

# **Provas de Matemática Básica I**

**Período 2000.1**

**Sérgio de Albuquerque Souza**

10 de janeiro de 2013



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



1ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 03/Mai/2000

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 00.1

Turma(s):

Matrícula:

**1ª Questão** Dados os conjuntos  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$  e  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

- a) A relação  $\mathcal{R} = \{(a, 1), (b, 1), (c, 2), (d, 3), (e, 1), (f, 5), (b, 2)\}$  é uma função? (Justifique). Estabeleça o domínio e a imagem desta relação;
- b) Encontre uma relação  $\mathcal{S}$  entre os conjuntos  $A$  e  $B$  com  $\text{dom}(\mathcal{S}) = \{\text{vogais}\}$  e  $\text{im}(\mathcal{S}) = \{\text{pares}\}$ . É possível que  $\mathcal{S}$  seja uma função? (Justifique)

**2ª Questão** Dada as funções  $a(x) = 2x^2 - 8$  e  $b(x) = x^2 + x - 6$ . Encontre o domínio da função  $c(x) = \frac{\sqrt{a(x)}}{\sqrt{b(x)}}$ .

**3ª Questão** Dadas as funções abaixo, esboce o gráfico e determine o domínio e a imagem de cada uma delas.

a)  $a(x) = -1 - x$

b)  $b(x) = -(x + 1)^2 + 4$

c)  $c(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x \leq 1 \\ -x + 2 & \text{se } x > 1 \end{cases}$

d)  $d(x) = \begin{cases} -x^2 + 4 & \text{se } x \leq -2 \\ x + 1 & \text{se } -2 < x < 2 \\ x^2 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$

Boa Sorte



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



1ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 02/Mai/2000

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 00.1

Turma(s):

Matrícula:

**1ª Questão** Dados os conjuntos  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  e  $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ .

- a) A relação  $\mathcal{R} = \{(0, c), (3, e), (4, e), (1, a), (2, a), (1, c), (5, f)\}$  é uma função? (Justifique). Estabeleça o domínio e a imagem desta relação;
- b) Encontre uma relação  $\mathcal{S}$  entre os conjuntos  $A$  e  $B$  com  $\text{dom}(\mathcal{S}) = \{\text{pares}\}$  e  $\text{im}(\mathcal{S}) = \{\text{vogais}\}$ , tal que  $\mathcal{S}$  seja uma função.

**2ª Questão** Dada as funções  $a(x) = x^2 + x - 6$  e  $b(x) = x^2 - 9$ . Encontre o domínio da função  $c(x) = \sqrt{\frac{a(x)}{b(x)}}$ .

**3ª Questão** Dadas as funções abaixo, esboce o gráfico e determine o domínio e a imagem de cada uma delas.

a)  $a(x) = -2x + 1$

b)  $b(x) = -(x - 1)^2 + 4$

c)  $c(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x \leq -1 \\ -x + 2 & \text{se } x > -1 \end{cases}$

d)  $d(x) = \begin{cases} -x^2 & \text{se } x \leq -1 \\ x + 2 & \text{se } -1 < x < 2 \\ x^2 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$

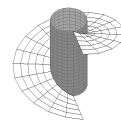
Boa Sorte



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



1ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 02/Mai/2000

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 00.1

Turma(s):

Matrícula:

**1ª Questão** Dados os conjuntos  $A = \{n \in \mathbb{N}, n \leq 8\}$  e  $B = \{a, b, c, d, e, f\}$

- a) A relação  $\mathcal{R} = \{(0, c), (1, e), (2, e), (4, a), (5, c), (6, f), (8, a), (2, f)\}$  é uma função? (Justifique). Estabeleça o domínio e a imagem desta relação;
- b) Encontre uma relação  $\mathcal{S}$  entre os conjuntos  $A$  e  $B$  com  $\text{dom}(\mathcal{S}) = \{\text{pares}\}$  e  $\text{im}(\mathcal{S}) = \{\text{vogais}\}$ , tal que  $\mathcal{S}$  seja uma função.

**2ª Questão** Dada as funções  $a(x) = x^2 + x - 6$  e  $b(x) = x^2 - 4$ . Encontre o domínio da função  $c(x) = \sqrt{a(x) \cdot b(x)}$ .

**3ª Questão** Dadas as funções abaixo, esboce o gráfico e determine o domínio e a imagem de cada uma delas.

a)  $a(x) = -1 - x$

b)  $b(x) = (x - 2)^2 - 4$

c)  $c(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x \leq 1 \\ -x + 2 & \text{se } x > 1 \end{cases}$

d)  $d(x) = \begin{cases} -x^2 + 4 & \text{se } x \leq -2 \\ x + 2 & \text{se } -2 < x < 2 \\ x^2 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$

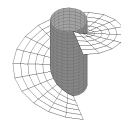
Boa Sorte



# UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



2ª Prova

## Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 18/Ago/2000

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 00.1

Turma(s):

Matrícula:

**1ª Questão** Faça os gráficos e encontre as raízes das seguintes funções:

a)  $a(x) = || -x^2 + 3| - 4|$

b)  $b(x) = \frac{2}{x} - 1$

**2ª Questão** Considere a função  $d(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{se } x < -2 \\ -x^2 + x + 6 & \text{se } -2 \leq x \leq 3 \\ x - 2 & \text{se } x > 3 \end{cases}$ .

a) Faça o gráfico de  $d(x)$ ;

b) A função  $d(x)$  é contínua em  $x = -2$ ? (Justifique) E no ponto  $x = 3$ ?

