

2ª LISTA DE EXERCÍCIOS DE CÁLCULO I - AGOSTO/98

1) Calcule os limites se eles existirem. Justifique sua resposta.

a) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x-1|}{x-1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x-1|}{x-1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{x-1}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x-1|}{x-1}$

e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x-1|}{x-1}$

f) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$

g) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1}$, onde $f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{se } x > 1 \\ 2x, & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$

2) Calcule os seguintes limites:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 + 3x^2 - x + 5)$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 - x^3 + 5x^2 + 4x + 1)$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{3x^3 + 4x^2 - 7x + 11}$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^5 + 13x^2 - 4}{x^3 + 6x^2 - 3}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^3 + 4x - 3}{3x^3 + 4x^2 - 7x + 11}$

f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^4 + 3x^3 + 2x - 1}{4x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 4}$

g) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x\sqrt{x} - a\sqrt{a}}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}$

h) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 - \sqrt{x+1}}{x^2 - 9}$

i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 + x^2 - 4x + 1}{x^3 - 3x^2 + 5x - 3}$

j) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 + 4x^3 + x^2 - 12x - 12}{2x^3 + 7x^2 + 4x - 4}$

3) Calcule

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

sendo f dada por:

a) $f(x) = \sqrt{x}$

b) $f(x) = 2x^2 + x - 1$

c) $f(x) = 5$

d) $f(x) = 1/x$

e) $f(x) = -x^3 + 2x$

f) $f(x) = 3x + 1$

4) Determine L para que a função dada seja contínua no ponto p . Justifique sua resposta.

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x}{x}, & \text{se } x \neq 0 \\ L, & \text{se } x = 0 \end{cases}, p = 0$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} -x^2 - 3x, & \text{se } x \leq 2 \\ 2x^2 + x + L, & \text{se } x > 2 \end{cases}, p = 2$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-5x+6}{x-3}, & \text{se } x < 3 \\ 3x + L, & \text{se } x \geq 3 \end{cases}, p = 0$$

5) Verifique se a função f é contínua:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 3x - 10, & \text{se } x > 4 \\ 2, & \text{se } x = 4 \\ 10 - 2x, & \text{se } x < 4 \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x + 2, & \text{se } x > 1 \\ 2, & \text{se } x = 1 \\ 2 - x^2, & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

6) Dê o valor (caso exista) que a função dada deveria ter no ponto em que $x = a$ para ser contínua em a .

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x < 1 \\ 1/x, & \text{se } x > 1 \end{cases}, a = 1$$

$$\text{b) } g(x) = \frac{|x|}{x}, a = 0$$

$$\text{c) } h(x) = \frac{x^2-4}{x-2}, a = 2$$

7) Determine, em cada caso, as equações da reta tangente e da reta normal ao gráfico de f no ponto x_0 :

$$\text{a) } f(x) = x^2 - 3x, x_0 = 4$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{1}{2x+1}, x_0 = 1$$

$$\text{c) } f(x) = \sqrt{5x+1}, x_0 = 3$$

8) Dê exemplo de uma função satisfazendo às seguintes condições:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -1, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2, \quad f(1) = -1$$

9) Calcule as derivadas das seguintes funções:

$$\text{a) } f(x) = (5x^3 + 2x^2 + 1)(x^2 + 2x + 3) \qquad \text{b) } g(x) = 3x^5 + \frac{1}{4x^2}$$

$$\text{c) } h(x) = \frac{8x^2+1}{x^2-4x} \qquad \text{d) } j(x) = \frac{\sqrt{x+x^2+1}}{x^5-\sqrt[3]{x}}$$