



Universidade Federal da Paraíba
CCEN - Departamento de matemática
<http://www.mat.ufpb.br>

3ª Prova: Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

06 de junho de 2023

Prof: Pedro A. Hinojosa

Nome: _____ Matrícula: _____

1 (2,5 pts.) *Uma elipse tem centro no ponto $(1, 2)$, um vértice, na reta focal, no ponto $(3, 2)$ e excentricidade $e = \frac{1}{2}$. ($e = \frac{c}{a}$). Determine os focos e a equação dessa elipse. Faça um esboço do seu gráfico.*

2 (2,5 pts.) *Para a hipérbole $9x^2 - 16y^2 - 36x - 32y = 127$ determine: focos, vértices e assíntotas. Faça um esboço do seu gráfico.*

3 (2,5 pts.) *Uma parábola tem foco no ponto $(7, 2)$ e diretriz $x = 5$. Determine seu principais elementos e faça um esboço do seu gráfico.*

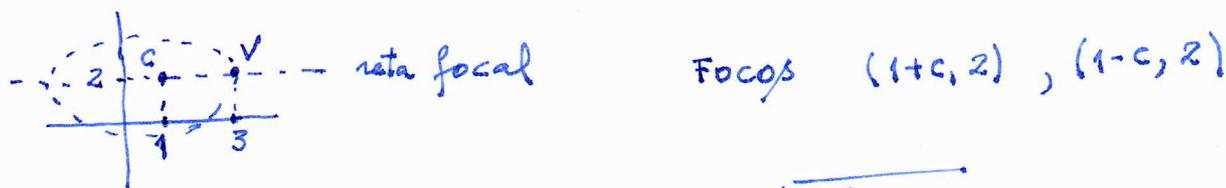
4 (2,5 pts.) *Classifique e faça um esboço do gráfico da quádrlica $-\frac{x^2}{4} + y^2 = 4z^2$*

① Elipse:

Centro: $(1, 2)$

Vértice (na reta focal): $(3, 2)$

Excentricidade $e = \frac{1}{2}$ ($e = \frac{c}{a}$)



$V = (3, 2)$

$C = (1, 2)$

$d(V, C) = a = \sqrt{2^2 + 0^2} = 2$

$\therefore \{a=2\} e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{c}{2} = \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow \boxed{c=1}$

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 4 = b^2 + 1$

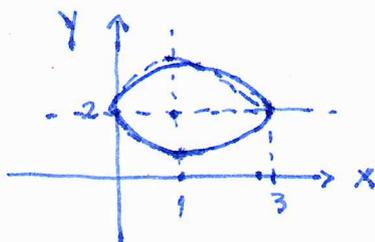
$\Rightarrow \{b^2 = 3\} \quad b = \sqrt{3}$

Eq. da elipse:

$$\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{3} = 1$$

Focos: $(2, 2)$ e $(0, 2)$

Vertices: $(3, 2)$, $(-1, 2)$, $(1, 2+\sqrt{3})$, $(1, 2-\sqrt{3})$



② Hipérbola

$$9x^2 - 16y^2 - 36x - 32y = 124$$

Determinar focos, vértices... Tudo! ... Fazer o gráfico
Solução

$$9(x^2 - 4x) - 16(y^2 + 2y) = ~~124~~ 124$$

$$9(x-2)^2 - 36 - 16(y+1)^2 + 16 = ~~124~~ 124$$

$$9(x-2)^2 - 16(y+1)^2 = 144$$

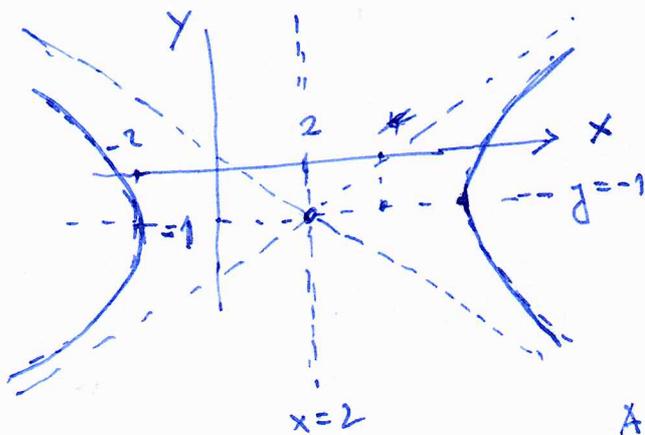
$$\left\{ \frac{(x-2)^2}{16} - \frac{(y+1)^2}{9} = 1 \right\}$$

