 2000.1

Sérgio de Albuquerque Souza

10 de janeiro de 2013



1ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 03/Mai/2000

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 00.1 Turma(s):

Matrícula:

1ª Questão Dados os conjuntos $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

- a) A relação $\mathcal{R} = \{(a, 1), (b, 1), (c, 2), (d, 3), (e, 1), (f, 5), (b, 2)\}$ é uma função? (Justifique). Estabeleça o domínio e a imagem desta relação;
- b) Encontre uma relação \mathcal{S} entre os conjuntos A e B com $\text{dom}(\mathcal{S}) = \{\text{vogais}\}$ e $\text{im}(\mathcal{S}) = \{\text{pares}\}$. É possível que \mathcal{S} seja uma função? (Justifique)

2ª Questão Dada as funções $a(x) = 2x^2 - 8$ e $b(x) = x^2 + x - 6$. Encontre o domínio da função $c(x) = \frac{\sqrt{a(x)}}{\sqrt{b(x)}}$.

3ª Questão Dadas as funções abaixo, esboce o gráfico e determine o domínio e a imagem de cada uma delas.

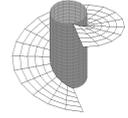
a) $a(x) = -1 - x$

b) $b(x) = -(x + 1)^2 + 4$

c) $c(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x \leq 1 \\ -x + 2 & \text{se } x > 1 \end{cases}$

d) $d(x) = \begin{cases} -x^2 + 4 & \text{se } x \leq -2 \\ x + 1 & \text{se } -2 < x < 2 \\ x^2 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$

Boa Sorte



1ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 02/Mai/2000

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 00.1 Turma(s):

Matrícula:

1ª Questão Dados os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $B = \{a, b, c, d, e, f\}$.

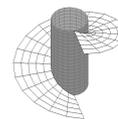
- a) A relação $\mathcal{R} = \{(0, c), (3, e), (4, e), (1, a), (2, a), (1, c), (5, f)\}$ é uma função? (Justifique). Estabeleça o domínio e a imagem desta relação;
- b) Encontre uma relação \mathcal{S} entre os conjuntos A e B com $\text{dom}(\mathcal{S}) = \{\text{pares}\}$ e $\text{im}(\mathcal{S}) = \{\text{vogais}\}$, tal que \mathcal{S} seja uma função.

2ª Questão Dada as funções $a(x) = x^2 + x - 6$ e $b(x) = x^2 - 9$. Encontre o domínio da função $c(x) = \sqrt{\frac{a(x)}{b(x)}}$.

3ª Questão Dadas as funções abaixo, esboce o gráfico e determine o domínio e a imagem de cada uma delas.

- a) $a(x) = -2x + 1$
- b) $b(x) = -(x - 1)^2 + 4$
- c) $c(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x \leq -1 \\ -x + 2 & \text{se } x > -1 \end{cases}$
- d) $d(x) = \begin{cases} -x^2 & \text{se } x \leq -1 \\ x + 2 & \text{se } -1 < x < 2 \\ x^2 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$

Boa Sorte



1ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 02/Mai/2000

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 00.1

Turma(s): Matrícula:

1ª Questão Dados os conjuntos $A = \{n \in \mathbb{N}, n \leq 8\}$ e $B = \{a, b, c, d, e, f\}$

- a) A relação $\mathcal{R} = \{(0, c), (1, e), (2, e), (4, a), (5, c), (6, f), (8, a), (2, f)\}$ é uma função? (Justifique). Estabeleça o domínio e a imagem desta relação;
- b) Encontre uma relação \mathcal{S} entre os conjuntos A e B com $\text{dom}(\mathcal{S}) = \{\text{pares}\}$ e $\text{im}(\mathcal{S}) = \{\text{vogais}\}$, tal que \mathcal{S} seja uma função.

2ª Questão Dada as funções $a(x) = x^2 + x - 6$ e $b(x) = x^2 - 4$. Encontre o domínio da função $c(x) = \sqrt{a(x).b(x)}$.

3ª Questão Dadas as funções abaixo, esboce o gráfico e determine o domínio e a imagem de cada uma delas.

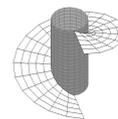
a) $a(x) = -1 - x$

b) $b(x) = (x - 2)^2 - 4$

c) $c(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x \leq 1 \\ -x + 2 & \text{se } x > 1 \end{cases}$

d) $d(x) = \begin{cases} -x^2 + 4 & \text{se } x \leq -2 \\ x + 2 & \text{se } -2 < x < 2 \\ x^2 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$

Boa Sorte



2ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 18/Ago/2000

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 00.1

Turma(s): Matrícula: **1ª Questão** Faça os gráficos e encontre as raízes das seguintes funções:

a) $a(x) = || -x^2 + 3| - 4|$

b) $b(x) = \frac{2}{x} - 1$

2ª Questão Considere a função $d(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{se } x < -2 \\ -x^2 + x + 6 & \text{se } -2 \leq x \leq 3 \\ x - 2 & \text{se } x > 3 \end{cases}$.a) Faça o gráfico de $d(x)$;b) A função $d(x)$ é contínua em $x = -2$? (Justifique) E no ponto $x = 3$?**3ª Questão** Determinar o(s) valor(es) de $\xi \in \mathbb{R}$, que transformam a função $f(x) = \begin{cases} x^2 - \xi & \text{se } x > -1 \\ 2x - 3 & \text{se } x \leq -1 \end{cases}$ em uma função contínua no ponto $x = -1$. (Justifique)**4ª Questão** Calcule, caso exista, os seguintes limites:

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{x^3 - x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{5}{x} - 20$

5ª Questão Uma determinada fábrica de peças para automóveis, tem o custo de produção (em dólares) dada pela seguinte função $c(p) = 10000 + 5p$, onde p é o número de peças produzidas. Pergunta-se:

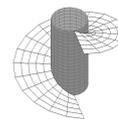
a) Qual é o custo fixo desta fábrica?

b) Qual é o custo e o custo médio para se produzir as quantidades de peças dada na tabela abaixo?

