UFPB – CCEN – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
ÁLGEBRA LINEAR E GEOMETRIA ANALÍTICA
1ª PROVA - PERÍODO 961

1) (Valor 2,0) Se $u = (a, b)$ e $v = (c, d)$ são vetores de $\mathbb{R}^2$, tais que $ac + bd = 0$ e $a^2 + b^2 = c^2 + d^2 = 1$, mostre que o conjunto $\beta = \{u, v\}$ é uma base de $\mathbb{R}^2$.

2) Considere o seguinte subespaco de $M_{2\times2}$:

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a + d = 0 \right\}.$$

a) Encontre uma base de W e complete-a até obter uma base de $M_{2\times2}$;
b) Determine um subespaço U de $M_{2\times2}$ tal que $W \oplus U = M_{2\times2}$.

3) (Valor 3,0) Se W_1 e W_2 são subespaços de $\mathbb{R}^3$ dados por
$W_1 = \{(x, y, z) \mid x + y = 0, 4x - z = 0\}$. e $W_2 = [(0, 1, -1), (1, 2, 1)]$, determine uma base e dê a dimensão de W_1, de W_2, de $W_1 + W_2$ e de $W_1 \cap W_2$.

4) (Valor 3,0) Sabendo que $\alpha = \{(1, 0), (-1, 3)\}$ e $\beta = \{(2, -1), (0, 2)\}$ são bases do $\mathbb{R}^2$, determine:
a) as matrizes de mudança de base α para a base β e da base β para a base α;
b) $[v]_\alpha$, se $[v]_\beta = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$;
c) o vetor v do item anterior.