

Questões	
1ª	
2ª	
3ª	
4ª	
5ª	
TOTAL:	

Universidade Federal da Paraíba  
CCEN - Departamento de Matemática  
Disciplina: Cálculo II - Período 94.2

2ª Exercício Escrito - 18/JAN/95 - 7 Horas

Professor: Fernando ☐ L. Carlos ☐ Marivaldo ☐

Aluno(A): \_\_\_\_\_ MAT: \_\_\_\_\_

1ª Questão: Seja  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 1 < x^2 + y^2 \leq 2\}$ . Esboce o conjunto  $A$ , encontre sua fronteira e verifique se  $A$  é aberto, fechado, convexo e limitado.

2ª Questão: Mostre que a função  $f(x, y, z) = \frac{x^2 + y^2 - (z-1)^2}{x^2 + y^2 + (z-1)^2}$  não tem limite quando  $(x, y, z) \rightarrow (0, 0, 1)$ .

3ª Questão: Seja  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2 + y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$

- Estude a continuidade de  $f$ ;
- Mostre que  $f_x$  existe, mas não é contínua na origem;
- Verifique se  $f$  é diferenciável em  $(0, 0)$ .

4ª Questão: Se  $f(x, y)$  é diferenciável e  $u(x, y) = f(x - y, y - x)$ , mostre que a função  $u(x, y)$  satisfaz a equação

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

5ª Questão: Suponha que o sistema  $\begin{cases} xu^2 + y^2v = 1 \\ uv - x^2 + y^2u^2 = 0 \end{cases}$  define  $u$  e  $v$  como funções de  $x$  e  $y$ . Calcule as derivadas  $\frac{\partial u}{\partial x}$  e  $\frac{\partial v}{\partial y}$ .

6ª Questão: Considere a transformação  $T: \begin{cases} u = e^x \cos y \\ v = e^x \sin y \end{cases}$

- Calcule o jacobiano de  $T$  e o jacobiano da inversa;
- Calcule  $\frac{\partial x}{\partial u}$  e  $\frac{\partial y}{\partial v}$ ;
- Qual a imagem pela transformação  $T$  das retas  $x = 1$  e

$$y = \frac{\pi}{4}?$$

boa sorte!

JPA, 18/JAN/95.