**3ª Questão** Determinar o(s) valor(es) de  $\xi \in \mathbb{R}$ , que transformam a função  $f(x) = \begin{cases} x^2 - \xi & \text{se } x > -1 \\ 2x - 3 & \text{se } x \leq -1 \end{cases}$  em uma função contínua no ponto  $x = -1$ . (Justifique)

**4ª Questão** Calcule, caso exista, os seguintes limites:

a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{x^3 - x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{5}{x} - 20$

**5ª Questão** Uma determinada fábrica de peças para automóveis, tem o custo de produção (em dólares) dada pela seguinte função  $c(p) = 10000 + 5p$ , onde  $p$  é o número de peças produzidas. Pergunta-se:

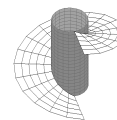
a) Qual é o custo fixo desta fábrica?

b) Qual é o custo e o custo médio para se produzir as quantidades de peças dada na tabela abaixo?

Quantidade	Custo de produção (U\$)	Custo Médio (U\$)
10		
100		
1.000		
10.000		
100.000		
1.000.000		

c) Qual a tendência para o custo médio quando a produção aumenta indefinidamente?

d) Fazer os gráficos da função custo ( $c(p)$ ) e da função custo médio.



2ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 17/Ago/2000

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 00.1

Turma(s):

Matrícula:

**1ª Questão** Faça os gráficos e encontre as raízes das seguintes funções:

a)  $a(x) = ||x^2 - 4| - 4|$

b)  $b(x) = \frac{1}{x} + 1$

**2ª Questão** Considere a função  $d(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{se } x < -2 \\ x^2 - x - 6 & \text{se } -2 \leq x \leq 3 \\ x - 2 & \text{se } x > 3 \end{cases}$ .

a) Faça o gráfico de  $d(x)$ ;

b) A função  $d(x)$  é contínua em  $x = -2$ ? (Justifique) E no ponto  $x = 3$ ?

**3ª Questão** Determinar o(s) valor(es) de  $\beta \in \mathbb{R}$ , que transformam a função  $f(x) = \begin{cases} x^2 - \beta & \text{se } x > 1 \\ 2x - 3 & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$  em uma função contínua no ponto  $x = 1$ . (Justifique)

**4ª Questão** Calcule, caso exista, os seguintes limites:

a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{x^2 - 1}$

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - 2x^4 - x^3}{1 + x^2 - x^3 - \frac{1}{2}x^4}$

**5ª Questão** Uma determinada fábrica de peças para automóveis, tem o custo de produção (em dolares) dada pela seguinte função  $c(p) = 5000 + 25p$ , onde  $p$  é o número de peças produzidas. Pergunta-se:

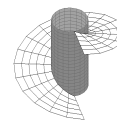
a) Qual é o custo fixo desta fábrica?

b) Qual é o custo e o custo médio para se produzir as quantidades de peças dada na tabela abaixo?

Quantidade	Custo de produção (U\$)	Custo Médio (U\$)
10		
100		
1.000		
10.000		
100.000		
1.000.000		

c) Qual a tendência para o custo médio quando a produção aumenta indefinidamente?

d) Fazer os gráficos da função custo ( $c(p)$ ) e da função custo médio.



2ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 17/Ago/2000

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 00.1

Turma(s):

Matrícula:

**1ª Questão** Faça os gráficos e encontre as raízes das seguintes funções:

a)  $a(x) = ||x^2 - 1| - 4|$

b)  $b(x) = \frac{2}{x} + 2$

**2ª Questão** Considere a função  $d(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{se } x < -2 \\ x^2 - 4 & \text{se } -2 \leq x \leq 2 \\ 2x - 4 & \text{se } x > 2 \end{cases}$ .

a) Faça o gráfico de  $d(x)$ ;

b) A função  $d(x)$  é contínua em  $x = -2$ ? (Justifique) E no ponto  $x = 3$ ?

**3ª Questão** Determinar o(s) valor(es) de  $\beta \in \mathbb{R}$ , que transformam a função  $f(x) = \begin{cases} x^2 - \beta & \text{se } x > 1 \\ 2x + 1 & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$  em uma função contínua no ponto  $x = 1$ . (Justifique)

**4ª Questão** Calcule, caso exista, os seguintes limites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^2 - x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x^3}{-x^4 - 2x^3 + 2}$

**5ª Questão** Uma determinada fábrica de peças para automóveis, tem o custo de produção (em dólares) dada pela seguinte função  $c(p) = 5000 + 2p$ , onde  $p$  é o número de peças produzidas. Pergunta-se:

a) Qual é o custo fixo desta fábrica?

b) Qual é o custo e o custo médio para se produzir as quantidades de peças dada na tabela abaixo?

Quantidade	Custo de produção (U\$)	Custo Médio (U\$)
10		
100		
1.000		
10.000		
100.000		
1.000.000		

c) Qual a tendência para o custo médio quando a produção aumenta indefinidamente?

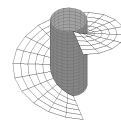
d) Fazer os gráficos da função custo ( $c(p)$ ) e da função custo médio.



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



2ª Prova

Matemática Básica I (Pré-prova)

Prof.: Sérgio Data: 17/Ago/2000

Turno: M+N

Curso: Nome:

Período: 00.1

Turma(s):

Matrícula:

**1ª Questão** Faça os gráficos das seguintes funções:

a)  $a(x) = -x + 3$

b)  $b(x) = (x + 1)^2 - 1$

c)  $c(x) = ||x^2 - 8| - 4|$  (Encontre as raízes desta função)

d)  $d(x) = |1 - |2x + 2||$

**2ª Questão** Considere as funções  $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 6 & \text{se } x \leq 0 \\ 3x + 2 & \text{se } x > 0 \end{cases}$  e  $g(x) = \frac{5}{x} + 1$ .

a) Faça os gráficos de  $f(x)$  e  $g(x)$ ;

b) Determine  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ ;

c) As funções  $f(x)$  e  $g(x)$  são contínuas em  $x = 0$ ? (Justifique) E no ponto  $x = -1$ ?

d) Determine  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ .

**3ª Questão** Determinar o(s) valor(es) de  $\alpha \in \mathbb{R}$ , que transformam a função  $h(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{se } x > 1 \\ 2x - \alpha & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$  em uma função contínua no ponto  $x = 1$ . (Justifique)

**4ª Questão** Calcule, caso exista, os seguintes limites:

a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$

b)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h}$ , onde  $g(x) = x^2 + 2$

c)  $\lim_{x \rightarrow -2} j(x)$ , onde  $j(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{se } x > -2 \\ x^2 + 5 & \text{se } x \leq -2 \end{cases}$  (Justifique)

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - x^3}{x^3 - \frac{1}{2}x^4 + 2}$

e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} - 2$

f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x^3}{x^4 - 2x^4 + 2}$

**5ª Questão** Uma determinada fábrica de peças tem o custo de produção (em dólares) dada pela seguinte função  $c(x) = 30x + 1000$ , onde  $x$  é o número de peças produzidas.



- a) Qual é o custo fixo desta fábrica?
- b) Qual é o custo e o custo médio para se produzir as quantidades de peças dada na tabela abaixo?

Quantidade	Custo de produção (U\$)	Custo Médio (U\$)
10		
100		
1.000		
10.000		
100.000		
1.000.000		

- c) Qual a tendência para o custo médio quando a produção aumenta indefinidamente?
- d) Fazer os gráficos da função custo ( $c(x)$ ) e da função custo médio.

---

---

*Boa Sorte*



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



3ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 05/Set/2000

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 00.1 Turma: 01

Matrícula:

Considere a constante  $\mathcal{K}$  como sendo o último número da sua matrícula.

**1ª Questão (3,0)** Dada a função  $a(x) = x^2 - 2x + (\mathcal{K} + 1)$ .

- a) Calcule a derivada de  $a(x)$  no ponto  $x = -1$ , utilizando a definição de derivada, isto é, usando limite;
- b) Calcule a derivada de  $a(x)$  no ponto  $x = -1$ , utilizando as propriedades das derivadas.
- c) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de  $a(x)$  no ponto  $x = -1$ .

**2ª Questão (3,0)** Considere a função  $b(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + \mathcal{K}$ .

- a) Calcule  $b'(x)$  e  $b''(x)$ ;
- b) Encontre o(s) ponto(s) crítico(s) da função  $b(x)$ , caso exista(m);
- c) Faça um esboço do gráfico das funções  $b(x)$ , considerando apenas a informação do item anterior;

**3ª Questão (4,0)** Calcule as derivadas das funções abaixo nos respectivos pontos:

- a)  $c(x) = -\frac{1}{7}x^4 - 3\frac{1}{x^3} + \mathcal{K}$ ;  $x = 1$
- b)  $d(x) = (-2x^2 - x)(3x^2 + x - \mathcal{K})$ ;  $x = 0$
- c)  $f(x) = (x^3 + x^2 + x + 1)^{(\mathcal{K}+3)}$ ;  $x = 0$
- d)  $g(x) = 12\sqrt{\sqrt{x+1} + \mathcal{K}}$ ;  $x = 8$

Boa Sorte



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



3ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 06/Set/2000

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 00.1 Turma: 02

Matrícula:

Considere a constante  $\mathcal{K}$  como sendo o último número da sua matrícula.

**1ª Questão (3,0)** Dada a função  $a(x) = x^2 + x + (\mathcal{K} + 1)$ .

- a) Calcule a derivada de  $a(x)$  no ponto  $x = 2$ , utilizando a definição de derivada, isto é, usando limite;
- b) Calcule a derivada de  $a(x)$  no ponto  $x = 2$ , utilizando as propriedades das derivadas.
- c) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de  $a(x)$  no ponto  $x = 2$ .

**2ª Questão (3,0)** Considere a função  $b(x) = -x^4 + 4x^3 - 4x^2 + (\mathcal{K} + 2)$ .

- a) Calcule  $b'(x)$  e  $b''(x)$ ;
- b) Encontre o(s) ponto(s) crítico(s) da função  $b(x)$ , caso exista(m);
- c) Faça um esboço do gráfico das funções  $b(x)$ , considerando apenas a informação do item anterior;

**3ª Questão (4,0)** Calcule as derivadas das funções abaixo nos respectivos pontos:

- a)  $c(x) = \frac{3}{2}x^4 - \frac{2}{3x^3} + \mathcal{K}$ ;  $x = 1$
- b)  $d(x) = (x^3 - x)(x^2 - x + \mathcal{K})$ ;  $x = 1$
- c)  $f(x) = (2x^3 - x^2 + x + 1)^{(\mathcal{K}+4)}$ ;  $x = 0$
- d)  $g(x) = 8\sqrt{\sqrt{x-2} + (\mathcal{K} + 2)}$ ;  $x = 6$

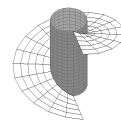
Boa Sorte



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



3ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 05/Set/2000

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 00.1 Turma: 04

Matrícula:

Considere a constante  $\mathcal{K}$  como sendo o último número da sua matrícula.