Quantidade	Custo de produção (U\$)	Custo Médio (U\$)
10		
100		
1.000		
10.000		
100.000		
1.000.000		

c) Qual a tendência para o custo médio quando a produção aumenta indefinidamente?

d) Fazer os gráficos da função custo ($c(p)$) e da função custo médio.



2ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 17/Ago/2000

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 00.1 Turma(s): Matrícula: **1ª Questão** Faça os gráficos e encontre as raízes das seguintes funções:

a) $a(x) = ||x^2 - 4| - 4|$

b) $b(x) = \frac{1}{x} + 1$

2ª Questão Considere a função $d(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{se } x < -2 \\ x^2 - x - 6 & \text{se } -2 \leq x \leq 3 \\ x - 2 & \text{se } x > 3 \end{cases}$.a) Faça o gráfico de $d(x)$;b) A função $d(x)$ é contínua em $x = -2$? (Justifique) E no ponto $x = 3$?**3ª Questão** Determinar o(s) valor(es) de $\beta \in \mathbb{R}$, que transformam a função $f(x) = \begin{cases} x^2 - \beta & \text{se } x > 1 \\ 2x - 3 & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$ em uma função contínua no ponto $x = 1$. (Justifique)**4ª Questão** Calcule, caso exista, os seguintes limites:

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{x^2 - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - 2x^4 - x^3}{1 + x^2 - x^3 - \frac{1}{2}x^4}$

5ª Questão Uma determinada fábrica de peças para automóveis, tem o custo de produção (em dolares) dada pela seguinte função $c(p) = 5000 + 25p$, onde p é o número de peças produzidas. Pergunta-se:

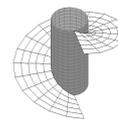
a) Qual é o custo fixo desta fábrica?

b) Qual é o custo e o custo médio para se produzir as quantidades de peças dada na tabela abaixo?

Quantidade	Custo de produção (U\$)	Custo Médio (U\$)
10		
100		
1.000		
10.000		
100.000		
1.000.000		

c) Qual a tendência para o custo médio quando a produção aumenta indefinidamente?

d) Fazer os gráficos da função custo ($c(p)$) e da função custo médio.



2ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 17/Ago/2000

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 00.1

Turma(s): Matrícula: **1ª Questão** Faça os gráficos e encontre as raízes das seguintes funções:

a) $a(x) = ||x^2 - 1| - 4|$

b) $b(x) = \frac{2}{x} + 2$

2ª Questão Considere a função $d(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{se } x < -2 \\ x^2 - 4 & \text{se } -2 \leq x \leq 2 \\ 2x - 4 & \text{se } x > 2 \end{cases}$.a) Faça o gráfico de $d(x)$;b) A função $d(x)$ é contínua em $x = -2$? (Justifique) E no ponto $x = 3$?**3ª Questão** Determinar o(s) valor(es) de $\beta \in \mathbb{R}$, que transformam a função $f(x) = \begin{cases} x^2 - \beta & \text{se } x > 1 \\ 2x + 1 & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$ em uma função contínua no ponto $x = 1$. (Justifique)**4ª Questão** Calcule, caso exista, os seguintes limites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^2 - x}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x^3}{-x^4 - 2x^3 + 2}$

5ª Questão Uma determinada fábrica de peças para automóveis, tem o custo de produção (em dólares) dada pela seguinte função $c(p) = 5000 + 2p$, onde p é o número de peças produzidas. Pergunta-se:

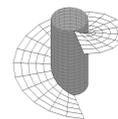
a) Qual é o custo fixo desta fábrica?

b) Qual é o custo e o custo médio para se produzir as quantidades de peças dada na tabela abaixo?

Quantidade	Custo de produção (U\$)	Custo Médio (U\$)
10		
100		
1.000		
10.000		
100.000		
1.000.000		

c) Qual a tendência para o custo médio quando a produção aumenta indefinidamente?

d) Fazer os gráficos da função custo ($c(p)$) e da função custo médio.



