UFPB – CCEN – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
ÁLGEBRA LINEAR E GEOMETRIA ANALÍTICA
$2^{\underline{a}}$ PROVA - PERÍODO 961

1) Encontre uma transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ cujo núcleo seja gerado pelos vetores $(1,2,1)$ e $(2,1,-1)$, e cuja imagem seja gerada pelo vetor $(1,2,3)$.

2) Se $T : M_{2\times 2} \longrightarrow \mathbb{R}^2$ é definida por

$$T(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}) = (a+d,\ 0),$$

determine uma base e dê a dimensão do núcleo e da imagem de T.

3) Se V é um espaço vetorial de dimensão n e se $T : V \longrightarrow V$ é uma transformação linear que satisfaz $\operatorname{Im}(T) = \ker(T)$, prove que n é um número par.

4) Seja α a base canônica do $\mathbb{R}^2$ e considere $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ satisfazendo

$$[T]_\alpha^\alpha = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

a) Encontre, se possível, vetores u e v tais que $T(u) = u$ e $T(v) = -v$.
b) Determine uma base e dê a dimensão do núcleo e da imagem de T.
c) Se T for um isomorfismo, encontre uma fórmula que defina T^{-1}.