**1ª Questão (3,0)** Dada a função  $a(x) = x^2 + 2x + (\mathcal{K} + 1)$ .

- a) Calcule a derivada de  $a(x)$  no ponto  $x = 1$ , utilizando a definição de derivada, isto é, usando limite;
- b) Calcule a derivada de  $a(x)$  no ponto  $x = 1$ , utilizando as propriedades das derivadas.
- c) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de  $a(x)$  no ponto  $x = 1$ .

**2ª Questão (3,0)** Considere a função  $b(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + \mathcal{K}$ .

- a) Calcule  $b'(x)$  e  $b''(x)$ ;
- b) Encontre o(s) ponto(s) crítico(s) da função  $b(x)$ , caso exista(m);
- c) Faça um esboço do gráfico das funções  $b(x)$ , considerando apenas a informação do item anterior;

**3ª Questão (4,0)** Calcule as derivadas das funções abaixo nos respectivos pontos:

- a)  $c(x) = \frac{1}{2}x^4 - 6\frac{1}{x^3} + \mathcal{K}$ ;  $x = 1$
- b)  $d(x) = (2x^3 + 3x)(x^2 - 2x + (\mathcal{K} + 1))$ ;  $x = 1$
- c)  $f(x) = (2x^3 + x^2 - x + 1)^{(\mathcal{K}+4)}$ ;  $x = 0$
- d)  $g(x) = 16\sqrt{\sqrt{x-1} + \mathcal{K}}$ ;  $x = 17$

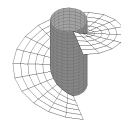
Boa Sorte



# UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



3ª Prova

## Matemática Básica I (Pré-prova)

Prof.: Sérgio Data: 28/Ago/2000

Turno: M+N

Curso: Nome:

Período: 00.1

Turma(s):

Matrícula:

**1ª Questão** Dada as funções  $a(x) = x^2 - 2x - 1$  e  $b(x) = -x - 1$ .

a) Calcule o “coeficiente de Newton” no ponto  $x = 2$  para  $a(x)$  e  $b(x)$ , isto é, encontre o  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  de cada função no ponto  $x = 1$ ;

b) Calcule as derivadas de  $a(x)$  e  $b(x)$  no ponto  $x = 2$ , utilizando a definição de derivada, isto é,

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

c) Calcule as derivadas de  $a(x)$  e  $b(x)$  no ponto  $x = 2$ , utilizando as propriedades das derivadas. (*R*:  $a'(2) = 2$  e  $b'(2) = -1$ )

d) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de  $a(x)$  no ponto  $x = 1$ . Lembre-se que a equação da reta é dada pela expressão:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \quad \text{ou} \quad m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$$

onde  $(x_0, y_0)$  é um ponto e  $m$  é o coeficiente angular da reta.

**2ª Questão** Se  $c(x) = -x^4 + 8x^2 + 1$ ,  $d(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 19$  e  $e(x) = \frac{1}{x} + 7$ :

a) Calcule  $c'(x)$ ,  $d'(x)$  e  $e'(x)$ ;

b) Encontre o(s) ponto(s) crítico(s) das funções  $c(x)$ ,  $d(x)$  e  $e(x)$ , isto é, encontre o(s) valor(es) de  $x \in \mathbb{R}$  tais que, as derivadas das funções sejam nulas, ou que não existam derivada; (*R*:  $c(x) \Rightarrow \{0, 2, -2\}$ ,  $d(x) \Rightarrow \{-1, 3\}$  e  $e(x) \Rightarrow \mathbb{R}$ )

c) Faça um esboço do gráfico das funções  $c(x)$  e  $d(x)$ ;

d) Calcule os coeficientes angulares das retas que passam pelo ponto  $(1, 8)$  e que são tangentes aos gráficos das funções  $c(x)$ ,  $d(x)$  e  $e(x)$ ; (*R*:  $c'(1) = 12$ ,  $d'(1) = -12$  e  $e'(1) = -1$ )

e) Encontre a equação das retas tangente aos gráficos de  $c(x)$ ,  $d(x)$  e  $e(x)$  no ponto  $x = 1$  (ver exercício (1d)).

**3ª Questão** Calcule as derivadas das funções abaixo nos respectivos pontos:

a)  $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + x - 1$ ;  $x = -2$  (*R*:  $-119$ )

b)  $g(x) = -\frac{1}{7}x^7 - 3x^{-2}$ ;  $x = 1$  (*R*:  $5$ )

c)  $h(x) = \frac{1}{5x^5} + \sqrt[4]{x^5} + x^{\frac{2}{3}}; x = 1$  ( $R: \frac{11}{12}$ )

d)  $i(x) = (x^3 - 2x)(1 + x + 2x^2); x = -1$  ( $R: -1$ )

e)  $j(x) = (x^3 + x^2 + x + 1)^{19}; x = 0$  ( $R: 19$ )

f)  $k(x) = \sqrt[3]{x^2 - x + 1}; x = 0$  ( $R: -\frac{1}{3}$ )

g)  $l(x) = 4\sqrt{\sqrt{x} - 2}; x = 9$  ( $R: \frac{1}{3}$ )

h)  $m(x) = \frac{2x + 1}{x - 2}; x = 1$  ( $R: -5$ )

i)  $n(x) = \frac{x^3 - 2x}{1 + x + 2x^2}; x = 1$  ( $R: \frac{9}{16}$ )

Datas das provas	Prova	Data	Turma	Turno	Local
	3	05/09 terça	02 e 04	Manhã e Noite	sala de aula
	4	26/09 terça	02 e 04	Manhã e Noite	sala de aula
	3	06/09 quarta	01	Manhã	sala de aula
	4	27/09 quarta	01	Manhã	sala de aula
	<b>Final</b>	<b>04/10 quarta</b>	01, 02 e 04	Manhã e Noite	à definir

---

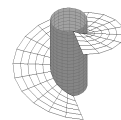
*Boa Sorte*



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



4ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 27/Set/2000

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 00.1 Turma: 01

Matrícula:

Considere a constante  $\mathcal{K}$  como sendo o último número da sua matrícula.

