

Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Departamento de Matemática
Quarta Prova de Álg. Linear e Geo. Analítica - 00.2

Nome:

Mat.

1. Considere \mathbb{R}^3 com o produto interno usual e $\mathbf{W} = [(1, 0, -1), (1, 1, 1)]$.
 1. Encontre uma base ortonormal de \mathbf{W} .
 2. Encontre uma base ortonormal de \mathbf{W}^\perp .
 3. A partir dos resultados obtidos nos itens 1. e 2., encontre uma base ortonormal de \mathbb{R}^3 .
2. Considere $\mathbb{P}_1 = \{a + bx : a, b \in \mathbb{R}\}$ com o produto interno

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt.$$

1. Calcular o ângulo entre $p(x) = 1 + x$ e $q(x) = 1 - x$;
 2. Encontrar $f(x) \in \mathbb{P}_1$ tal que o ângulo entre $f(x)$ e $1 + x$ seja 60° .
3. Seja $\beta = \{(1, 1, 0), (1, 0, 0), (1, 1, 1)\}$ uma base de \mathbb{R}^3 . Use o processo de Gram-Schmidt para encontrar uma base ortonormal de \mathbb{R}^3 , em relação ao produto interno usual.
4. Sejam \mathbf{V} um espaço vetorial com um produto interno e \mathbf{u}, \mathbf{v} dois vetores de \mathbf{V} . Mostrar que $\mathbf{u} \perp \mathbf{v}$ se, e somente se, $\|\mathbf{u} + \mathbf{v}\| = \|\mathbf{u} - \mathbf{v}\|$.
5. Determinar a solução da equação diferencial $x'' - 4x' + 3x = 0$, com condição inicial $x(0) = 0$ e $x'(0) = 1$.