2ª Prova

Matemática Básica I (Pré-prova)

Prof.: Sérgio Data: 17/Ago/2000

Turno: M+N

Curso: Nome:

Período: 00.1 Turma(s): Matrícula: **1ª Questão** Faça os gráficos das seguintes funções:

a) $a(x) = -x + 3$

b) $b(x) = (x + 1)^2 - 1$

c) $c(x) = ||x^2 - 8| - 4|$ (Encontre as raízes desta função)

d) $d(x) = |1 - |2x + 2||$

2ª Questão Considere as funções $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 6 & \text{se } x \leq 0 \\ 3x + 2 & \text{se } x > 0 \end{cases}$ e $g(x) = \frac{5}{x} + 1$.a) Faça os gráficos de $f(x)$ e $g(x)$;b) Determine $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x)$ e $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$;c) As funções $f(x)$ e $g(x)$ são contínuas em $x = 0$? (Justifique) E no ponto $x = -1$?d) Determine $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.**3ª Questão** Determinar o(s) valor(es) de $\alpha \in \mathbb{R}$, que transformam a função $h(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{se } x > 1 \\ 2x - \alpha & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$ em uma função contínua no ponto $x = 1$. (Justifique)**4ª Questão** Calcule, caso exista, os seguintes limites:

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$

b) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h}$, onde $g(x) = x^2 + 2$

c) $\lim_{x \rightarrow -2} j(x)$, onde $j(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{se } x > -2 \\ x^2 + 5 & \text{se } x \leq -2 \end{cases}$ (Justifique)

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - x^3}{x^3 - \frac{1}{2}x^4 + 2}$

e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} - 2$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x^3}{x^4 - 2x^4 + 2}$

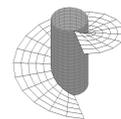
5ª Questão Uma determinada fábrica de peças tem o custo de produção (em dólares) dada pela seguinte função $c(x) = 30x + 1000$, onde x é o número de peças produzidas.

- a) Qual é o custo fixo desta fábrica?
- b) Qual é o custo e o custo médio para se produzir as quantidades de peças dada na tabela abaixo?

Quantidade	Custo de produção (U\$)	Custo Médio (U\$)
10		
100		
1.000		
10.000		
100.000		
1.000.000		

- c) Qual a tendência para o custo médio quando a produção aumenta indefinidamente?
- d) Fazer os gráficos da função custo ($c(x)$) e da função custo médio.

Boa Sorte



3ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 05/Set/2000

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 00.1 Turma: 01

Matrícula: **Considere a constante \mathcal{K} como sendo o último número da sua matrícula.****1ª Questão (3,0)** Dada a função $a(x) = x^2 - 2x + (\mathcal{K} + 1)$.

- Calcule a derivada de $a(x)$ no ponto $x = -1$, utilizando a definição de derivada, isto é, usando limite;
- Calcule a derivada de $a(x)$ no ponto $x = -1$, utilizando as propriedades das derivadas.
- Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de $a(x)$ no ponto $x = -1$.

2ª Questão (3,0) Considere a função $b(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + \mathcal{K}$.

- Calcule $b'(x)$ e $b''(x)$;
- Encontre o(s) ponto(s) crítico(s) da função $b(x)$, caso exista(m);
- Faça um esboço do gráfico das funções $b(x)$, considerando apenas a informação do item anterior;

3ª Questão (4,0) Calcule as derivadas das funções abaixo nos respectivos pontos:

- $c(x) = -\frac{1}{7}x^4 - 3\frac{1}{x^3} + \mathcal{K}$; $x = 1$
- $d(x) = (-2x^2 - x)(3x^2 + x - \mathcal{K})$; $x = 0$
- $f(x) = (x^3 + x^2 + x + 1)^{(\mathcal{K}+3)}$; $x = 0$
- $g(x) = 12\sqrt{\sqrt{x+1} + \mathcal{K}}$; $x = 8$

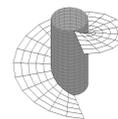
Boa Sorte



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



3ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 06/Set/2000

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 00.1 Turma: 02

Matrícula:

Considere a constante \mathcal{K} como sendo o último número da sua matrícula.

1ª Questão (3,0) Dada a função $a(x) = x^2 + x + (\mathcal{K} + 1)$.

- Calcule a derivada de $a(x)$ no ponto $x = 2$, utilizando a definição de derivada, isto é, usando limite;
- Calcule a derivada de $a(x)$ no ponto $x = 2$, utilizando as propriedades das derivadas.
- Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de $a(x)$ no ponto $x = 2$.

2ª Questão (3,0) Considere a função $b(x) = -x^4 + 4x^3 - 4x^2 + (\mathcal{K} + 2)$.

- Calcule $b'(x)$ e $b''(x)$;
- Encontre o(s) ponto(s) crítico(s) da função $b(x)$, caso exista(m);
- Faça um esboço do gráfico das funções $b(x)$, considerando apenas a informação do item anterior;

3ª Questão (4,0) Calcule as derivadas das funções abaixo nos respectivos pontos:

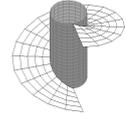
a) $c(x) = \frac{3}{2}x^4 - \frac{2}{3x^3} + \mathcal{K}$; $x = 1$

b) $d(x) = (x^3 - x)(x^2 - x + \mathcal{K})$; $x = 1$

c) $f(x) = (2x^3 - x^2 + x + 1)^{(\mathcal{K}+4)}$; $x = 0$

d) $g(x) = 8\sqrt{\sqrt{x-2} + (\mathcal{K} + 2)}$; $x = 6$

Boa Sorte



3ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 05/Set/2000

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 00.1 Turma: 04

Matrícula:

Considere a constante \mathcal{K} como sendo o último número da sua matrícula.

1ª Questão (3,0) Dada a função $a(x) = x^2 + 2x + (\mathcal{K} + 1)$.

