UFPB – CCEN – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
ÁLGEBRA LINEAR E GEOMETRIA ANALÍTICA
PROVA FINAL - PERÍODO 991

1) Encontre uma base para o subespaço de $\mathbb{R}^3$, $\mathbb{W} = [(1,1,2),\ (3,2,5),\ (1,0,1)]$.

2) Sejam $v_1 = (1,1,2)$ e $v_2 = (1,2,1)$. Encontre um vetor v_3 tal que $\{v_1, v_2, v_3\}$ seja uma base de $\mathbb{R}^3$.

3) Dadas as bases $\alpha = \{(1,0),\ (0,1)\}$ e $\beta = \{(1,1),(1,0)\}$, obtenha as matrizes de mudança de base $[I]^{\beta}_{\alpha}$ e $[I]^{\alpha}_{\beta}$.

4) Encontre uma transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $\ker(T) = [(1,0,0)]$ e $\mathrm{Im}(T) = [(0,1,0),(0,0,1)]$.

5) Sejam $\alpha = \{(1,1),(1,0)\}$ e $\beta = \{(1,0),(0,1)\}$ e $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ a transformação linear tal que $[T]^{\alpha}_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$. Determine $T^{-1}(x,y)$.

6) Mostre que se $T : V \longrightarrow W$ é um isomorfismo, então $\dim(V) = \dim(W)$.

7) Considerando $\mathbb{R}^3$ com o produto interno usual, encontre todos os vetores unitários que sejam simultanemente ortogonais aos vetores $(1,1,0)$ e $(1,0,0)$.

8) Considerando $\mathbb{R}^2$ com o produto interno $\langle (x_1,y_1),(x_2,y_2)\rangle = 3x_1x_2 + 4y_1y_2$, encontre uma base ortonormal para $\mathbb{R}^2$ a partir da base $\{(1,1),(0,1)\}$.

9) Seja V um espaço com produto interno $\langle , \rangle$. Determine o cosseno do ângulo entre os vetores u e v, sabendo que $\|u\| = 3$, $\|v\| = 5$ e $\|u - v\| = 4$.

10) Seja V um espaço com produto interno $\langle , \rangle$. Mostre que se $\|u\| = \|v\|$, então os vetores $u + v$ e $u - v$ são ortogonais.