

**Universidade Federal da Paraíba**  
**Centro de Ciências Exatas e da Natureza**  
**Departamento de Matemática**  
**Primeira Prova de Álg. Linear e Geo. Analítica - 00.2**

Nome: \_\_\_\_\_ Mat. \_\_\_\_\_

1. Sejam  $V = \mathbb{R}^3$ ,  $W_1 = \{(x, y, z) \in V : y - x = 0\}$  e  $W_2 = \{(x, y, z) \in V : x + y + z = 0\}$  dois subconjuntos do  $V$ .
  - (a) Mostrar que  $W_1$  e  $W_2$  são subespaços  $V$ .
  - (b) Determinar os geradores de  $W_1$ ,  $W_2$  e  $W_1 \cap W_2$ .
  - (c) Determinar  $\dim(W_1)$ ,  $\dim(W_2)$  e  $\dim(W_1 \cap W_2)$ .
  - (d) Determinar  $\dim(W_1 + W_2)$ .
  - (e)  $V$  é soma direta de  $W_1$  e  $W_2$ ?
2. Seja  $V = \mathbb{R}^3$ . Determinar condições a que  $a, b, c$  devem satisfazer de modo que  $\mathbf{v} = (a, b, c)$  seja uma combinação linear de  $\mathbf{v}_1 = (1, -3, 2)$  e  $\mathbf{v}_2 = (2, -1, 1)$ .
3. Sejam  $V = \mathbb{R}^2$ ,  $\beta = \{(1, 2), (3, 5)\}$  e  $\beta'$  duas bases ordenadas de  $V$ . A matriz de mudança da base  $\beta'$  para a base  $\beta$  é

$$[I]_{\beta}^{\beta'} = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Determine a base  $\beta'$ .