**1ª Questão (3,0)** Para a seguinte função de custo total  $y_c = f(x) = x^2 + x + (\mathcal{K} + 1)^2$ .

- Encontre as funções custo médio  $\bar{y}_c$ , custo marginal, custo médio marginal e custo marginal médio;
- Ache o valor de custo médio mínimo;
- Verifique que neste ponto de mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais.

**2ª Questão (3,0)** A função de receita total de uma fábrica de automóveis é expressa pela equação  $R = -x^2 - 2x(\mathcal{K} - 15)$ ;

- Qual é a receita máxima que esta companhia pode esperar obter?
- Determine as funções de receita média e receita marginal?
- Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

**3ª Questão (3,0)** Dada as funções de demanda  $y = f(x) = (24 - 2\mathcal{K}) - x$  e de custo  $y_c = c(x) = -30x + (\mathcal{K} - 2)$  de uma empresa:

- Encontre a receita máxima;
- Ache o lucro máximo desta empresa.

**4ª Questão (1,0)** Calcule os pontos críticos das funções  $f(x) = \ln(x^2 - 4(\mathcal{K} + 1)x + 7)$  e  $g(x) = -2xe^{x-(10-\mathcal{K})^2}$ .

Prova	Data	Turma	Turno	Local
Final	03/10 terça	01 e 02	Manhã	sala CCSA 201

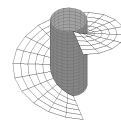
Boa Sorte



# UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



4ª Prova

## Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 26/Set/2000

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 00.1 Turma: 02

Matrícula:

Considere a constante  $\mathcal{K}$  como sendo o último número da sua matrícula.

**1ª Questão (3,0)** Para a seguinte função de custo total  $y_c = f(x) = x^2 + 2x + (\mathcal{K} + 10)^2$ .

- a) Encontre as funções custo médio  $\bar{y}_c$ , custo marginal, custo médio marginal e custo marginal médio;
- b) Ache o valor de custo médio mínimo;
- c) Verifique que neste ponto de mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais.

**2ª Questão (3,0)** A função de receita total de uma fábrica de automóveis é expressa pela equação  $R = -x^2 + 2x(20 - \mathcal{K})$ ;

- a) Qual é a receita máxima que esta companhia pode esperar obter?
- b) Determine as funções de receita média e receita marginal?
- c) Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

**3ª Questão (3,0)** Dada as funções de demanda  $y = f(x) = (40 - 2\mathcal{K}) - x$  e de custo  $y_c = c(x) = -2x - (\mathcal{K} + 10)$  de uma empresa:

- a) Encontre a receita máxima;
- b) Ache o lucro máximo desta empresa.

**4ª Questão (1,0)** Calcule os pontos críticos das funções  $f(x) = \ln(x^2 - 2(\mathcal{K} + 1)x - 2)$  e  $g(x) = xe^{x-(10-\mathcal{K})}$ .

Prova	Data	Turma	Turno	Local
Final	04/10 quarta	01,02 e 04	Manhã e Noite	sala CCSA 201

Boa Sorte





UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



4ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 29/Mar/2001

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 00.2

Turma: 02

Matrícula:

**1ª Questão (3,0)** Para a seguinte função de custo total  $y_c = C(x) = x^2 + 2x + (\mathcal{K} + 10)^2$ .

- Encontre as funções custo médio  $\bar{y}_c$ , custo marginal, custo médio marginal e custo marginal médio;
- Ache o valor de custo médio mínimo e verifique que neste ponto de mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais.

**2ª Questão (3,0)** A função de receita total de uma fábrica de automóveis é expressa pela equação  $R(x) = -2x^2 + 4x(20 - \mathcal{K})$ ;

- Qual é a receita máxima que esta companhia pode esperar obter?
- Determine as funções de receita média e receita marginal?
- Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

**3ª Questão (3,0)** Dada a função  $m(x) = x^3 - 3(\mathcal{K} + 1)x^2 + (20 - \mathcal{K})$ :

- Determine os intervalos onde a função é crescente;
- Determine os intervalos onde a função tem concavidade positiva;
- Esboce o gráfico da função.

**4ª Questão (2,0)** Calcule os pontos críticos das funções  $f(x) = x \cdot e^{(11-\mathcal{K})x}$  e  $g(x) = \ln [x^2 - 2(\mathcal{K} + 1)x + (\mathcal{K} + 1)^2]^2$ .

Obs.: Considere a constante  $\mathcal{K}$  como sendo o último número da sua matrícula.

Prova	Data	Turma	Turno	Local
Final	05/04 quinta	01,02	Manhã	sala de aula

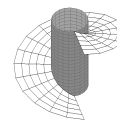
Boa Sorte



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



4ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 26/Set/2000

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 00.1 Turma: 04

Matrícula:

Considere a constante  $\mathcal{K}$  como sendo o último número da sua matrícula.

**1ª Questão (3,0)** Para a seguinte função de custo total  $y_c = f(x) = x^2 - 2x + (11 - \mathcal{K})^2$ .

- Encontre as funções custo médio  $\bar{y}_c$ , custo marginal, custo médio marginal e custo marginal médio;
- Ache o valor de custo médio mínimo;
- Verifique que neste ponto de mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais.

