Universidade Federal da Paraíba

Centro de Ciências Exatas e da Natureza

Departamento de Matemática

Prova Final de Cálculo Diferencial e Integral II

Nome: ____ Mat.: ____________

1) Resolva a integral $\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})}\,dx$.

2) Esboce o domínio da função $f(x,y)=\sqrt{\frac{1-x^2+y^2}{4x^2+y^2-16}}$.

3) A função $f(x,y)=\frac{-3xy}{x^2+y^2}, (x,y)\neq(0,0)$ e $f(0,0)=0$ é diferenciável na origem? JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.

4) Considere as funções $u(x,y)=\ln\sqrt{x^2+y^2}$ e $v(x,y)=\operatorname{arctg}\frac{y}{x}$. Mostre que

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial y} \quad e \quad \frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{\partial v}{\partial x}$$

5) Classifique os pontos críticos da função $f(x,y)=-x^3+4xy-2y^2+1$.

6) Inverta a ordem de integração e calcule a integral $\int_0^2\int_{y^2}^4 x\,dxdy$.

7) Calcule o volume do sólido limitado pelas superfícies $z+R=\sqrt{x^2+y^2}$ e $x^2+y^2+z^2=R^2$.

8) Use coordenadas polares para calcular a área da região limitada pelas retas $y = x$, $x = 1$ e $y = 0$.

9) A temperatura, em graus Celsius, na superfície de uma placa metálica é dada por $T(x,y)=20-x^2-y^2$, onde x e y são medidos em polegadas. Determine a direção em que a temperatura da placa cresce mais rapidamente no ponto $(2,-3)$?