- Calcule a derivada de $a(x)$ no ponto $x = 1$, utilizando a definição de derivada, isto é, usando limite;
- Calcule a derivada de $a(x)$ no ponto $x = 1$, utilizando as propriedades das derivadas.
- Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de $a(x)$ no ponto $x = 1$.

2ª Questão (3,0) Considere a função $b(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + \mathcal{K}$.

- Calcule $b'(x)$ e $b''(x)$;
- Encontre o(s) ponto(s) crítico(s) da função $b(x)$, caso exista(m);
- Faça um esboço do gráfico das funções $b(x)$, considerando apenas a informação do item anterior;

3ª Questão (4,0) Calcule as derivadas das funções abaixo nos respectivos pontos:

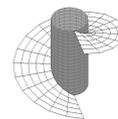
a) $c(x) = \frac{1}{2}x^4 - 6\frac{1}{x^3} + \mathcal{K}$; $x = 1$

b) $d(x) = (2x^3 + 3x)(x^2 - 2x + (\mathcal{K} + 1))$; $x = 1$

c) $f(x) = (2x^3 + x^2 - x + 1)^{(\mathcal{K}+4)}$; $x = 0$

d) $g(x) = 16\sqrt{\sqrt{x-1} + \mathcal{K}}$; $x = 17$

Boa Sorte



3ª Prova

Matemática Básica I (Pré-prova)

Prof.: Sérgio Data: 28/Ago/2000

Turno: M+N

Curso: Nome:

Período: 00.1 Turma(s): Matrícula:

1ª Questão Dada as funções $a(x) = x^2 - 2x - 1$ e $b(x) = -x - 1$.

a) Calcule o “coeficiente de Newton” no ponto $x = 2$ para $a(x)$ e $b(x)$, isto é, encontre o $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ de cada função no ponto $x = 1$;

b) Calcule as derivadas de $a(x)$ e $b(x)$ no ponto $x = 2$, utilizando a definição de derivada, isto é,

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

c) Calcule as derivadas de $a(x)$ e $b(x)$ no ponto $x = 2$, utilizando as propriedades das derivadas. (R: $a'(2) = 2$ e $b'(2) = -1$)

d) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de $a(x)$ no ponto $x = 1$. Lembre-se que a equação da reta é dada pela expressão:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \quad \text{ou} \quad m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$$

onde (x_0, y_0) é um ponto e m é o coeficiente angular da reta.

2ª Questão Se $c(x) = -x^4 + 8x^2 + 1$, $d(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 19$ e $e(x) = \frac{1}{x} + 7$:

a) Calcule $c'(x)$, $d'(x)$ e $e'(x)$;

b) Encontre o(s) ponto(s) crítico(s) das funções $c(x)$, $d(x)$ e $e(x)$, isto é, encontre o(s) valor(es) de $x \in \mathbb{R}$ tais que, as derivadas das funções sejam nulas, ou que não existam derivada; (R: $c(x) \Rightarrow \{0, 2, -2\}$, $d(x) \Rightarrow \{-1, 3\}$ e $e(x) \Rightarrow \bar{\mathbb{R}}$)

c) Faça um esboço do gráfico das funções $c(x)$ e $d(x)$;

d) Calcule os coeficientes angulares das retas que passam pelo ponto $(1, 8)$ e que são tangentes aos gráficos das funções $c(x)$, $d(x)$ e $e(x)$; (R: $c'(1) = 12$, $d'(1) = -12$ e $e'(1) = -1$)

e) Encontre a equação das retas tangente aos gráficos de $c(x)$, $d(x)$ e $e(x)$ no ponto $x = 1$ (ver exercício **(1d)**).

3ª Questão Calcule as derivadas das funções abaixo nos respectivos pontos:

a) $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + x - 1$; $x = -2$ (R: -119)

b) $g(x) = -\frac{1}{7}x^7 - 3x^{-2}$; $x = 1$ (R: 5)

c) $h(x) = \frac{1}{5x^5} + \sqrt[4]{x^5} + x^{\frac{2}{3}}; x = 1$ (R: $\frac{11}{12}$)

d) $i(x) = (x^3 - 2x)(1 + x + 2x^2); x = -1$ (R: -1)

e) $j(x) = (x^3 + x^2 + x + 1)^{19}; x = 0$ (R: 19)

f) $k(x) = \sqrt[3]{x^2 - x + 1}; x = 0$ (R: $-\frac{1}{3}$)

g) $l(x) = 4\sqrt{\sqrt{x} - 2}; x = 9$ (R: $\frac{1}{3}$)

h) $m(x) = \frac{2x + 1}{x - 2}; x = 1$ (R: -5)

i) $n(x) = \frac{x^3 - 2x}{1 + x + 2x^2}; x = 1$ (R: $\frac{9}{16}$)

	Prova	Data	Turma	Turno	Local
Datas das provas	3	05/09 terça	02 e 04	Manhã e Noite	sala de aula
	4	26/09 terça	02 e 04	Manhã e Noite	sala de aula
	3	06/09 quarta	01	Manhã	sala de aula
	4	27/09 quarta	01	Manhã	sala de aula
	Final	04/10 quarta	01, 02 e 04	Manhã e Noite	à definir

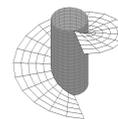
Boa Sorte



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



4ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 27/Set/2000

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 00.1 Turma: 01

Matrícula:

Considere a constante \mathcal{K} como sendo o último número da sua matrícula.