**2ª Questão (3,0)** A função de receita total de uma fábrica de automóveis é expressa pela equação  $R = -x^2 - 2x(\mathcal{K} - 11)$ ;

- Qual é a receita máxima que esta companhia pode esperar obter?
- Determine as funções de receita média e receita marginal?
- Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

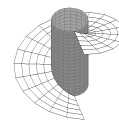
**3ª Questão (3,0)** Dada as funções de demanda  $y = f(x) = -x + (2\mathcal{K} + 6)$  e de custo  $y_c = c(x) = -2x - (40 - 2\mathcal{K})$  de uma empresa:

- Encontre a receita máxima;
- Ache o lucro máximo desta empresa.

**4ª Questão (1,0)** Calcule os pontos críticos das funções  $f(x) = \ln(x^2 - 6(\mathcal{K} + 1)x - 2)$  e  $g(x) = xe^{-x-(100-2\mathcal{K})}$ .

Prova	Data	Turma	Turno	Local
Final	03/10 terça	04	Noite	sala CCSA 201

Boa Sorte



4ª Prova

Matemática Básica I (Pré-prova)

Prof.: Sérgio Data: 11/Set/2000

Turno: M+N

Curso: Nome:

Período: 00.1

Turma(s): Matrícula: 

# 1 Algumas Aplicações das Derivadas na Administração e na Economia

## 1.1 CUSTO, CUSTO MÉDIO E CUSTO MARGINAL

Admitindo-se que o *custo total*  $y$  para se produzir e negociar  $x$  unidades de um artigo é uma função somente de  $x$ , então a função de custo total pode ser representada por  $y_c = f(x)$ .

São usadas funções de vários tipos para representar curvas de custo total. Em geral, as curvas de custo tem as seguintes propriedades:

- a) Quando nenhuma unidade é produzida, o custo total é igual a zero ou positivo, isto é,  $f(0) \geq 0$ . Se  $f(0) > 0$ , então  $f(0)$  é o montante das despesas gerais ou dos custos fixos de produção.
- b) O custo total aumenta quando  $x$  aumenta e, portanto,  $f'(x)$  é sempre positivo.
- c) O custo de produção de uma quantidade muito grande de qualquer artigo usualmente atinge um ponto no qual este aumenta a uma taxa crescente. Portanto, a curva de custo total é, normalmente, côncava para cima, isto é,  $f''(x) > 0$ . Entretanto, dentro de uma faixa limitada, a curva de custo total é, com frequência, côncava para baixo, correspondendo ao custo marginal decrescente.

Se a função de custo total é  $f(x)$  então, o *custo médio* ou *por unidade* é

$$cm(x) = \bar{y}_c = \frac{y_c}{x} = \frac{f(x)}{x} \text{ e o custo marginal é } f'(x).$$

A primeira derivada do custo médio (o *custo médio marginal*) é  $cm'(x) = \frac{xf'(x) - f(x)}{x^2}$

$$\text{Se } \boxed{cm'(x)=0} \Leftrightarrow xf'(x) - f(x) = 0, \text{ isto é, } f(x) = xf'(x) \Rightarrow \frac{f(x)}{x} = \boxed{f'(x)=cm(x)}$$

Portanto, o custo médio é mínimo para um valor de  $x$ , tal que o custo médio se iguale ao custo marginal; isto é, as curvas do custo médio e do custo marginal se interceptam no ponto de custo médio mínimo. Observe que se  $x$  existir, supõe-se que seu valor seja mínimo para o qual  $cm'(x) = 0$ , devido à terceira propriedade das curvas de custo mencionadas acima.

Para uma determinada curva de custo total, a existência deste mínimo pode ser testada da maneira usual.

## 1.2 ELASTICIDADE

A *elasticidade pontual* da função  $y = f(x)$  no ponto  $x$  é a taxa de variação proporcional em  $y$  por unidade de variação em  $x$ :

$$\eta = \frac{Ey}{Ex} = \frac{\frac{dy}{y}}{\frac{dx}{x}} = \frac{x}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{x}{y} \cdot f'(x)$$

Observe que a elasticidade  $\eta$  de uma função é independente das unidades com as quais as variáveis são medidas. Isto resulta da definição de elasticidade, em termos de variações proporcionais, que são necessariamente independentes das unidades de medida.

A elasticidade pontual da demanda, oferta, custo, produtividade e outras funções é um importante conceito na teoria econômica.

## 1.3 RECEITA, RECEITA MARGINAL E ELASTICIDADE DE DEMANDA

Para qualquer função demanda dada  $y = f(x)$  onde  $y$  é o preço por unidade e  $x$  é o número de unidades; a *receita total*  $R$  é o produto de  $x$  por  $y$ , isto é,  $R = x \cdot y = x \cdot f(x)$

A *receita marginal* em relação à demanda é a derivada da receita total em relação a  $x$ , ou seja,  $R'(x)$  e é, portanto, a taxa de variação na receita em relação à variação na demanda.

Observe que a *receita média*, ou a *receita por unidade*, representa também o preço por unidade  $y$  - isto é, a curva de receita média e a curva de demanda são idênticas.

Uma vez que  $x$  e  $y$  são sempre não negativos no contexto de nossa estrutura analítica previamente estabelecida,  $R$  também é sempre não negativa. Contudo,  $R'(x)$  pode ser positivo ou negativo - isto é, embora a receita total seja sempre não negativa, ela pode aumentar ou diminuir, à medida que a demanda aumenta.

