Provas de Matemática Básica I

Período 2000.1

Sérgio de Albuquerque Souza

10 de janeiro de 2013

1ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *03/Mai/2000* Turno: *Manhã*

Curso: Nome:

Período: *00.1* Turma(s): Matrícula:

1ª Questão Dados os conjuntos $A=\{a,b,c,d,e,f\}$ e $B=\{0,1,2,3,4,5\}$

a) A relação $\mathcal{R} = \{(a,1),(b,1),(c,2),(d,3),(e,1),(f,5),(b,2)\}$ é uma função? (Justifique). Estabeleça o domínio e a imagem desta relação;

b) Encontre uma relação $\mathcal{S}$ entre os conjuntos A e B com $dom(\mathcal{S}) = \{vogais\}$ e $im(\mathcal{S}) = \{pares\}$. É possível que $\mathcal{S}$ seja uma função? (Justifique)

2ª Questão Dada as funções $a(x) = 2x^2 - 8$ e $b(x) = x^2 + x - 6$. Encontre o domínio da função $c(x) = \dfrac{\sqrt{a(x)}}{\sqrt{b(x)}}$.

3ª Questão Dadas as funções abaixo, esboce o gráfico e determine o domínio e a imagem de cada uma delas.

a) $a(x) = -1 - x$

b) $b(x) = -(x+1)^2 + 4$

c) $c(x) = \begin{cases} -1 & se \quad x \leq 1 \\ -x+2 & se \quad x > 1 \end{cases}$

d) $d(x) = \begin{cases} -x^2+4 & se \quad x \leq -2 \\ x+1 & se \quad -2 < x < 2 \\ x^2 & se \quad x \geq 2 \end{cases}$

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

1ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *02/Mai/2000* Turno: *Manhã*

Curso: Nome:

Período: *00.1* Turma(s): ☐☐ Matrícula: ☐☐☐☐☐☐☐☐

1ª Questão Dados os conjuntos $A=\{0,1,2,3,4,5,6\}$ e $B=\{a,b,c,d,e,f\}$.

a) A relação $\mathcal{R}=\{(0,c),(3,e),(4,e),(1,a),(2,a),(1,c),(5,f)\}$ é uma função? (Justifique). Estabeleça o domínio e a imagem desta relação;

b) Encontre uma relação $\mathcal{S}$ entre os conjuntos A e B com $dom(\mathcal{S})=\{pares\}$ e $im(\mathcal{S})=\{vogais\}$, tal que S seja uma função.

2ª Questão Dada as funções $a(x)=x^2+x-6$ e $b(x)=x^2-9$. Encontre o domínio da função $c(x)=\sqrt{\dfrac{a(x)}{b(x)}}$.

3ª Questão Dadas as funções abaixo, esboce o gráfico e determine o domínio e a imagem de cada uma delas.

a) $a(x)=-2x+1$

b) $b(x)=-(x-1)^2+4$

c) $c(x)=\begin{cases}-1 & se\quad x\leq -1\\ -x+2 & se\quad x>-1\end{cases}$

d) $d(x)=\begin{cases}-x^2 & se\quad x\leq -1\\ x+2 & se\quad -1<x<2\\ x^2 & se\quad x\geq 2\end{cases}$

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

1ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio*	Data: *02/Mai/2000*	Turno: *Noite*
Curso:	Nome:	
Período: *00.1*	Turma(s):	Matrícula:

1ª Questão Dados os conjuntos $A = \{n \in \mathbb{N}, n \leq 8\}$ e $B = \{a, b, c, d, e, f\}$

a) A relação $\mathcal{R} = \{(0, c), (1, e), (2, e), (4, a), (5, c), (6, f), (8, a), (2, f)\}$ é uma função? (Justifique). Estabeleça o domínio e a imagem desta relação;

b) Encontre uma relação $\mathcal{S}$ entre os conjuntos A e B com $dom(\mathcal{S}) = \{pares\}$ e $im(\mathcal{S}) = \{vogais\}$, tal que $\mathcal{S}$ seja uma função.

2ª Questão Dada as funções $a(x) = x^2 + x - 6$ e $b(x) = x^2 - 4$. Encontre o domínio da função $c(x) = \sqrt{a(x).b(x)}$.

3ª Questão Dadas as funções abaixo, esboce o gráfico e determine o domínio e a imagem de cada uma delas.

a) $a(x) = -1 - x$

b) $b(x) = (x - 2)^2 - 4$

c) $c(x) = \begin{cases} -1 & se \quad x \leq 1 \\ -x + 2 & se \quad x > 1 \end{cases}$

d) $d(x) = \begin{cases} -x^2 + 4 & se \quad x \leq -2 \\ x + 2 & se \quad -2 < x < 2 \\ x^2 & se \quad x \geq 2 \end{cases}$

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

2ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *18/Ago/2000* Turno: *Manhã*

Curso: Nome:

Período: *00.1* Turma(s): Matrícula:

1ª Questão Faça os gráficos e encontre as raízes das seguintes funções:

a) $a(x) = ||-x^2+3|-4|$

b) $b(x) = \dfrac{2}{x} - 1$

2ª Questão Considere a função $d(x) = \begin{cases} x+2 & se \quad x < -2 \\ -x^2+x+6 & se \quad -2 \leq x \leq 3 \\ x-2 & se \quad x > 3 \end{cases}$.

a) Faça o gráfico de $d(x)$;

b) A função $d(x)$ é contínua em $x = -2$? (Justifique) E no ponto $x = 3$?

