Universidade Federal da Paraíba
CCEN - Departamento de matemática
http://www.mat.ufpb.br

Lista de Exercícios Nº 3 : Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Prof.: Pedro A. Hinojosa

1 *Sabendo que* $\overrightarrow{AB} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ *e* $\overrightarrow{AD} = 2\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$, *Calcule a área do paralelogramo* $ABCD$.

2 *Sejam* $\overrightarrow{AB} = -\vec{i} + \vec{j}$ *e* $\overrightarrow{AC} = \vec{j} + 3\vec{k}$. *Calcule a área do triângulo* ΔABC.

3 *Dados os vetores* $\vec{u}$, $\vec{v}$ *e* $\vec{w}$ *tais que o produto misto* $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = 6$. *Calcule* $[2\vec{u} - 3\vec{v} + w, -\vec{u} + \vec{v} - \vec{w}, \vec{v} - 3\vec{w}]$.

4 *Decomponha o vetor* $\vec{w} = [-1, -3, 2]$ *como soma de dois vetores* $\vec{u}$ *e* $\vec{v}$ *com* $\vec{u}$ *paralelo ao vetor* $[0, 1, 3]$ *e* $\vec{v}$ *ortogonal a* $[0, 1, 3]$.

5 *Sejam* A, B *e* C *os vértices de um triângulo equilátero de lado unitário. Calcule:* $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$

6 *Verifique que os pontos* $A = (1, 0, 1)$, $B = (-1, 0, 2)$ *e* $C = (1, 1, 1)$ *são vértices de um triângulo retângulo.*

7 *Dados os vetores* $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{v} = -\vec{i} + 2\vec{k}$ *e* $\vec{w} = 2\vec{j} - 3\vec{k}$, *verifique que eles determinam um paralelepípedo e calcule o seu volume.*

8 *Dados os pontos* $A = (1, 2, 0)$, $B = (1, 2, 3)$ *e* $C = (-1, -2, 2)$, *determine as coordenadas de um ponto* D *de modo que os pontos* A, B, C *e* D *sejam coplanares e o vetor* $\overrightarrow{AD}$ *seja ortogonal ao vetor* $\overrightarrow{AB}$.

9 *Sejam* $\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}\right)$, $\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\vec{j} + \vec{k}\right)$ *e* $\vec{w} = \frac{1}{\sqrt{6}}\left(2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}\right)$. *Prove que estes vetores formam uma base ortonormal de* $\mathbb{R}^3$. *Determine as coordenadas do vetor* $\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$ *nessa base.*

10 *Sabe-se que o vetor* $\vec{v}$ *é ortogonal aos vetores* $[1, 1, 0]$ *e* $[-1, 0, 1]$. *Além disso,* $||\vec{v}|| = 2$ *e se* θ *é o ângulo entre os vetores* $\vec{v}$ *e* $\vec{j}$, *então* $\cos(\theta) > 0$. *Determine o vetor* $\vec{v}$.

11 *Os pontos* A, B *e* C *determinam um triângulo. Se* $\overrightarrow{AB} = [0, 1, 3]$ *e* $\overrightarrow{Ac} = [-1, 1, 0]$, *calcule a Área desse triângulo.*

12 *A medida do ângulo entre os vetores* $\vec{u}$ *e* $\vec{v}$ *é* $\frac{\pi}{6}$, $||\vec{u}|| = 1$ *e* $||\vec{v}|| = 7$. *Calcule* $||\vec{u} \times \vec{v}||$ *e* $||(2\vec{u}) \times (3\vec{v})||$.