

Cálculo Diferencial e Integral II – 00.1 – Exercícios

1) Encontre e esboce o subconjunto no qual a expressão $f(x, y) = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{y^2 - 1}}$ define uma função.

2) Esboce as curvas de nível da função $z = x^2 + y^2 - \sqrt{x^2 + y^2}$, correspondentes aos níveis $k = -\frac{1}{4}, 0, 2$.

3) Calcule, se existir, os limites:

a) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{2x^2 y}{x^2 + y^4}$

b) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 y^2}{x^3 + y^3}$

c) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin xy}{\sin x \cdot \sin y}$

d) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{2x^2 y^{10}}{x^2 + y^4}$

4) Considere a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3x^2 y}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Verifique se f é contínua na origem.
- b) Calcule as derivadas parciais de f na origem.
- c) f é diferenciável na origem?

5) Dê exemplo de uma função que é contínua na origem mas não é diferenciável aí. **JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.**

6) É verdade que: “ Se f é diferenciável em (x_0, y_0) então f tem derivadas parciais contínuas em (x_0, y_0) ?” Se verdadeiro, prove. Se falso, dê um contra-exemplo. **JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.**

7) A existência de derivadas parciais garante a diferenciabilidade da função? Se verdadeiro, prove. Se falso, dê um contra-exemplo. **JUSTIFIQUE SUA RESPOSTA.**