3ª Questão Determinar o(s) valor(es) de $\xi \in \mathbb{R}$, que transformam a função $f(x) = \begin{cases} x^2 - \xi & se \quad x > -1 \\ 2x - 3 & se \quad x \leq -1 \end{cases}$ em uma função contínua no ponto $x = -1$. (Justifique)

4ª Questão Calcule, caso exista, os seguintes limites:

a) $\displaystyle\lim_{x \to -1} \frac{x+1}{x^3 - x}$

b) $\displaystyle\lim_{x \to 0^-} \frac{5}{x} - 20$

5ª Questão Uma determinada fábrica de peças para automóveis, tem o custo de produção (em dólares) dada pela seguinte função $c(p) = 10000 + 5p$, onde p é o número de peças produzidas. Pergunta-se:

a) Qual é o custo fixo desta fábrica?

b) Qual é o custo e o custo médio para se produzir as quantidades de peças dada na tabela abaixo?

Quantidade	Custo de produção (U$)	Custo Médio (U$)
10		
100		
1.000		
10.000		
100.000		
1.000.000		

c) Qual a tendência para o custo médio quando a produção aumenta indefinidamente?

d) Fazer os gráficos da função custo (c(p)) e da função custo médio.

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

2ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *17/Ago/2000* Turno: *Manhã*

Curso: Nome:

Período: *00.1* Turma(s): Matrícula:

1ª Questão Faça os gráficos e encontre as raízes das seguintes funções:

a) $a(x) = ||x^2 - 4| - 4|$

b) $b(x) = \dfrac{1}{x} + 1$

2ª Questão Considere a função $d(x) = \begin{cases} x+2 & se \quad x < -2 \\ x^2 - x - 6 & se \quad -2 \le x \le 3 \\ x - 2 & se \quad x > 3 \end{cases}$.

a) Faça o gráfico de $d(x)$;

b) A função $d(x)$ é contínua em $x = -2$? (Justifique) E no ponto $x = 3$?

3ª Questão Determinar o(s) valor(es) de $\beta \in \mathbb{R}$, que transformam a função $f(x) = \begin{cases} x^2 - \beta & se \quad x > 1 \\ 2x - 3 & se \quad x \le 1 \end{cases}$ em uma função contínua no ponto $x = 1$. (Justifique)

4ª Questão Calcule, caso exista, os seguintes limites:

a) $\displaystyle\lim_{x \to -1} \frac{x+1}{x^2 - 1}$

b) $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} \frac{2 - 2x^4 - x^3}{1 + x^2 - x^3 - \frac{1}{2}x^4}$

5ª Questão Uma determinada fábrica de peças para automóveis, tem o custo de produção (em dolares) dada pela seguinte função $c(p) = 5000 + 25p$, onde p é o número de peças produzidas. Pergunta-se:

a) Qual é o custo fixo desta fábrica?

b) Qual é o custo e o custo médio para se produzir as quantidades de peças dada na tabela abaixo?

Quantidade	Custo de produção (U$)	Custo Médio (U$)
10		
100		
1.000		
10.000		
100.000		
1.000.000		

c) Qual a tendência para o custo médio quando a produção aumenta indefinidamente?

d) Fazer os gráficos da função custo (c(p)) e da função custo médio.

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

2ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *17/Ago/2000* Turno: *Noite*

Curso: Nome:

Período: *00.1* Turma(s): ☐☐ Matrícula: ☐☐☐☐☐☐☐☐

1ª Questão Faça os gráficos e encontre as raízes das seguintes funções:

a) $a(x) = ||x^2 - 1| - 4|$

b) $b(x) = \dfrac{2}{x} + 2$

2ª Questão Considere a função $d(x) = \begin{cases} x - 2 & se \quad x < -2 \\ x^2 - 4 & se \quad -2 \leq x \leq 2 \\ 2x - 4 & se \quad x > 2 \end{cases}$.

a) Faça o gráfico de $d(x)$;

b) A função $d(x)$ é contínua em $x = -2$? (Justifique) E no ponto $x = 3$?

3ª Questão Determinar o(s) valor(es) de $\beta \in \mathbb{R}$, que transformam a função $f(x) = \begin{cases} x^2 - \beta & se \quad x > 1 \\ 2x + 1 & se \quad x \leq 1 \end{cases}$ em uma função contínua no ponto $x = 1$. (Justifique)

4ª Questão Calcule, caso exista, os seguintes limites:

a) $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{x}{x^2 - x}$

b) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} \frac{x^2 - x^3}{-x^4 - 2x^3 + 2}$

5ª Questão Uma determinada fábrica de peças para automóveis, tem o custo de produção (em dólares) dada pela seguinte função $c(p) = 5000 + 2p$, onde p é o número de peças produzidas. Pergunta-se:

a) Qual é o custo fixo desta fábrica?

b) Qual é o custo e o custo médio para se produzir as quantidades de peças dada na tabela abaixo?

Quantidade	Custo de produção (U$)	Custo Médio (U$)
10		
100		
1.000		
10.000		
100.000		
1.000.000		

c) Qual a tendência para o custo médio quando a produção aumenta indefinidamente?

d) Fazer os gráficos da função custo (c(p)) e da função custo médio.