Centro $(2, -1)$

$$a = 4$$
$$b = 3$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$= 16 + 9 = 25$$

$$c^2 = 25 \Rightarrow \boxed{c = 5}$$



Vértices:
 $(2+a, -1)$ e $(2-a, -1)$
 $(6, -1)$ e $(-2, -1)$

Assíntotas:

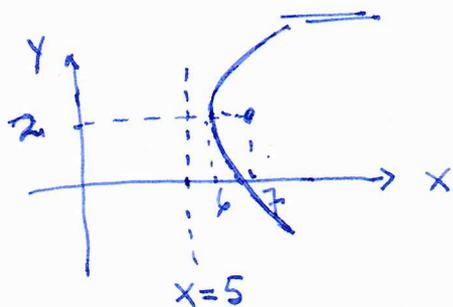
$$y+1 = \pm \frac{3}{4}(x-2)$$

$$\underline{y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{2}} \quad \text{e} \quad \underline{y = -\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}}$$

3) Parábola

Foco: (7, 2)

diretriz: $x = 5$



Vértice: $(\frac{7+5}{2}, 2) = (6, 2)$

$(y-2)^2 = 4(x-6)$

distância da diretriz ao foco = $2c = 2 \quad \therefore \underline{\underline{c=1}}$

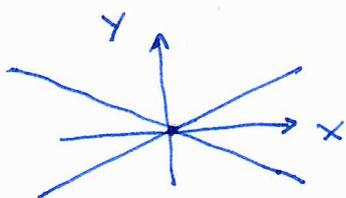
$(y-2)^2 = 4c(x-6)$

4) $-\frac{x^2}{4} + y^2 = 4z^2$

$z=0$

$-\frac{x^2}{4} + y^2 = 0 \Rightarrow y^2 = \frac{x^2}{4}$

$\Rightarrow y = \pm \frac{x}{2}$

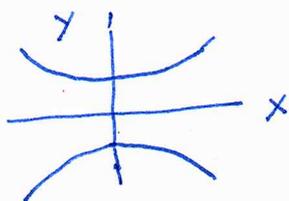


duas retas

$z = \text{cte} = K$

hipérbole

$-\frac{x^2}{4} + y^2 = 4K^2$



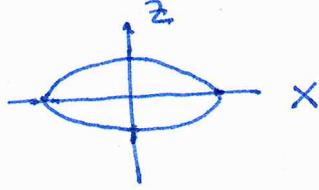
Note que se $K < 0$
a eq. é a mesma.

$y=0$ $-\frac{x^2}{4} = 4z^2$ \Rightarrow
 um pto $(0,0,0)$

$y = cte = K \neq 0$

$-\frac{x^2}{4} + K^2 = 4z^2 \Rightarrow \frac{x^2}{4} + 4z^2 = K^2$

Elipse

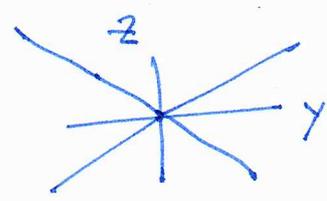


Se $K < 0$, a eq. é a mesma

Se K aumenta a elipse é maior
 =

$x=0$

~~$y^2/4$~~
 $y^2 = 4z^2 \Rightarrow y = \pm 2z$



$x = cte = K \neq 0$

$y^2 - 4z^2 = \frac{K^2}{4}$

hipérbole