1ª Questão (3,0) Para a seguinte função de custo total $y_c = f(x) = x^2 + x + (\mathcal{K} + 1)^2$.

- Encontre as funções custo médio \bar{y}_c , custo marginal, custo médio marginal e custo marginal médio;
- Ache o valor de custo médio mínimo;
- Verifique que neste ponto de mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais.

2ª Questão (3,0) A função de receita total de uma fábrica de automóveis é expressa pela equação $R = -x^2 - 2x(\mathcal{K} - 15)$;

- Qual é a receita máxima que esta companhia pode esperar obter?
- Determine as funções de receita média e receita marginal?
- Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

3ª Questão (3,0) Dada as funções de demanda $y = f(x) = (24 - 2\mathcal{K}) - x$ e de custo $y_c = c(x) = -30x + (\mathcal{K} - 2)$ de uma empresa:

- Encontre a receita máxima;
- Ache o lucro máximo desta empresa.

4ª Questão (1,0) Calcule os pontos críticos das funções $f(x) = \ln(x^2 - 4(\mathcal{K} + 1)x + 7)$ e $g(x) = -2xe^{x-(10-\mathcal{K})^2}$.

Prova	Data	Turma	Turno	Local
Final	03/10 terça	01 e 02	Manhã	sala CCSA 201

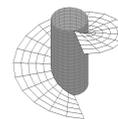
Boa Sorte



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



4ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 26/Set/2000

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 00.1 Turma: 02

Matrícula:

Considere a constante \mathcal{K} como sendo o último número da sua matrícula.

1ª Questão (3,0) Para a seguinte função de custo total $y_c = f(x) = x^2 + 2x + (\mathcal{K} + 10)^2$.

- Encontre as funções custo médio \bar{y}_c , custo marginal, custo médio marginal e custo marginal médio;
- Ache o valor de custo médio mínimo;
- Verifique que neste ponto de mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais.

2ª Questão (3,0) A função de receita total de uma fábrica de automóveis é expressa pela equação $R = -x^2 + 2x(20 - \mathcal{K})$;

- Qual é a receita máxima que esta companhia pode esperar obter?
- Determine as funções de receita média e receita marginal?
- Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

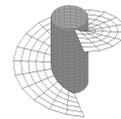
3ª Questão (3,0) Dada as funções de demanda $y = f(x) = (40 - 2\mathcal{K}) - x$ e de custo $y_c = c(x) = -2x - (\mathcal{K} + 10)$ de uma empresa:

- Encontre a receita máxima;
- Ache o lucro máximo desta empresa.

4ª Questão (1,0) Calcule os pontos críticos das funções $f(x) = \ln(x^2 - 2(\mathcal{K} + 1)x - 2)$ e $g(x) = xe^{x-(10-\mathcal{K})}$.

Prova	Data	Turma	Turno	Local
Final	04/10 quarta	01,02 e 04	Manhã e Noite	sala CCSA 201

Boa Sorte



4ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 29/Mar/2001

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 00.2 Turma: 02

Matrícula:

1ª Questão (3,0) Para a seguinte função de custo total $y_c = C(x) = x^2 + 2x + (\mathcal{K} + 10)^2$.

- Encontre as funções custo médio \bar{y}_c , custo marginal, custo médio marginal e custo marginal médio;
- Ache o valor de custo médio mínimo e verifique que neste ponto de mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais.

2ª Questão (3,0) A função de receita total de uma fábrica de automóveis é expressa pela equação $R(x) = -2x^2 + 4x(20 - \mathcal{K})$;

- Qual é a receita máxima que esta companhia pode esperar obter?
- Determine as funções de receita média e receita marginal?
- Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

3ª Questão (3,0) Dada a função $m(x) = x^3 - 3(\mathcal{K} + 1)x^2 + (20 - \mathcal{K})$:

- Determine os intervalos onde a função é crescente;
- Determine os intervalos onde a função tem concavidade positiva;
- Esboce o gráfico da função.

4ª Questão (2,0) Calcule os pontos críticos das funções $f(x) = x \cdot e^{(11-\mathcal{K})x}$ e $g(x) = \ln [x^2 - 2(\mathcal{K} + 1)x + (\mathcal{K} + 1)^2]^2$.

Obs.: Considere a constante \mathcal{K} como sendo o último número da sua matrícula.

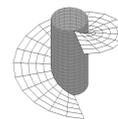
Prova	Data	Turma	Turno	Local
Final	05/04 quinta	01,02	Manhã	sala de aula



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



4ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 26/Set/2000

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 00.1 Turma: 04

Matrícula:

Considere a constante \mathcal{K} como sendo o último número da sua matrícula.

1ª Questão (3,0) Para a seguinte função de custo total $y_c = f(x) = x^2 - 2x + (11 - \mathcal{K})^2$.

- Encontre as funções custo médio \bar{y}_c , custo marginal, custo médio marginal e custo marginal médio;
- Ache o valor de custo médio mínimo;
- Verifique que neste ponto de mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais.