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

2ª Prova — Matemática Básica I (Pré-prova)

Prof.: *Sérgio* Data: *17/Ago/2000* Turno: *M+N*

Curso: Nome:

Período: *00.1* Turma(s): Matrícula:

1ª Questão Faça os gráficos das seguintes funções:

a) $a(x) = -x + 3$

b) $b(x) = (x+1)^2 - 1$

c) $c(x) = ||x^2 - 8| - 4|$ (Encontre as raízes desta função)

d) $d(x) = |1 - |2x + 2||$

2ª Questão Considere as funções $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 6 & se \quad x \leq 0 \\ 3x + 2 & se \quad x > 0 \end{cases}$ e $g(x) = \dfrac{5}{x} + 1$.

a) Faça os gráficos de $f(x)$ e $g(x)$;

b) Determine $\lim_{x\to 0^-} f(x)$, $\lim_{x\to 0^+} f(x)$, $\lim_{x\to 0^-} g(x)$ e $\lim_{x\to 0^+} g(x)$;

c) As funções $f(x)$ e $g(x)$ são contínuas em $x = 0$? (Justifique) E no ponto $x = -1$?

d) Determine $\lim_{x\to\infty} f(x)$, $\lim_{x\to -\infty} f(x)$, $\lim_{x\to\infty} g(x)$ e $\lim_{x\to -\infty} g(x)$.

3ª Questão Determinar o(s) valor(es) de $\alpha \in \mathbb{R}$, que transformam a função $h(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & se \quad x > 1 \\ 2x - \alpha & se \quad x \leq 1 \end{cases}$ em uma função contínua no ponto $x = 1$. (Justifique)

4ª Questão Calcule, caso exista, os seguintes limites:

a) $\displaystyle\lim_{x\to -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$

b) $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h}$, onde $g(x) = x^2 + 2$

c) $\displaystyle\lim_{x\to -2} j(x)$, onde $j(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & se \quad x > -2 \\ x^2 + 5 & se \quad x \leq -2 \end{cases}$ (Justifique)

d) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{3x^4 - x^3}{x^3 - \frac{1}{2}x^4 + 2}$

e) $\displaystyle\lim_{x\to -\infty} \frac{5}{x} - 2$

f) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{x^2 - x^3}{x^4 - 2x^4 + 2}$

5ª Questão Uma determinada fábrica de peças tem o custo de produção (em dólares) dada pela seguinte função $c(x) = 30x + 1000$, onde x é o número de peças produzidas.

a) Qual é o custo fixo desta fábrica?

b) Qual é o custo e o custo médio para se produzir as quantidades de peças dada na tabela abaixo?

Quantidade	Custo de produção (U$)	Custo Médio (U$)
10		
100		
1.000		
10.000		
100.000		
1.000.000		

c) Qual a tendência para o custo médio quando a produção aumenta indefinidamente?

d) Fazer os gráficos da função custo (c(x)) e da função custo médio.

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

3ª Prova **Matemática Básica I**

Prof.: *Sérgio* Data: *05/Set/2000* Turno: *Manhã*

Curso: Nome:

Período: *00.1* Turma: *01* Matrícula:

Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula.

1ª Questão (3,0) Dada a função $a(x) = x^2 - 2x + (\mathcal{K} + 1)$.

a) Calcule a derivada de $a(x)$ no ponto $x = -1$, utilizando a definição de derivada, isto é, usando limite;

b) Calcule a derivada de $a(x)$ no ponto $x = -1$, utilizando as propriedades das derivadas.

c) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de $a(x)$ no ponto $x = -1$.

2ª Questão (3,0) Considere a função $b(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + \mathcal{K}$.

a) Calcule $b'(x)$ e $b''(x)$;

b) Encontre o(s) ponto(s) crítico(s) da função $b(x)$, caso exista(m);

c) Faça um esboço do gráfico das funções $b(x)$, considerando apenas a informação do ítem anterior;

3ª Questão (4,0) Calcule as derivadas das funções abaixo nos respectivos pontos:

a) $c(x) = -\frac{1}{7}x^4 - 3\frac{1}{x^3} + \mathcal{K}$; $x = 1$

b) $d(x) = (-2x^2 - x)(3x^2 + x - \mathcal{K})$; $x = 0$

c) $f(x) = (x^3 + x^2 + x + 1)^{(\mathcal{K}+3)}$; $x = 0$

d) $g(x) = 12\sqrt{\sqrt{x+1} + \mathcal{K}}$; $x = 8$

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

3ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *06/Set/2000* Turno: *Manhã*

Curso: Nome:

Período: *00.1* Turma: *02* Matrícula:

Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula.

1ª Questão (3,0) Dada a função $a(x) = x^2 + x + (\mathcal{K} + 1)$.

a) Calcule a derivada de $a(x)$ no ponto $x = 2$, utilizando a definição de derivada, isto é, usando limite;

b) Calcule a derivada de $a(x)$ no ponto $x = 2$, utilizando as propriedades das derivadas.

c) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de $a(x)$ no ponto $x = 2$.

2ª Questão (3,0) Considere a função $b(x) = -x^4 + 4x^3 - 4x^2 + (\mathcal{K} + 2)$.

a) Calcule $b'(x)$ e $b''(x)$;

b) Encontre o(s) ponto(s) crítico(s) da função $b(x)$, caso exista(m);

c) Faça um esboço do gráfico das funções $b(x)$, considerando apenas a informação do ítem anterior;

3ª Questão (4,0) Calcule as derivadas das funções abaixo nos respectivos pontos:

a) $c(x) = \dfrac{3}{2}x^4 - \dfrac{2}{3x^3} + \mathcal{K}$; $x = 1$

b) $d(x) = (x^3 - x)(x^2 - x + \mathcal{K})$; $x = 1$

c) $f(x) = (2x^3 - x^2 + x + 1)^{(\mathcal{K}+4)}$; $x = 0$

d) $g(x) = 8\sqrt{\sqrt{x-2} + (\mathcal{K} + 2)}$; $x = 6$

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

3ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *05/Set/2000* Turno: *Noite*

Curso: Nome:

Período: *00.1* Turma: *04* Matrícula:

Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula.

