Universidade Federal da Paraíba

Centro de Ciências Exatas e da Natureza

Dapartamento de Matemática

3ª Prova de Cálculo III

Indique o nome de seu professor, marcando com um X no quadrinho abaixo

☐ **Ana Maria**

☐ **Joaquim.**

Nome:____ Mat.____________

Cada item ou questão desta prova vale um (1,0) ponto, escolha dez 10 e resolva

1 **Questão:** Cada um dos itens baixo é uma série encaixante, geométrica, ou são séries em que as somas parciais podem ser simplificadas. Em cada caso prove que a série comverge e que sua soma é a especificada.

(a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n+3^n}{6^n} = \frac{3}{2}$ (c) $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n^2+n}} = 1$

(d) $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n+n^2+n}{2^{n+1}n(n+1)} = 1$ (e) $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n}{(n+1)(n+2)(n+3)} = \frac{1}{4}$

2^a **Questão:** Decida sobre a convergência das séries abaixo usando um dos testes a seguir: "Teste de Leibniz's", "Teste da razão", "Teste da n-ésima Raíz", "Teste do termo geral" ou "Teste da Camparação"

(a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+10}{3n+1}\right)^n$ (b) $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+(-1)^n}}$ (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{nlog^2(n+1)}$

(d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \int_n^{n+1} \frac{e^{-x}}{x}dx$ (e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} log\left(nsen\frac{1}{n}\right)$ (f) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \left(sen\frac{1}{n}\right)^{\frac{3}{2}}$

(g) $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(1+nsen\frac{1}{n}\right)^{\frac{3}{2}}$

3^a**Questão:** Decida sôbre a convergência das seguintes séries numéricas

(a) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{3n}{\sqrt{n^3+1}}$ (b) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{ln(n)^n}$ (c) $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(loga)^n}{n!}$

4 **Questão:** Em cada um dos exercícios abaixo, obtenha a fórmula especificada.

(a) $x+\sum_{n=1}^{+\infty}2nx^{n+1}=\frac{x^2+x}{(1-x)^2}$ (b)$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{x^n}{n}=log\frac{1}{1-x}$

5^a **Questâo:** Calcule o raio de convergência da série, $x+\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(3x)^{2n+1}}{(2n+1)!}$ e demonstre que a função que o representa no seu intervalo de convergência satisfaz a equação $y''=9(y-x)$.

6^a **Questo:**

(a)Desenvolva a função $f(x)=\frac{1}{1-x^2}$, em séries de potêcias em $|x|<1$, e determine o domínio da função $\int_0^x f(s)ds$ onde pode ser representada como a série de potencias

(b)Determine o coeficiente a_{98} da série de potêcias $sen(2x+\frac{1}{4}\pi)=\sum_{n=1}^{+\infty}a_nx^n$

7^a **Questão:** Encontre uma série de potências que representa a função $f(x)=\frac{x}{1+x-2x^2}$

8^a**Questão:** Encontre a série de Maclaurin da função $f(x)=3^{x+1}$

9^a **Questão:** Seja $f(x)=\sum_{n=0}^{+\infty}a_nx^n$, onde $a_0-a_1=2$ e o restos dos coeficientes são determinados por

$$e^{-2n}=\sum_{n=0}^{+\infty}\{2a_n+(n+1)a_{n+1}\}x^n.$$

Calcule $a_0,\ a_1,\ a_2\ e\ a_3$ e verifique que

$$f(x)=(x+1)e^{-2x}.$$

10^a **Questão:** Integre a série binomial para $(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$ e por meio desta obtenha a expansão em série de potências

$$arcsenx=x+\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{1.3.5....(2n-1)}{2.4.6...(2n)}\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)}.$$