

Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Departamento de Matemática
Segunda Prova de Álg. Linear e Geo. Analítica - 00.2

Nome: _____ Mat. _____

1. Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o operador linear definido pela regra

$$T(x, y, z) = (-9x + 4y + 4z, -8x + 3y + 4z, -16x + 8y + 7z).$$

- (a) Verificar que T é uma transformação linear.
 - (b) Se (a, b, c) é um vetor em \mathbb{R}^3 , quais as condições sobre a , b e c , para que o vetor esteja na imagem de T ? Qual é a $\dim(\text{Im}(T))$?
 - (c) Quais as condições sobre a , b e c , para que o vetor esteja no núcleo de T ? Qual é a $\dim(\ker(T))$?
 - (d) T é sobrejetora? Justifique.
2. Seja T de \mathbb{R}^3 em \mathbb{R}^3 uma transformação linear, cuja matriz em relação à base ordenada canônica é

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

Determinar uma base da imagem de T e uma base do núcleo de T .

3. Seja T de \mathbb{R}^2 em \mathbb{R}^2 uma transformação linear definida pela regra

$$T(x, y) = (-y, x).$$

- (a) Qual é a matriz de T em relação à base ordenada canônica de \mathbb{R}^2 ?
- (b) Qual é a matriz de T em relação à base ordenada $\{(1, 2), (1, -1)\}$?
- (c) Mostrar que T é um isomorfismo.
- (d) Determinar uma regra para T^{-1} como a que define T .