1ª Questão (3,0) Dada a função $a(x) = x^2 + 2x + (\mathcal{K} + 1)$.

a) Calcule a derivada de $a(x)$ no ponto $x = 1$, utilizando a definição de derivada, isto é, usando limite;

b) Calcule a derivada de $a(x)$ no ponto $x = 1$, utilizando as propriedades das derivadas.

c) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de $a(x)$ no ponto $x = 1$.

2ª Questão (3,0) Considere a função $b(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + \mathcal{K}$.

a) Calcule $b'(x)$ e $b''(x)$;

b) Encontre o(s) ponto(s) crítico(s) da função $b(x)$, caso exista(m);

c) Faça um esboço do gráfico das funções $b(x)$, considerando apenas a informação do item anterior;

3ª Questão (4,0) Calcule as derivadas das funções abaixo nos respectivos pontos:

a) $c(x) = \dfrac{1}{2}x^4 - 6\dfrac{1}{x^3} + \mathcal{K}$; $x = 1$

b) $d(x) = (2x^3 + 3x)(x^2 - 2x + (\mathcal{K} + 1))$; $x = 1$

c) $f(x) = (2x^3 + x^2 - x + 1)^{(\mathcal{K}+4)}$; $x = 0$

d) $g(x) = 16\sqrt{\sqrt{x-1} + \mathcal{K}}$; $x = 17$

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

3ª Prova

Matemática Básica I (Pré-prova)

Prof.: *Sérgio* Data: *28/Ago/2000* Turno: *M+N*
Curso: Nome:

Período: *00.1* Turma(s): Matrícula:

1ª Questão Dada as funções $a(x) = x^2 - 2x - 1$ e $b(x) = -x - 1$.

a) Calcule o "coeficiente de Newton" no ponto $x = 2$ para $a(x)$ e $b(x)$, isto é, encontre o $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ de cada função no ponto $x = 1$;

b) Calcule as derivadas de $a(x)$ e $b(x)$ no ponto $x = 2$, utilizando a definição de derivada, isto é,
$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

c) Calcule as derivadas de $a(x)$ e $b(x)$ no ponto $x = 2$, utilizando as propriedades das derivadas. (*R:* $a'(2) = 2$ *e* $b'(2) = -1$)

d) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de $a(x)$ no ponto $x = 1$. Lembre-se que a equação da reta é dada pela expressão:
$$y - y_0 = m(x - x_0) \quad ou \quad m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$$
onde (x_0, y_0) é um ponto e m é o coeficiente angular da reta.

2ª Questão Se $c(x) = -x^4 + 8x^2 + 1$, $d(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 19$ e $e(x) = \dfrac{1}{x} + 7$:

a) Calcule $c'(x)$, $d'(x)$ e $e'(x)$;

b) Encontre o(s) ponto(s) crítico(s) das funções $c(x)$, $d(x)$ e $e(x)$, isto é, encontre o(s) valor(es) de $x \in \mathbb{R}$ tais que, as derivadas das funções sejam nulas, ou que não existam derivada; (*R:* $c(x) \Rightarrow \{0, 2, -2\}$, $d(x) \Rightarrow \{-1, 3\}$ *e* $e(x) \Rightarrow \nexists$)

c) Faça um esboço do gráfico das funções $c(x)$ e $d(x)$;

d) Calcule os coeficientes angulares das retas que passam pelo ponto $(1, 8)$ e que são tangentes aos gráficos das funções $c(x)$, $d(x)$ e $e(x)$; (*R:* $c'(1) = 12$, $d'(1) = -12$ *e* $e'(1) = -1$)

e) Encontre a equação das retas tangente aos gráficos de $c(x)$, $d(x)$ e $e(x)$ no ponto $x = 1$ (ver exercício **(1d)**).

3ª Questão Calcule as derivadas das funções abaixo nos respectivos pontos:

a) $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + x - 1$; $x = -2$ (*R:* -119)

b) $g(x) = -\dfrac{1}{7}x^7 - 3x^{-2}$; $x = 1$ (*R:* 5)

c) $h(x) = \dfrac{1}{5x^5} + \sqrt[4]{x^5} + x^{\frac{2}{3}}$; $x = 1$ (*R:* $\frac{11}{12}$)

d) $i(x) = (x^3 - 2x)(1 + x + 2x^2)$; $x = -1$ (*R:* -1)

e) $j(x) = (x^3 + x^2 + x + 1)^{19}$; $x = 0$ (*R:* 19)

f) $k(x) = \sqrt[3]{x^2 - x + 1}$; $x = 0$ (*R:* $-\frac{1}{3}$)

g) $l(x) = 4\sqrt{\sqrt{x} - 2}$; $x = 9$ (*R:* $\frac{1}{3}$)

h) $m(x) = \dfrac{2x + 1}{x - 2}$; $x = 1$ (*R:* -5)

i) $n(x) = \dfrac{x^3 - 2x}{1 + x + 2x^2}$; $x = 1$ (*R:* $\frac{9}{16}$)

Datas das provas

Prova	Data	Turma	Turno	Local
3	05/09 terça	02 e 04	Manhã e Noite	sala de aula
4	26/09 terça	02 e 04	Manhã e Noite	sala de aula
3	06/09 quarta	01	Manhã	sala de aula
4	27/09 quarta	01	Manhã	sala de aula
Final	**04/10 quarta**	01, 02 e 04	Manhã e Noite	à definir

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

4ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *27/Set/2000* Turno: *Manhã*
Curso: Nome:

Período: *00.1* Turma: *01* Matrícula:

Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula.