2ª Questão (3,0) A função de receita total de uma fábrica de automóveis é expressa pela equação $R = -x^2 - 2x(\mathcal{K} - 11)$;

- Qual é a receita máxima que esta companhia pode esperar obter?
- Determine as funções de receita média e receita marginal?
- Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

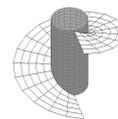
3ª Questão (3,0) Dada as funções de demanda $y = f(x) = -x + (2\mathcal{K} + 6)$ e de custo $y_c = c(x) = -2x - (40 - 2\mathcal{K})$ de uma empresa:

- Encontre a receita máxima;
- Ache o lucro máximo desta empresa.

4ª Questão (1,0) Calcule os pontos críticos das funções $f(x) = \ln(x^2 - 6(\mathcal{K} + 1)x - 2)$ e $g(x) = xe^{-x-(100-2\mathcal{K})}$.

Prova	Data	Turma	Turno	Local
Final	03/10 terça	04	Noite	sala CCSA 201

Boa Sorte



4ª Prova

Matemática Básica I (Pré-prova)

Prof.: Sérgio Data: 11/Set/2000

Turno: M+N

Curso: Nome:

Período: 00.1 Turma(s): Matrícula:

1 Algumas Aplicações das Derivadas na Administração e na Economia

1.1 CUSTO, CUSTO MÉDIO E CUSTO MARGINAL

Admitindo-se que o *custo total* y para se produzir e negociar x unidades de um artigo é uma função somente de x , então a função de custo total pode ser representada por $y_c = f(x)$.

São usadas funções de vários tipos para representar curvas de custo total. Em geral, as curvas de custo tem as seguintes propriedades:

- Quando nenhuma unidade é produzida, o custo total é igual a zero ou positivo, isto é, $f(0) \geq 0$. Se $f(0) > 0$, então $f(0)$ é o montante das despesas gerais ou dos custos fixos de produção.
- O custo total aumenta quando x aumenta e, portanto, $f'(x)$ é sempre positivo.
- O custo de produção de uma quantidade muito grande de qualquer artigo usualmente atinge um ponto no qual este aumenta a uma taxa crescente. Portanto, a curva de custo total é, normalmente, côncava para cima, isto é, $f''(x) > 0$. Entretanto, dentro de uma faixa limitada, a curva de custo total é, com frequência, côncava para baixo, correspondendo ao custo marginal decrescente.

Se a função de custo total é $f(x)$ então, o *custo médio* ou *por unidade* é

$$cm(x) = \bar{y}_c = \frac{y_c}{x} = \frac{f(x)}{x} \text{ e o custo marginal é } f'(x).$$

A primeira derivada do custo médio (o *custo médio marginal*) é $cm'(x) = \frac{xf'(x) - f(x)}{x^2}$

$$\text{Se } \boxed{cm'(x)=0} \Leftrightarrow xf'(x) - f(x) = 0, \text{ isto é, } f(x) = xf'(x) \Rightarrow \frac{f(x)}{x} = \boxed{f'(x)=cm(x)}$$

Portanto, o custo médio é mínimo para um valor de x , tal que o custo médio se iguale ao custo marginal; isto é, as curvas do custo médio e do custo marginal se interceptam no ponto de custo médio mínimo. Observe que se x existir, supõe-se que seu valor seja mínimo para o qual $cm'(x) = 0$, devido à terceira propriedade das curvas de custo mencionadas acima.

Para uma determinada curva de custo total, a existência deste mínimo pode ser testada da maneira usual.

1.2 ELASTICIDADE

A *elasticidade pontual* da função $y = f(x)$ no ponto x é a taxa de variação proporcional em y por unidade de variação em x :

$$\eta = \frac{Ey}{Ex} = \frac{\frac{dy}{y}}{\frac{dx}{x}} = \frac{x}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{x}{y} \cdot f'(x)$$

Observe que a elasticidade η de uma função é independente das unidades com as quais as variáveis são medidas. Isto resulta da definição de elasticidade, em termos de variações proporcionais, que são necessariamente independentes das unidades de medida.

A elasticidade pontual da demanda, oferta, custo, produtividade e outras funções é um importante conceito na teoria econômica.

1.3 RECEITA, RECEITA MARGINAL E ELASTICIDADE DE DEMANDA

Para qualquer função demanda dada $y = f(x)$ onde y é o preço por unidade e x é o número de unidades; a *receita total* R é o produto de x por y , isto é, $R = x \cdot y = x \cdot f(x)$

A *receita marginal* em relação à demanda é a derivada da receita total em relação a x , ou seja, $R'(x)$ e é, portanto, a taxa de variação na receita em relação à variação na demanda.

Observe que a *receita média*, ou a *receita por unidade*, representa também o preço por unidade y - isto é, a curva de receita média e a curva de demanda são idênticas.

Uma vez que x e y são sempre não negativos no contexto de nossa estrutura analítica previamente estabelecida, R também é sempre não negativa. Contudo, $R'(x)$ pode ser positivo ou negativo - isto é, embora a receita total seja sempre não negativa, ela pode aumentar ou diminuir, à medida que a demanda aumenta.

