09/10/98 – UFPB – CCEN – DM

Aluno:________________________________Mat:__________

Reposição da 1ª Prova de Cálculo II (Manhã)

(1) Calcule as integrais abaixo :

(a) $\displaystyle\int \frac{arctgx}{1+x^2}dx$ (1,0 ponto)

(b) $\displaystyle\int arcsenx dx$ (1,0 ponto)

(c) $\displaystyle\int sen^2\theta \sec\theta d\theta$ (1,0 ponto)

(d) $\displaystyle\int \sqrt{x^2-1}dx$ (1,0 ponto)

(2) Calcular o comprimento da curva dada na forma paramétrica por : $\begin{cases} x = t^3 \\ y = t^2 \\ 1 \le t \le 3 \end{cases}$

(2,0 pontos)

(3) Calcular a área exterior ao círculo $r = 2$ e interior à cardióide $r = 2(1+\cos\theta)$ (figura 1 abaixo). (2,0 pontos)

figura 1

(4) Calcular o volume do sólido obtido pela rotação , em torno da reta $y = 2$, da figura delimitada pela parábola $y = x^2 - 4x$ e pela reta $y = 0$ (eixo x)
(figura 2 abaixo) . (2,0 pontos)

figura 2

09/10/98 – UFPB – CCEN – DM

Aluno:____________________________________Mat:____________

Reposição da 1ª Prova de Cálculo II (Tarde)

(1) Calcule as integrais abaixo :

(a) $\displaystyle\int \frac{arcsenx}{\sqrt{1-x^2}}dx$ (1,0 ponto)

(b) $\displaystyle\int arctgxdx$ (1,0 ponto)

(c) $\displaystyle\int \sec xdx$ (1,0 ponto)

(d) $\displaystyle\int x^2\sqrt{1-x^2}dx$ (1,0 ponto)

(2) Calcular o comprimento da curva $\begin{cases} y = \sqrt[3]{x^2} \\ 1 \leq x \leq 8 \end{cases}$. (2,0 pontos)

(3) Calcular a área da rosácea de 4 folhas $r = a\,|sen2\theta|$ (figura 1 abaixo) (2,0 pontos).

figura 1

(4) Calcular o volume do sólido obtido pela rotação , em torno do eixo x , da figura delimitada pelas parábolas $y = x^2$ e $y = 2 - x^2$ (figura 2 abaixo) (2,0 pontos).

figura 2

09/10/98 – UFPB – CCEN – DM

Aluno:____________________________________Mat:____________

Reposição da 2ª Prova de Cálculo II (Manhã)

(1) Seja $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2y^2}{x^2+y^2}, & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$.

(a) Obtenha $f_x(x,y)$ e $f_y(x,y)$ para todo $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.

(b) Mostre que f é diferenciável em $(0,0)$.

(2) Mostre que a função $u(x,t) = \exp(-c^2t) \cdot sen(cx)$, onde c é uma constante, satisfaz a equação de transmissão do calor $u_t - u_{xx} = 0$.

(3) Usando o Teorema Fundamental do Cálculo e a regra da cadeia obtenha f_x ou f_y, se

$$f(x,y) = \int_{x+y}^{\frac{x^2+y^2}{x+y}} \log(sent)\,dt.$$

(4) A temperatura T em (x,y,z) é dada por $T(x,y,z) = 4x^2 - y^2 + 16z^2$.

(a) Ache a taxa de variação de T em $P_0 = (4,-2,1)$, na direção do vetor $2\overrightarrow{i} + 6\overrightarrow{j} + 3\overrightarrow{k}$.

(b) Em que direção T aumenta mais rapidamente em P_0 ?

(5) Mostre que toda reta normal a uma dada esfera passa pelo seu centro.

09/10/98 – UFPB – CCEN – DM

Aluno:____________________________________Mat:____________

Reposição da 2ª Prova de Cálculo II (Tarde)

(1) Seja $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2y}{x^2+y^2}, & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$.

(a) Mostre que f é contínua em $(0,0)$.

(b) Calcule $f_x(0,0)$ e $f_y(0,0)$.

(c) Verifique se f é diferenciável em $(0,0)$.

(2) Mostre que a função $u(x,t) = \log(x - ct) + \exp(x + ct)$, onde c é uma constante, satisfaz a equação linear de ondas:

$$u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0$$

(3) Usando o Teorema Fundamental do Cálculo e a regra da cadeia obtenha f_x ou f_y, se

$$f(x,y) = \int_{xy}^{\frac{xy}{x^2+y^2}} \exp(\cos t)\, dt$$

(4) A superfície de um lago é representada por uma região D no plano xy, de modo que a profundidade sob o ponto (x,y) é dada por $f(x,y) = 300 - 2x^2 - 3y^2$. Em que direção deve navegar um bote, localizado no ponto $P_0 = (4,9)$, para que a profundidade da água aumente mais rapidamente ?

(5) Determine a equação do plano tangente à superfície $z = 2e^{-x}\cos y$, no ponto $P_0 = \left(0, \frac{\pi}{3}, 1\right)$.

09/10/98 – UFPB – CCEN – DM

Aluno:________________________________Mat:__________

Reposição da 3ª Prova de Cálculo II (Manhã)

(1) Encontre e classifique os 4 pontos críticos da função:

$$f(x,y) = \frac{x^3}{3} + \frac{4y^3}{3} - 9x - 4y - 3$$

(2) Usando o método dos multiplicadores de Lagrange, encontre o ponto do círculo $x^2 + y^2 = 5$, mais próximo do ponto $P_0 = (3,4)$.

(3) Considere o sistema $\begin{cases} u^3 + v^2 - x^2 + \cos y = 0 \\ 2u^3 + 3v^2 + y^2 + senx = 0 \end{cases}$.

(a) Resolva-o de modo a obter u e v em função de x e y.

(b) Usando derivação implícita, calcule $\frac{\partial x}{\partial u}$ e $\frac{\partial y}{\partial u}$.

(4) Obtenha, no plano uv, a imagem do círculo $x^2 + y^2 = 1$ pela transformação $T(x,y) = (2x + 3y, x + 2y)$.

(5) Identifique as superfícies abaixo, dadas em coordenadas cilíndricas e esféricas respectivamente:

(a) $r \sec\theta = 4$

(b) $\rho \cos\varphi sen\theta = 1$

09/10/98 – UFPB – CCEN – DM

Aluno:________________________________Mat:__________

Reposição da 3ª Prova de Cálculo II (Tarde)

(1) Encontre e classifique os 4 pontos críticos da função:

$$f(x,y) = x^2y + xy^2 - 6xy$$

(2) Uma indústria planeja fabricar caixas retangulares de $8m^3$ de volume. Determine as dimensões da caixa que minimizam o custo, se o material para a tampa e o fundo custa o dobro do material para os lados.

(3) Mostre que é possível resolver a equação $2senz - xz + y^3 - 1 = 0$, nas proximidades do ponto $P_0 = (1,1,0)$, e em seguida calcule $z_x(1,1)$ e $z_y(1,1)$.

(4) Obtenha, no plano uv, a imagem da hipérbole $x^2 - y^2 = 4$ pela transformação $T(x,y) = \left(\frac{x+y}{2}, \frac{x-y}{2}\right)$. Faça o gráfico.

(5) Identifique as superfícies abaixo, dadas em coordenadas esféricas:

(a) $\rho = cosec\varphi \cdot cotg\varphi$

(b) $\rho^2 - 3\rho + 2 = 0$