UFPB – CCEN – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
ÁLGEBRA LINEAR E GEOMETRIA ANALÍTICA
$3^{\underline{a}}$ PROVA - PERÍODO 982

1) Seja T o operador linear sobre $\mathbb{R}^3$ definido por $T(x,y,z) = (2x, -y-z, 2z)$.

a) Encontre os autovalores e autovetores de T;

b) Dê uma base e a dimensão de cada autoespaço, determinando também o polinômio minimal de T;

c) T é diagonalizável? Se não for, explique porque. Se for, exiba uma base de $\mathbb{R}^3$ em relação a qual a matriz T é diagonal, escrevendo a respectiva matriz.

2) Encontre os valores de a e de b, sabendo que $\lambda = 1$ e $\lambda = 2$ são os autovalores do operador linear sobre $\mathbb{R}^3$ definido por $T(x,y) = (-x + ay,\ -2x + by)$.

3) Seja V um espaço vetorial de dimensão 6 e T um operador linear sobre V, tal que $\lambda = 0$, $\lambda = -1$ e $\lambda = 2$ são seus autovalores, com multiplicidades algébricas respectivamente iguais a 1, 2 e 3.

a) Qual é o polinômio característico de T?

b) Quais as possibilidades para o polinômio minimal?

c) Se a dimensão de cada autoespaço associado fosse exatamente igual à multiplicidade do respectivo autovalor, você poderia determinar o polinômio minimal de T? Por que? Qual seria ele?

4) Seja $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$.

a) Se $\det(A)$ representa o determinante da matriz A, verifique que o polinômio característico de A pode ser escrito na forma $p(\lambda) = \lambda^2 - (a+d)\lambda + \det(A)$.

b) Se $\det(A) < 0$, conclua que A é diagonalizável.