Note também que existe uma relação entre a receita marginal e a elasticidade de demanda, dada por:

$$R'(x) = x \cdot f'(x) + y = y \left(\frac{x}{y} \cdot f'(x) + 1 \right) = y \left(1 + \frac{Ey}{Ex} \right) = y(1 + \eta)$$

1.4 RENDA, CONSUMO E POUPANÇA NACIONAIS

A relação entre a renda nacional total disponível e o consumo nacional total é conhecida frequentemente como *função de consumo*. Nas formas simples de análise teórica da função de consumo, assume-se que à medida que a renda aumenta (ou diminui), o consumo aumenta (ou diminui), embora com menos intensidade que a renda; isto é, a tendência marginal ao consumo é igual à taxa de variação no consumo, à medida que a renda disponível varia.

Se a função de consumo é dada por $c = C(x)$ onde c é o *consumo nacional total* e x a *renda nacional total* (e c e x são medidas nas mesmas unidades), então, a tendência marginal ao consumo é $C'(x)$.

Nas análises teóricas elementares da renda nacional, assume-se frequentemente que a renda disponível é igual ao consumo ($C(X)$) mais a poupança ($S(x)$). Isto é expresso como $x = C(x) + S(x)$, logo, a *tendência marginal à poupança* é $S'(x) = 1 - C'(x)$

Na análise da renda nacional, o investimento é considerado como formação de capital e representa um acréscimo no capital real, por exemplo em equipamentos, edifícios, estoques, e assim por diante. Assume-se que o investimento e o consumo estejam relacionados de maneira tal que uma despesa no investimento inicial possa resultar num acréscimo na

renda igual a várias vezes esta quantia. Uma expressão numérica precisa para esta relação é dada pelo multiplicador. Este é a razão entre o último acréscimo na renda e o acréscimo no investimento que o originou.

O *multiplicador* k está relacionado à tendência marginal ao consumo e é dado por

$$k = \frac{1}{1 - C'(x)} = \frac{1}{S'(x)}$$

Observe que se $C'(x) = 0$, então $k = 1$; isto é, se nenhuma renda adicional é gasta, o acréscimo total na renda é igual à despesa inicial; se $C'(x) \rightarrow 1$, $k \rightarrow \infty$; isto é, se toda a renda adicional é gasta, o acréscimo total na renda torna-se infinitamente grande.

1.5 EXERCÍCIO

1ª Questão Para cada uma das seguintes funções de custo total, ache o custo médio (\bar{y}), custo marginal, custo médio marginal, o mínimo custo médio e mostre que neste mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais (ver 1.1).

a) $y = x^2 + 200x + 10000$ (R. $x_{min} = 100$ $\bar{y}_{min} = 400$)

b) $y = 25x - 8x^2 + x^3$ (R. $x_{min} = 4$ $\bar{y}_{min} = 9$)

c) $y = 2x^2 + 5x + 18$ (R. $x_{min} = 3$ $\bar{y}_{min} = 17$)

d) $y = 3x^2 + 5x + 6$ (R. $x_{min} = \sqrt{2}$ $\bar{y}_{min} = 6\sqrt{2} + 5 \approx 13.485$)

e) $y = 20x + 2x^3 + 4x^5$ (R. $x_{min} = 0$ $\bar{y}_{min} = 20$)

f) $y = 2x + x^2 \ln x$ (R. $x_{min} = \frac{1}{e}$ $\bar{y}_{min} = 2 - \frac{1}{e} \approx 1.6321$)

g) $y = 2xe^{-x} + xe^x$ (R. $x_{min} = \frac{1}{2} \ln 2$ $\bar{y}_{min} = 2\sqrt{2} \approx 2.8284$)

2ª Questão A função de receita total de uma fábrica de móveis coloniais é expressa pela equação $R = 24x - 3x^2$

a) Qual é a receita máxima que esta companhia pode esperar obter, supondo que esta equação seja válida? (R. $x_{max} = 4$ $R_{max} = 48$)

b) Que equação representa a função de receita média e marginal?

c) Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

3ª Questão Para cada um dos seguintes pares de funções de demanda e de custo (médio ou total), ache o lucro máximo, a receita máxima que se pode obter e verifique que a relação entre a receita marginal e a elasticidade de demanda é válida (ver 1.3).

a) $y = 18 - x$ e $y_c = 2x + 14$ (R. $R_{max} = (9, 81)$ $L_{max} = (8, 50)$)

b) $y = 24 - 7x$ e $\bar{y}_c = 6 - x$ (R. $R_{max} = (\frac{3}{2}, \frac{27}{2})$ $L_{max} = (\frac{12}{7}, \frac{144}{7})$)

c) $y = 26 - 3x^2$ e $y_c = 3x^2 + 2x + 14$ (R. $R_{max} = (\frac{4}{3}, \frac{50}{9})$ $L_{max} = (\frac{1}{3}\sqrt{26}, \frac{52}{9}\sqrt{26})$)

d) $y = 12 - 4x$ e $y_c = 8x - x^2$ (R. $R_{max} = (\frac{2}{3}, \frac{4}{3})$ $L_{max} = (\frac{3}{2}, 9)$)

e) $y = 12 - 5x$ e $\bar{y}_c = 4x + 6$ (R. $R_{max} = (\frac{1}{3}, 1)$ $L_{max} = (\frac{6}{5}, \frac{36}{5})$)

4ª Questão Suponha que o consumo nacional seja dado pela funções $C_1(x) = 1 + 3x^2$, $C_2(x) = 10 + 0,8x + 0,5\sqrt{x}$ e $C_3(x) = 0,7 + \frac{0,2}{3\sqrt[3]{x^2}}$.