1ª Questão (3,0) Para a seguinte função de custo total $y_c = f(x) = x^2 + x + (\mathcal{K} + 1)^2$.

a) Encontre as funções custo médio $\overline{y}_c$, custo marginal, custo médio marginal e custo marginal médio;

b) Ache o valor de custo médio mínimo;

c) Verifique que neste ponto de mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais.

2ª Questão (3,0) A função de receita total de uma fábrica de automóveis é expressa pela equação $R = -x^2 - 2x(\mathcal{K} - 15)$;

a) Qual é a receita máxima que esta companhia pode esperar obter?

b) Determine as funções de receita média e receita marginal?

c) Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

3ª Questão (3,0) Dada as funções de demanda $y = f(x) = (24 - 2\mathcal{K}) - x$ e de custo $y_c = c(x) = -30x + (\mathcal{K} - 2)$ de uma empresa:

a) Encontre a receita máxima;

b) Ache o lucro máximo desta empresa.

4ª Questão (1,0) Calcule os pontos críticos das funções $f(x) = ln(x^2 - 4\,(\mathcal{K} + 1)x + 7)$ e $g(x) = -2xe^{x-(10-\mathcal{K})^2}$.

Prova	Data	Turma	Turno	Local
Final	03/10 terça	01 e 02	Manhã	sala CCSA 201

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

4ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *26/Set/2000* Turno: *Manhã*
Curso: Nome:

Período: *00.1* Turma: *02* Matrícula:

Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula.

1ª Questão (3,0) Para a seguinte função de custo total $y_c = f(x) = x^2 + 2x + (\mathcal{K}+10)^2$.

a) Encontre as funções custo médio $\overline{y}_c$, custo marginal, custo médio marginal e custo marginal médio;

b) Ache o valor de custo médio mínimo;

c) Verifique que neste ponto de mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais.

2ª Questão (3,0) A função de receita total de uma fábrica de automóveis é expressa pela equação $R = -x^2 + 2x(20 - \mathcal{K})$;

a) Qual é a receita máxima que esta companhia pode esperar obter?

b) Determine as funções de receita média e receita marginal?

c) Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

3ª Questão (3,0) Dada as funções de demanda $y = f(x) = (40 - 2\mathcal{K}) - x$ e de custo $y_c = c(x) = -2x - (\mathcal{K} + 10)$ de uma empresa:

a) Encontre a receita máxima;

b) Ache o lucro máximo desta empresa.

4ª Questão (1,0) Calcule os pontos críticos das funções $f(x) = ln(x^2 - 2(\mathcal{K}+1)x - 2)$ e $g(x) = xe^{x-(10-\mathcal{K})}$.

Prova	Data	Turma	Turno	Local
Final	04/10 quarta	01,02 e 04	Manhã e Noite	sala CCSA 201

Boa Sorte

4ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *29/Mar/2001* Turno: *Manhã*
Curso: Nome:

Período: *00.2* Turma: *02* Matrícula:

1ª Questão (3,0) Para a seguinte função de custo total $y_c = C(x) = x^2 + 2x + (\mathcal{K} + 10)^2$.

a) Encontre as funções custo médio $\overline{y}_c$, custo marginal, custo médio marginal e custo marginal médio;

b) Ache o valor de custo médio mínimo e verifique que neste ponto de mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais.

2ª Questão (3,0) A função de receita total de uma fábrica de automóveis é expressa pela equação $R(x) = -2x^2 + 4x(20 - \mathcal{K})$;

a) Qual é a receita máxima que esta companhia pode esperar obter?

b) Determine as funções de receita média e receita marginal?

c) Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

3ª Questão (3,0) Dada a função $m(x) = x^3 - 3(\mathcal{K} + 1)x^2 + (20 - \mathcal{K})$:

a) Determine os intervalos onde a função é crescente;

b) Determine os intervalos onde a função tem concavidade positiva;

c) Esboce o gráfico da função.

4ª Questão (2,0) Calcule os pontos críticos das funções $f(x) = x.e^{(11-\mathcal{K})x}$ e $g(x) = ln\left[x^2 - 2(\mathcal{K} + 1)x + (\mathcal{K} + 1)^2\right]^2$.

Obs.: Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula.

Prova	Data	Turma	Turno	Local
Final	05/04 quinta	01,02	Manhã	sala de aula

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

4ª Prova — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *26/Set/2000* Turno: *Noite*

Curso: Nome:

Período: *00.1* Turma: *04* Matrícula:

Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula.

1ª Questão (3,0) Para a seguinte função de custo total $y_c = f(x) = x^2 - 2x + (11 - \mathcal{K})^2$.

a) Encontre as funções custo médio $\overline{y}_c$, custo marginal, custo médio marginal e custo marginal médio;

b) Ache o valor de custo médio mínimo;

c) Verifique que neste ponto de mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais.

