

17/08/98 – UFPB – CCEN – DM

Aluno: _____ Mat: _____

2ª Prova de Cálculo II (manhã)

1. Seja $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$.

(a) Mostre que f é contínua em $(0, 0)$.

(b) Calcule $f_x(0, 0)$ e $f_y(0, 0)$.

(c) Verifique se f é diferenciável em $(0, 0)$.

2. Mostre que a função $u(x, t) = \log(x - ct) + \exp(x + ct)$, onde c é uma constante, satisfaz a equação linear de ondas:

$$u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0$$

3. Usando o Teorema Fundamental do Cálculo e a regra da cadeia obtenha f_x ou f_y , se

$$f(x, y) = \int_{xy}^{\frac{xy}{x^2+y^2}} \exp(\cos t) dt$$

4. A superfície de um lago é representada por uma região D no plano xy , de modo que a profundidade sob o ponto (x, y) é dada por $f(x, y) = 300 - 2x^2 - 3y^2$. Em que direção deve navegar um bote, localizado no ponto $P_0 = (4, 9)$, para que a profundidade da água aumente mais rapidamente?
5. Determine a equação do plano tangente à superfície $z = 2e^{-x} \cos y$, no ponto $P_0 = (0, \frac{\pi}{3}, 1)$.

22/03/99 – UFPB – CCEN – DM

Aluno:_____Mat:_____

Reposição da 2ª Prova de Cálculo II (Tarde)

1. Dada a função $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen}(x^2 + y^2)}{1 - \cos \sqrt{x^2 + y^2}}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ k, & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$. Encontre o valor de k para que f seja contínua na origem.
2. Dada a função $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 y^2}{x^4 + y^4}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$, mostre que f é diferenciável na origem.
3. Dada a função $u(x, y) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + e^x \cos y$, calcule $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$.
4. Calcular a derivada direcional da função $f(x, y) = x^3 + x^2 y$, no ponto $P_0 = (2, 1)$, na direção da reta $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$.
5. Determine a equação do plano tangente ao gráfico de $f(x, y) = x^2 + y^2$, que é paralelo ao plano $z = 2x + y$.