



Universidade Federal da Paraíba  
Centro de Ciências Exatas e da Natureza  
Departamento de Matemática

2ª Prova de Cálculo Diferencial e Integral II – Tarde – 11.08.2000

Nome: \_\_\_\_\_ Mat.: \_\_\_\_\_

- 1) Esboce as curvas de nível da superfície  $z = \frac{x^2}{x+y}$ , para os níveis  $k = 0, 1$  e  $-1$ .

Existe curva de nível da função dada que passe pelo ponto  $(1, -1)$ ?  
JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

- 2) Dada a função  $f(x, y) = \frac{x^3 y^3}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ ,  $(x, y) \neq (0, 0)$  e  $f(0, 0) = 0$

- a) Verifique que  $f$  é contínua na origem.
- b) Calcule as derivadas parciais de  $f$  na origem.
- c) A função  $f$  é diferenciável na origem? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

- 3) Considere a função  $f(x, y) = y e^x$ ,  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ .

- a) Usando o Lema Fundamental, mostre que  $f$  é diferenciável em todo  $\mathbb{R}^2$ .
- b) Calcule  $f_{xy}$  e  $f_{yx}$ .

- 4) Calcule os limites, se existirem.

a)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1 - \cos xy}{\sin^2 x \sin^2 y}$

b)  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^4 y^4}{(x^2 + y^4)^3}$