2ª Questão (3,0) A função de receita total de uma fábrica de automóveis é expressa pela equação $R = -x^2 - 2x(\mathcal{K} - 11)$;

a) Qual é a receita máxima que esta companhia pode esperar obter?

b) Determine as funções de receita média e receita marginal?

c) Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

3ª Questão (3,0) Dada as funções de demanda $y = f(x) = -x + (2\mathcal{K} + 6)$ e de custo $y_c = c(x) = -2x - (40 - 2\mathcal{K})$ de uma empresa:

a) Encontre a receita máxima;

b) Ache o lucro máximo desta empresa.

4ª Questão (1,0) Calcule os pontos críticos das funções $f(x) = ln\left(x^2 - 6(\mathcal{K}+1)x - 2\right)$ e $g(x) = xe^{-x-(100-2\mathcal{K})}$.

Prova	Data	Turma	Turno	Local
Final	03/10 terça	04	Noite	sala CCSA 201

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

4ª Prova — Matemática Básica I (Pré-prova)

Prof.: *Sérgio* Data: *11/Set/2000* Turno: *M+N*
Curso: Nome:

Período: *00.1* Turma(s): Matrícula:

1 Algumas Aplicações das Derivadas na Administração e na Economia

1.1 CUSTO, CUSTO MÉDIO E CUSTO MARGINAL

Admitindo-se que o *custo total* y para se produzir e negociar x unidades de um artigo é uma função somente de x, então a função de custo total pode ser representada por $y_c = f(x)$.

São usadas funções de vários tipos para representar curvas de custo total. Em geral, as curvas de custo tem as seguintes propriedades:

a) Quando nenhuma unidade é produzida, o custo total é igual a zero ou positivo, isto é, $f(0) \geq 0$. Se $f(0) > 0$, então $f(0)$ é o montante das despesas gerais ou dos custos fixos de produção.

b) O custo total aumenta quando x aumenta e, portanto, $f'(x)$ é sempre positivo.

c) O custo de produção de uma quantidade muito grande de qualquer artigo usualmente atinge um ponto no qual este aumenta a uma taxa crescente. Portanto, a curva de custo total é, normalmente, côncava para cima, isto é, $f''(x) > 0$. Entretanto, dentro de uma faixa limitada, a curva de custo total é, com frequência, côncava para baixo, correspondo ao custo marginal decrescente.

Se a função de custo total é $f(x)$ então, o *custo médio* ou *por unidade* é $\boxed{cm(x) = \overline{y}_c = \dfrac{y_c}{x} = \dfrac{f(x)}{x}}$ e o *custo marginal* é $f'(x)$.

A primeira derivada do custo médio (o *custo médio marginal*) é $cm'(x) = \dfrac{xf'(x) - f(x)}{x^2}$

$$\text{Se } \boxed{\text{cm'(x)=0}} \Leftrightarrow xf'(x) - f(x) = 0, \text{ isto é, } f(x) = xf'(x) \Rightarrow \frac{f(x)}{x} = \boxed{\text{f'(x)=cm(x)}}$$

Portanto, o custo médio é mínimo para um valor de x, tal que o custo médio se iguale ao custo marginal; isto é, as curvas do custo médio e do custo marginal se interceptam no ponto de custo médio mínimo. Observe que se x existir, supõe-se que seu valor seja mínimo para o qual $cm'(x) = 0$, devido à terceira propriedade das curvas de custo mencionadas acima.

Para uma determinada curva de custo total, a existência deste mínimo pode ser testada da maneira usual.

1.2 ELASTICIDADE

A *elasticidade pontual* da função $y = f(x)$ no ponto x é a taxa de variação proporcional em y por unidade de variação em x:

$$\boxed{\eta = \frac{Ey}{Ex} = \frac{\frac{dy}{y}}{\frac{dx}{x}} = \frac{x}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{x}{y} \cdot f'(x)}$$

Observe que a elasticidade η de uma função é independente das unidades com as quais as variáveis são medidas. Isto resulta da definição de elasticidade, em termos de variações proporcionais, que são necessariamente independentes das unidades de medida.

A elasticidade pontual da demanda, oferta, custo, produtividade e outras funções é um importante conceito na teoria econômica.

1.3 RECEITA, RECEITA MARGINAL E ELASTICIDADE DE DEMANDA

Para qualquer função demanda dada $y = f(x)$ onde y é o preço por unidade e x é o número de unidades; a *receita total* R é o produto de x por y, isto é, $\boxed{R = x.y = x.f(x)}$

A *receita marginal* em relação à demanda é a derivada da receita total em relação a x, ou seja, $R'(x)$ e é, portanto, a taxa de variação na receita em relação à variação na demanda.

Observe que a *receita média*, ou a *receita por unidade*, representa também o preço por unidade y - isto é, a curva de receita média e a curva de demanda são idênticas.

Uma vez que x e y são sempre não negativos no contexto de nossa estrutura analítica previamente estabelecida, R também é sempre não negativa. Contudo, $R'(x)$ pode ser positivo ou negativo - isto é, embora a receita total seja sempre não negativa, ela pode aumentar ou diminuir, à medida que a demanda aumenta.

