UFPB – CCEN – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
ÁLGEBRA LINEAR E GEOMETRIA ANALÍTICA
$3^{\underline{a}}$ PROVA - PERÍODO 992

1) Considere $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido por

$$T(x, y, z) = (2x - y + z,\ 3y - z,\ 2x + y + 3z).$$

a) Encontre os autovalores de T e os respectivos autoespaços;
b) Decida se T é diagonalizável e determine seu polinômio minimal.

2) Determine os valores de a e b de modo que $T(x, y, z) = (x,\ ax + 2y,\ bx + 2z)$ seja um operador linear diagonalizável sobre $\mathbb{R}^3$.

3) Suponha que um operador linear e $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ satisfaça $T(1, 1) = (-1, -1)$ e $T(1, 0) = (3, 0)$.
a) Encontre uma base de $\mathbb{R}^2$ em relação a qual a matriz de T é diagonal, escrevendo essa matriz;
b) Ache a fórmula que define o operador linear T.

4) Considere A uma matriz quadrada de ordem 2. Que relação se verifica entre o polinômio característico de A e o da sua transposta?

5) Seja A a matriz de um operador linear diagonalizável $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$. Sabendo que o polinômio característico de T possui uma raiz r com multiplicidade dois, verifique que $A = rI$ onde I é a matriz identidade de mesma ordem que A.