



PROVA PARA SELEÇÃO DE MONITORES DO DM - PERÍODO: 98.1
CÁLCULO DIF. E INTEGRAL I

NOME: _____

1) Faça um esboço do gráfico de uma função f , definida para todo $x \in \mathbb{R} - \{-2, 0, 2\}$, satisfazendo às condições:

- a) As retas $x = -2$, $x = 0$, $x = 2$ e $y = 1$ são assíntotas para f
- b) $f(-3) = 0$ e $f'(-1) = f'(1) = 0$
- c) $f''(x) < 0$, se $-\infty < x < -2$ ou $0 < x < 2$
- d) $f''(x) > 0$, se $-2 < x < 0$ ou $x > 2$

2) Calcule os limites abaixo :

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - e^{2x}}{6x}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \ln x}{x + \ln x}$ c) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x}{1 - x^2}$

3) Seja $f: D \rightarrow [-4, +\infty)$ definida por $f(x) = x^2 + 2x - 3$, onde $D = \{x \in \mathbb{R} : f \text{ é decrescente}\}$ e seja $g = f^{-1}$

- a) Determine D .
- b) Trace os gráficos de f e g .
- c) Calcule $g'(-3)$.

4) Calcule a área da região delimitada pelo eixo dos x pela reta $x = 3$ e pelo gráfico da função

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ x+1, & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ 4, & \text{se } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

5) Seja $y = f(x)$ uma função derivável em \mathbb{R} . Mostre que :

- a) Se f é par, então f' é ímpar
- b) Se f é ímpar, então f' é par
- c) Se f é ímpar, então $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$.

Sugestão: Use o Teorema Fundamental do Cálculo.

6) Enuncie o Teorema do Valor Médio (T.V.M.)

a) Seja $f(x) = \sin x$, $x \in (0, \pi/2]$. Aplique o T. V. M. para mostrar que $|\sin x| \leq |x|$, $x \in (0, \pi/2)$.