Note também que existe uma relação entre a receita marginal e a elasticidade de demanda, dada por:

$$\boxed{R'(x) = x \cdot f'(x) + y = y\left(\frac{x}{y} \cdot f'(x) + 1\right) = y\left(1 + \frac{Ey}{Ex}\right) = y\,(1 + \eta)}$$

1.4 RENDA, CONSUMO E POUPANÇA NACIONAIS

A relação entre a renda nacional total disponível e o consumo nacional total é conhecida frequentemente como *função de consumo.* Nas formas simples de análise teórica da função de consumo, assume-se que à medida que a renda aumenta (ou diminui), o consumo aumenta (ou diminui), embora com menos intensidade que a renda; isto é, a tendência marginal ao consumo é igual à taxa de variação no consumo, à medida que a renda disponível varia.

Se a função de consumo é dada por $c = C(x)$ onde c é o *consumo nacional total* e x a *renda nacional total* (e c e x são medidas nas mesmas unidades), então, a tendência marginal ao consumo é $C'(x)$.

Nas análises teóricas elementares da renda nacional, assume-se frequentemente que a renda disponível é igual ao consumo $(C(X))$ mais a poupança (S(x)). Isto é expresso como $\boxed{x = C(x) + S(x)}$, logo, a *tendência marginal à poupança* é $S'(x) = 1 - C'(x)$

Na análise da renda nacional, o investimento é considerado como formação de capital e representa um acréscimo no capital real, por exemplo em equipamentos, edifícios, estoques, e assim por diante. Assume-se que o investimento e o consumo estejam relacionados de maneira tal que uma despesa no investimento inicial possa resultar num acréscimo na renda igual a várias vezes esta quantia. Uma expressão numérica precisa para esta relação é dada pelo multiplicador. Este é a razão entre o último acréscimo na renda e o acréscimo no investimento que o originou.

O *multiplicador* k está relacionado à tendência marginal ao consumo e é dado por

$$\boxed{k = \frac{1}{1 - C'(x)} = \frac{1}{S'(x)}}$$

Observe que se $C'(x) = 0$, então $k = 1$; isto é, se nenhuma renda adicional é gasta, o acréscimo total na renda é igual à despesa inicial; se $C'(x) \to 1$, $k \to \infty$; isto é, se toda a renda adicional é gasta, o acréscimo total na renda torna-se infinitamente grande.

1.5 EXERCÍCIO

1ª Questão Para cada uma das seguintes funções de custo total, ache o custo médio ($\overline{y}$), custo marginal, custo médio marginal, o mínimo custo médio e mostre que neste mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais (ver 1.1).

a) $y = x^2 + 200x + 10000$ $\quad$ ($R.\ x_{min} = 100 \quad \overline{y}_{min} = 400$)

b) $y = 25x - 8x^2 + x^3$ $\quad$ ($R.\ x_{min} = 4 \quad \overline{y}_{min} = 9$)

c) $y = 2x^2 + 5x + 18$ $\quad$ ($R.\ x_{min} = 3 \quad \overline{y}_{min} = 17$)

d) $y = 3x^2 + 5x + 6$ $\quad$ ($R.\ x_{min} = \sqrt{2} \quad \overline{y}_{min} = 6\sqrt{2} + 5 \approx 13.485$)

e) $y = 20x + 2x^3 + 4x^5$ $\quad$ ($R.\ x_{min} = 0 \quad \overline{y}_{min} = 20$)

f) $y = 2x + x^2 lnx$ $\quad$ ($R.\ x_{min} = \frac{1}{e} \quad \overline{y}_{min} = 2 - \frac{1}{e} \approx 1.6321$)

g) $y = 2xe^{-x} + xe^{x}$ $\quad$ ($R.\ x_{min} = \frac{1}{2}\ln 2 \quad \overline{y}_{min} = 2\sqrt{2} \approx 2.8284$)

2ª Questão A função de receita total de uma fábrica de móveis coloniais é expressa pela equação $R = 24x - 3x^2$

a) Qual é a receita máxima que esta companhia pode esperar obter, supondo que esta equação seja válida? $\quad$ ($R.\ x_{max} = 4 \quad R_{max} = 48$)

b) Que equação representa a função de receita média e marginal?

c) Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

3ª Questão Para cada um dos seguintes pares de funções de demanda e de custo (médio ou total), ache o lucro máximo, a receita máxima que se pode obter e verifique que a relação entre a receita marginal e a elasticidade de demanda é válida (ver 1.3).

a) $y = 18 - x$ e $y_c = 2x + 14$ $\quad$ ($R.\ R_{max} = (9, 81) \quad L_{max} = (8, 50)$)

b) $y = 24 - 7x$ e $\overline{y}_c = 6 - x$ $\quad$ ($R.\ R_{max} = (\frac{3}{2}, \frac{27}{2}) \quad L_{max} = (\frac{12}{7}, \frac{144}{7})$)

c) $y = 26 - 3x^2$ e $y_c = 3x^2 + 2x + 14$ $\quad$ ($R.\ R_{max} = (\frac{4}{3}, \frac{50}{9}) \quad L_{max} = (\frac{1}{3}\sqrt{26}, \frac{52}{9}\sqrt{26})$)

d) $y = 12 - 4x$ e $y_c = 8x - x^2$ $\quad$ ($R.\ R_{max} = (\frac{2}{3}, \frac{4}{3}) \quad L_{max} = (\frac{3}{2}, 9)$)

e) $y = 12 - 5x$ e $\overline{y}_c = 4x + 6$ $\quad$ ($R.\ R_{max} = (\frac{1}{3}, 1) \quad L_{max} = (\frac{6}{5}, \frac{36}{5})$)

