UFPB – CCEN – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
ÁLGEBRA LINEAR E GEOMETRIA ANALÍTICA
$2^{\underline{a}}$ PROVA - PERÍODO 992

1) Em $\mathbb{R}^2$ as bases $\alpha = \{v_1,\ v_2\}$ e $\beta = \{u_1,\ u_2\}$ estão relacionadas pelas equações

$$\begin{cases} u_1 & = & 2v_2 \\ u_2 & = & -v_1 + v_2 \end{cases} .$$

a) Determine $[I]^{\alpha}_{\beta}$

b) Se $v \in \mathbb{R}^2$ é tal que $[v]_\alpha = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$, encontre $[v]_\beta$.

2) Em um espaço vetorial V, considere w um vetor fixo e $T : V \longrightarrow V$ a aplicação definida por $T(v) = v + w$. É possível que T seja uma transformação linear?

3) Seja $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \wp_2$ a transformação linear definida por

$$T(x, y, z) = (2x + y)t^2 + (2x + y - z)t + z.$$

a) Existe um vetor $u \in \mathbb{R}^3$, tal que $T(u) = 3t^2 - 4$?

b) Usando apenas o resultado do item anterior como justificativa, diga se T é um isomorfismo.

4) Em $\mathbb{R}^2$ considere as bases $\alpha = \{(1, 1),\ (1, -1)\}$ e $\beta = \{(1, 0),\ (0, 1)\}$. Sabendo que $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ é o operador linear que satisfaz

$$[T]^{\alpha}_{\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix},$$

a) dê a definição do operador T;

b) encontre a matriz $[T]^{\beta}_{\beta}$.

5) Se $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow M_{3\times 1}$ é a transformação linear dada por

$$T(x, y, z) = \begin{bmatrix} 2x + z \\ x - y \\ x + y - z \end{bmatrix},$$

encontre uma base e dê a dimensão do núcleo e da imagem de T.