



Universidade Federal da Paraíba  
Centro de Ciências Exatas e da Natureza  
Departamento de Matemática  
Reposição da 3ª Prova de Cálculo Dif. e Integral II – Tarde

Nome: \_\_\_\_\_ Mat.: \_\_\_\_\_

1) Calcule a derivada direcional da função  $f(x, y) = x^2 - y^2$ , no ponto  $P_0 = (2, 3)$ , na direção da reta tangente à curva  $2x^2 + 5y = -3$  no ponto  $P_1 = (1, -1)$ .

2) Considere a esfera de equação  $x^2 + y^2 + z^2 = 3R^2$ .

- a) Encontre a equação do plano tangente à esfera no ponto  $P_0 = (R, R, R)$ .
- b) Determine as equações paramétricas da reta normal à esfera em  $P_0$ .

3) Seja  $f(x, y) = x^2 \cdot y\left(\frac{x}{y}\right)$ , com  $\psi$  uma função diferenciável. Mostre que

$$x\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) + y\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) = 2f.$$

4) Classifique os pontos críticos da função  $z = \frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}y^3 - 3x - x^2 - 4y - 3$ .

5) A temperatura  $T$  no disco  $x^2 + y^2 \leq 1$  é dada por  $T(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$ . Em que ponto do disco a temperatura é mais alta e em que ponto ela é mais baixa?



Universidade Federal da Paraíba  
Centro de Ciências Exatas e da Natureza  
Departamento de Matemática  
Reposição da 3ª Prova de Cálculo Dif. e Integral II – Manhã

Nome: \_\_\_\_\_ Mat.: \_\_\_\_\_

- 1) Encontre a derivada direcional da função  $f(x, y) = x^2 y + xy^2$  no ponto  $P_0 = (1, -1)$ , na direção da reta normal ao círculo  $x^2 + y^2 = R^2$ , no ponto  $\left(\frac{\sqrt{2}R}{2}, \frac{\sqrt{2}R}{2}\right)$ .
- 2) Considere a superfície de equação  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$ .
  - c) Encontre a equação do plano tangente à superfície no ponto  $A = (\sqrt{2}, 0, 2\sqrt{2})$ .
  - d) Determine as equações paramétricas da reta normal à superfície em A.
- 3) Se  $w(t) = f(2 \cos t, \sin t)$ , calcule  $w'(t)$ , sabendo-se que  $4y \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) - x \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) = 2$ .
- 4) Classifique os pontos críticos da função  $z = x^4 + y^3 + 32x - 9y$ .
- 5) Encontre os pontos extremos da função  $f(x, y) = xy + y - x$ , na região  $x^2 + y^2 \leq 1$ .