Note também que existe uma relação entre a receita marginal e a elasticidade de demanda, dada por:

$$R'(x) = x \cdot f'(x) + y = y \left( \frac{x}{y} \cdot f'(x) + 1 \right) = y \left( 1 + \frac{Ey}{Ex} \right) = y(1 + \eta)$$

## 1.4 RENDA, CONSUMO E POUPANÇA NACIONAIS

A relação entre a renda nacional total disponível e o consumo nacional total é conhecida frequentemente como *função de consumo*. Nas formas simples de análise teórica da função de consumo, assume-se que à medida que a renda aumenta (ou diminui), o consumo aumenta (ou diminui), embora com menos intensidade que a renda; isto é, a tendência marginal ao consumo é igual à taxa de variação no consumo, à medida que a renda disponível varia.

Se a função de consumo é dada por  $c = C(x)$  onde  $c$  é o *consumo nacional total* e  $x$  a *renda nacional total* (e  $c$  e  $x$  são medidas nas mesmas unidades), então, a tendência marginal ao consumo é  $C'(x)$ .

Nas análises teóricas elementares da renda nacional, assume-se frequentemente que a renda disponível é igual ao consumo ( $C(X)$ ) mais a poupança ( $S(x)$ ). Isto é expresso como  $x = C(x) + S(x)$ , logo, a *tendência marginal à poupança* é  $S'(x) = 1 - C'(x)$

Na análise da renda nacional, o investimento é considerado como formação de capital e representa um acréscimo no capital real, por exemplo em equipamentos, edifícios, estoques, e assim por diante. Assume-se que o investimento e o consumo estejam relacionados de maneira tal que uma despesa no investimento inicial possa resultar num acréscimo na

renda igual a várias vezes esta quantia. Uma expressão numérica precisa para esta relação é dada pelo multiplicador. Este é a razão entre o último acréscimo na renda e o acréscimo no investimento que o originou.

O *multiplicador*  $k$  está relacionado à tendência marginal ao consumo e é dado por

$$k = \frac{1}{1 - C'(x)} = \frac{1}{S'(x)}$$

Observe que se  $C'(x) = 0$ , então  $k = 1$ ; isto é, se nenhuma renda adicional é gasta, o acréscimo total na renda é igual à despesa inicial; se  $C'(x) \rightarrow 1$ ,  $k \rightarrow \infty$ ; isto é, se toda a renda adicional é gasta, o acréscimo total na renda torna-se infinitamente grande.

## 1.5 EXERCÍCIO

**1ª Questão** Para cada uma das seguintes funções de custo total, ache o custo médio ( $\bar{y}$ ), custo marginal, custo médio marginal, o mínimo custo médio e mostre que neste mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais (ver 1.1).

a)  $y = x^2 + 200x + 10000$  (R.  $x_{min} = 100$   $\bar{y}_{min} = 400$ )

b)  $y = 25x - 8x^2 + x^3$  (R.  $x_{min} = 4$   $\bar{y}_{min} = 9$ )

c)  $y = 2x^2 + 5x + 18$  (R.  $x_{min} = 3$   $\bar{y}_{min} = 17$ )

d)  $y = 3x^2 + 5x + 6$  (R.  $x_{min} = \sqrt{2}$   $\bar{y}_{min} = 6\sqrt{2} + 5 \approx 13.485$ )

e)  $y = 20x + 2x^3 + 4x^5$  (R.  $x_{min} = 0$   $\bar{y}_{min} = 20$ )

f)  $y = 2x + x^2 \ln x$  (R.  $x_{min} = \frac{1}{e}$   $\bar{y}_{min} = 2 - \frac{1}{e} \approx 1.6321$ )

g)  $y = 2xe^{-x} + xe^x$  (R.  $x_{min} = \frac{1}{2} \ln 2$   $\bar{y}_{min} = 2\sqrt{2} \approx 2.8284$ )

**2ª Questão** A função de receita total de uma fábrica de móveis coloniais é expressa pela equação  $R = 24x - 3x^2$

a) Qual é a receita máxima que esta companhia pode esperar obter, supondo que esta equação seja válida? (R.  $x_{max} = 4$   $R_{max} = 48$ )

b) Que equação representa a função de receita média e marginal?

c) Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

**3ª Questão** Para cada um dos seguintes pares de funções de demanda e de custo (médio ou total), ache o lucro máximo, a receita máxima que se pode obter e verifique que a relação entre a receita marginal e a elasticidade de demanda é válida (ver 1.3).

a)  $y = 18 - x$  e  $y_c = 2x + 14$  (R.  $R_{max} = (9, 81)$   $L_{max} = (8, 50)$ )

b)  $y = 24 - 7x$  e  $\bar{y}_c = 6 - x$  (R.  $R_{max} = (\frac{3}{2}, \frac{27}{2})$   $L_{max} = (\frac{12}{7}, \frac{144}{7})$ )

c)  $y = 26 - 3x^2$  e  $y_c = 3x^2 + 2x + 14$  (R.  $R_{max} = (\frac{4}{3}, \frac{50}{9})$   $L_{max} = (\frac{1}{3}\sqrt{26}, \frac{52}{9}\sqrt{26})$ )

d)  $y = 12 - 4x$  e  $y_c = 8x - x^2$  (R.  $R_{max} = (\frac{2}{3}, \frac{4}{3})$   $L_{max} = (\frac{3}{2}, 9)$ )

e)  $y = 12 - 5x$  e  $\bar{y}_c = 4x + 6$  (R.  $R_{max} = (\frac{1}{3}, 1)$   $L_{max} = (\frac{6}{5}, \frac{36}{5})$ )

**4ª Questão** Suponha que o consumo nacional seja dado pela funções  $C_1(x) = 1 + 3x^2$ ,  $C_2(x) = 10 + 0,8x + 0,5\sqrt{x}$  e  $C_3(x) = 0,7 + \frac{0,2}{3\sqrt[3]{x^2}}$ .