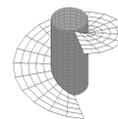
- a) Encontrar a função poupança nacional $S_1(x)$, $S_2(x)$ e $S_3(x)$;
 b) Encontre a tendência marginal ao consumo e a tendência marginal à poupança;
 c) Encontre o multiplicador k para o valor $x = 1$ (ver 1.4)

$$(R. k_1(1) = -\frac{1}{5} \quad k_2(1) = -20 \quad k_3(1) = \frac{9}{11})$$

Datas das provas

Prova	Data	Turma	Turno	Local
4	26/09 terça	02 e 04	Manhã e Noite	sala de aula
4	27/09 quarta	01	Manhã	sala de aula
Final	04/10 quarta	01, 02 e 04	Manhã e Noite	à definir

Boa Sorte



Final

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 05/Out/2000

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 00.2

Turma(s): Matrícula: **Considere a constante \mathcal{K} como sendo o último número da sua matrícula.**

1ª Questão (1,25) Dada a função $a(x) = \begin{cases} -x^2 + \mathcal{K}^2 & \text{se } x \leq -2 \\ x + 1 & \text{se } -2 < x < 2 \\ x^2 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$, esboce o gráfico e determine o domínio e a imagem desta função.

2ª Questão (1,25) Encontre o domínio da função $b(x) = \frac{\sqrt{2x^2 - 2\mathcal{K}^2}}{\sqrt{x^2 + x - 6}}$.

3ª Questão (1,25) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico da função $c(x) = x^3 - 3x^2 - (10 - \mathcal{K})$ no ponto $x = \mathcal{K}$.

4ª Questão (1,25) Considere a função $d(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{se } x < -2 \\ -x^2 + x + 6 & \text{se } -2 \leq x \leq \mathcal{K} \\ x - 2 & \text{se } x > \mathcal{K} \end{cases}$. A função $d(x)$ é contínua em $x = -2$? E no ponto $x = \mathcal{K}$? (Justifique)

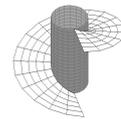
5ª Questão (1,25) Uma determinada fábrica de peças para automóveis, tem o custo de produção (em dólares) dada pela seguinte função $y_c = c(x) = 10000 + 5x$, onde x é o número de peças produzidas. Qual a tendência para o custo médio quando a produção aumenta indefinidamente? Fazer os gráficos da função custo y_c e da função custo médio \bar{y}_c .

6ª Questão (1,25) Calcule as derivadas das funções $p(x) = \frac{-2x^2 - x}{3x^2 + x - \mathcal{K}}$ e $q(x) = 2x \cdot e^{x - (10 - \mathcal{K})^2}$.

7ª Questão (2,5) Dada as funções de Receita $R(x) = -x^2 + (2\mathcal{K} + 6)x$ e de Custo $C(x) = -2x - (40 - 2\mathcal{K})$ de uma empresa:

- Encontre a função receita marginal, determine a receita máxima desta empresa;
- Encontre a função lucro médio e ache o lucro máximo desta empresa.

Boa Sorte



Final

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 03/Out/2000

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 00.1 Turma: 04

Matrícula: **Considere a constante \mathcal{K} como sendo o último número da sua matrícula.**

1ª Questão (1,25) Dada a função $a(x) = \begin{cases} -x^2 & \text{se } x \leq -2 \\ x + 1 & \text{se } -2 < x < 2 \\ x^2 - \mathcal{K}^2 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$, esboce o gráfico e determine o domínio e a imagem desta função.

2ª Questão (1,25) Encontre o domínio da função $b(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x - 6}}{\sqrt{2x^2 - 2\mathcal{K}^2}}$.

3ª Questão (1,25) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico da função $c(x) = -x^3 + 3x^2 - (\mathcal{K})$ no ponto $x = \mathcal{K}$.

4ª Questão (1,25) Considere a função $d(x) = \begin{cases} -x + 2 & \text{se } x < -2 \\ -x^2 + x + 6 & \text{se } -2 \leq x \leq \mathcal{K} \\ x + 2 & \text{se } x > \mathcal{K} \end{cases}$. A função $d(x)$ é contínua em $x = -2$? E no ponto $x = \mathcal{K}$? (Justifique)

5ª Questão (1,25) Uma determinada fábrica de peças para automóveis, tem o custo de produção (em dolares) dada pela seguinte função $c(p) = 1000 + 7p$, onde p é o número de peças produzidas. Qual a tendência para o custo médio quando a produção aumenta indefinidamente? Fazer os gráficos da função custo ($c(p)$) e da função custo médio.

6ª Questão (1,25) Calcule as derivadas das funções $p(x) = \frac{-2x^2 - x - \mathcal{K}}{3x^2 + x}$ e $q(x) = -3x \cdot e^{x - (10 - \mathcal{K})^2}$

7ª Questão (2,5) Dada as funções de demanda $y = f(x) = (24 - 2\mathcal{K}) - x$ e de custo $y_c = c(x) = -30x + (\mathcal{K} - 2)$ de uma empresa, encontre a função receita média, determine a receita máxima desta empresa, encontre a função lucro marginal e ache o lucro máximo desta empresa.

Boa Sorte