4ª Questão Suponha que o consumo nacional seja dado pela funções $C_1(x) = 1 + 3x^2$, $C_2(x) = 10 + 0,8x + 0,5\sqrt{x}$ e $C_3(x) = 0,7 + \dfrac{0,2}{3\sqrt[3]{x^2}}$.

a) Encontrar a função poupança nacional $S_1(x)$, $S_2(x)$ e $S_3(x)$;

b) Encontre a tendência marginal ao consumo e a tendência marginal à poupança;

c) Encontre o multiplicador k para o valor $x = 1$ (ver 1.4)

$$(R.\ k_1(1) = -\frac{1}{5} \quad k_2(1) = -20 \quad k_3(1) = \frac{9}{11})$$

Datas das provas

Prova	Data	Turma	Turno	Local
4	26/09 terça	02 e 04	Manhã e Noite	sala de aula
4	27/09 quarta	01	Manhã	sala de aula
Final	**04/10 quarta**	01, 02 e 04	Manhã e Noite	à definir

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

Final — Matemática Básica I

Prof.: *Sérgio* Data: *05/Out/2000* Turno: *Manhã*

Curso: Nome:

Período: *00.2* Turma(s): Matrícula:

Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula.

1ª Questão (1,25) Dada a função $a(x) = \begin{cases} -x^2+\mathcal{K}^2 & se \quad x \leq -2 \\ x+1 & se \quad -2 < x < 2 \\ x^2 & se \quad x \geq 2 \end{cases}$, esboce o gráfico e determine o domínio e a imagem desta função.

2ª Questão (1,25) Encontre o domínio da função $b(x) = \dfrac{\sqrt{2x^2-2\mathcal{K}^2}}{\sqrt{x^2+x-6}}$.

3ª Questão (1,25) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico da função $c(x) = x^3 - 3x^2 - (10-\mathcal{K})$ no ponto $x = \mathcal{K}$.

4ª Questão (1,25) Considere a função $d(x) = \begin{cases} x+2 & se \quad x < -2 \\ -x^2+x+6 & se \quad -2 \leq x \leq \mathcal{K} \\ x-2 & se \quad x > \mathcal{K} \end{cases}$. A função $d(x)$ é contínua em $x = -2$? E no ponto $x = \mathcal{K}$? (Justifique)

5ª Questão (1,25) Uma determinada fábrica de peças para automóveis, tem o custo de produção (em dólares) dada pela seguinte função $y_c = c(x) = 10000 + 5x$, onde x é o número de peças produzidas. Qual a tendência para o custo médio quando a produção aumenta indefinidamente? Fazer os gráficos da função custo y_c e da função custo médio $\overline{y_c}$.

6ª Questão (1,25) Calcule as derivadas das funções $p(x) = \dfrac{-2x^2-x}{3x^2+x-\mathcal{K}}$ e $q(x) = 2x.e^{x-(10-\mathcal{K})^2}$.

7ª Questão (2,5) Dada as funções de Receita $R(x) = -x^2 + (2\mathcal{K}+6)x$ e de Custo $C(x) = -2x - (40-2\mathcal{K})$ de uma empresa:

a) Encontre a função receita marginal, determine a receita máxima desta empresa;

b) Encontre a função lucro médio e ache o lucro máximo desta empresa.

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

Final — **Matemática Básica I**

Prof.: *Sérgio* Data: *03/Out/2000* Turno: *Noite*

Curso: Nome:

Período: *00.1* Turma: *04* Matrícula:

Considere a constante $\mathcal{K}$ como sendo o último número da sua matrícula.

1ª Questão (1,25) Dada a função $a(x) = \begin{cases} -x^2 & se \quad x \leq -2 \\ x+1 & se \quad -2 < x < 2 \\ x^2 - \mathcal{K}^2 & se \quad x \geq 2 \end{cases}$, esboce o gráfico e determine o domínio e a imagem desta função.

2ª Questão (1,25) Encontre o domínio da função $b(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 + x - 6}}{\sqrt{2x^2 - 2\mathcal{K}^2}}$.

3ª Questão (1,25) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico da função $c(x) = -x^3 + 3x^2 - (\mathcal{K})$ no ponto $x = \mathcal{K}$.

4ª Questão (1,25) Considere a função $d(x) = \begin{cases} -x+2 & se \quad x < -2 \\ -x^2 + x + 6 & se \quad -2 \leq x \leq \mathcal{K} \\ x+2 & se \quad x > \mathcal{K} \end{cases}$. A função $d(x)$ é contínua em $x = -2$? E no ponto $x = \mathcal{K}$? (Justifique)

5ª Questão (1,25) Uma determinada fábrica de peças para automóveis, tem o custo de produção (em dolares) dada pela seguinte função $c(p) = 1000 + 7p$, onde p é o número de peças produzidas. Qual a tendência para o custo médio quando a produção aumenta indefinidamente? Fazer os gráficos da função custo (c(p)) e da função custo médio.

6ª Questão (1,25) Calcule as derivadas das funções $p(x) = \dfrac{-2x^2 - x - \mathcal{K}}{3x^2 + x}$ e $q(x) = -3x.e^{x-(10-\mathcal{K})^2}$

7ª Questão (2,5) Dada as funções de demanda $y = f(x) = (24 - 2\mathcal{K}) - x$ e de custo $y_c = c(x) = -30x + (\mathcal{K} - 2)$ de uma empresa, encontre a função receita média, determine a receita máxima desta empresa, encontre a função lucro marginal e ache o lucro máximo desta empresa.

Boa Sorte