UFPB – CCEN – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
ÁLGEBRA LINEAR E GEOMETRIA ANALÍTICA
2ª PROVA – PERÍODO 99.2

ALUNO (A) - ______________________________ MATRÍCULA -___________

1. Em $\mathbb{R}^2$ as bases $\alpha = \{v_1, v_2\}$ e $\beta = \{u_1, u_2\}$ estão relacionadas pelas equações

$$\begin{cases} u_1 = 2v_2 \\ u_2 = -v_1 + v_2 \end{cases}.$$

1.a . Determine $[I]^{\alpha}_{\beta}$ **1.b.** Se $v \in \mathbb{R}^2$ é tal que $[v]_{\alpha} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$, encontre $[v]_{\beta}$.

2. Em um espaço vetorial V, considere w um vetor fixo e $T: V \to V$ a aplicação definida por $T(v) = v + w$. É possível que T seja uma transformação linear?

3. Seja $T: \mathbb{R}^3 \to \wp_2$ a transformação linear definida por

$$T(x, y, z) = (2x + y)t^2 + (2x + y - z)t + z.$$

3.a. Existe um vetor $u \in \mathbb{R}^3$, tal que $T(u) = 3t^2 - 4$?

3.b. Usando apenas o resultado do item anterior como justificativa, diga se T é um isomorfismo.

4. Em $\mathbb{R}^2$ considere as bases $\alpha = \{(1, 1), (1, -1)\}$ e $\beta = \{(1, 0), (0, 1)\}$. Sabendo que $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ é o operador linear que satisfaz

$$[T]^{\alpha}_{\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix},$$

4.a. dê a definição do operador T; **4.b.** encontre a matriz $[T]^{\beta}_{\beta}$.

5. Se $T: \mathbb{R}^3 \to M_{3\times 1}$ é a transformação linear dada por $T(x, y, z) = \begin{bmatrix} 2x + z \\ x - y \\ x + y - z \end{bmatrix}$, encontre uma base e dê a dimensão do núcleo e da imagem de T;

---------- * ----------