- a) Encontrar a função poupança nacional  $S_1(x)$ ,  $S_2(x)$  e  $S_3(x)$ ;  
b) Encontre a tendência marginal ao consumo e a tendência marginal à poupança;  
c) Encontre o multiplicador  $k$  para o valor  $x = 1$  (ver 1.4)

$$(R. \ k_1(1) = -\frac{1}{5} \quad k_2(1) = -20 \quad k_3(1) = \frac{9}{11})$$

Datas das provas

Prova	Data	Turma	Turno	Local
4	26/09 terça	02 e 04	Manhã e Noite	sala de aula
4	27/09 quarta	01	Manhã	sala de aula
<b>Final</b>	<b>04/10 quarta</b>	01, 02 e 04	Manhã e Noite	à definir

---

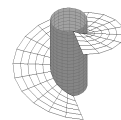
*Boa Sorte*



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



Final

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 05/Out/2000

Turno: Manhã

Curso: Nome:

Período: 00.2

Turma(s):

Matrícula:

Considere a constante  $\mathcal{K}$  como sendo o último número da sua matrícula.

**1ª Questão (1,25)** Dada a função  $a(x) = \begin{cases} -x^2 + \mathcal{K}^2 & \text{se } x \leq -2 \\ x + 1 & \text{se } -2 < x < 2 \\ x^2 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$ , esboce o gráfico e determine o domínio e a imagem desta função.

**2ª Questão (1,25)** Encontre o domínio da função  $b(x) = \frac{\sqrt{2x^2 - 2\mathcal{K}^2}}{\sqrt{x^2 + x - 6}}$ .

**3ª Questão (1,25)** Encontre a equação da reta tangente ao gráfico da função  $c(x) = x^3 - 3x^2 - (10 - \mathcal{K})$  no ponto  $x = \mathcal{K}$ .

**4ª Questão (1,25)** Considere a função  $d(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{se } x < -2 \\ -x^2 + x + 6 & \text{se } -2 \leq x \leq \mathcal{K} \\ x - 2 & \text{se } x > \mathcal{K} \end{cases}$ . A função  $d(x)$  é contínua em  $x = -2$ ? E no ponto  $x = \mathcal{K}$ ? (Justifique)

**5ª Questão (1,25)** Uma determinada fábrica de peças para automóveis, tem o custo de produção (em dólares) dada pela seguinte função  $y_c = c(x) = 10000 + 5x$ , onde  $x$  é o número de peças produzidas. Qual a tendência para o custo médio quando a produção aumenta indefinidamente? Fazer os gráficos da função custo  $y_c$  e da função custo médio  $\overline{y_c}$ .

**6ª Questão (1,25)** Calcule as derivadas das funções  $p(x) = \frac{-2x^2 - x}{3x^2 + x - \mathcal{K}}$  e  $q(x) = 2x \cdot e^{x - (10 - \mathcal{K})^2}$ .

**7ª Questão (2,5)** Dada as funções de Receita  $R(x) = -x^2 + (2\mathcal{K} + 6)x$  e de Custo  $C(x) = -2x - (40 - 2\mathcal{K})$  de uma empresa:

- a) Encontre a função receita marginal, determine a receita máxima desta empresa;
- b) Encontre a função lucro médio e ache o lucro máximo desta empresa.

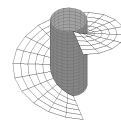
Boa Sorte



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



Final

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 03/Out/2000

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 00.1 Turma: 04

Matrícula:

Considere a constante  $\mathcal{K}$  como sendo o último número da sua matrícula.

**1ª Questão (1,25)** Dada a função  $a(x) = \begin{cases} -x^2 & \text{se } x \leq -2 \\ x+1 & \text{se } -2 < x < 2 \\ x^2 - \mathcal{K}^2 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$ , esboce o gráfico e determine o domínio e a imagem desta função.

**2ª Questão (1,25)** Encontre o domínio da função  $b(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x - 6}}{\sqrt{2x^2 - 2\mathcal{K}^2}}$ .

**3ª Questão (1,25)** Encontre a equação da reta tangente ao gráfico da função  $c(x) = -x^3 + 3x^2 - (\mathcal{K})$  no ponto  $x = \mathcal{K}$ .

**4ª Questão (1,25)** Considere a função  $d(x) = \begin{cases} -x+2 & \text{se } x < -2 \\ -x^2+x+6 & \text{se } -2 \leq x \leq \mathcal{K} \\ x+2 & \text{se } x > \mathcal{K} \end{cases}$ . A função  $d(x)$  é contínua em  $x = -2$ ? E no ponto  $x = \mathcal{K}$ ? (Justifique)

**5ª Questão (1,25)** Uma determinada fábrica de peças para automóveis, tem o custo de produção (em dólares) dada pela seguinte função  $c(p) = 1000 + 7p$ , onde  $p$  é o número de peças produzidas. Qual a tendência para o custo médio quando a produção aumenta indefinidamente? Fazer os gráficos da função custo ( $c(p)$ ) e da função custo médio.

**6ª Questão (1,25)** Calcule as derivadas das funções  $p(x) = \frac{-2x^2 - x - \mathcal{K}}{3x^2 + x}$  e  $q(x) = -3x \cdot e^{x-(10-\mathcal{K})^2}$

**7ª Questão (2,5)** Dada as funções de demanda  $y = f(x) = (24 - 2\mathcal{K}) - x$  e de custo  $y_c = c(x) = -30x + (\mathcal{K} - 2)$  de uma empresa, encontre a função receita média, determine a receita máxima desta empresa, encontre a função lucro marginal e ache o lucro máximo desta empresa.

Boa Sorte