



Cálculo III

2ª Prova, João Pessoa, 02 de setembro de 2013
Professor: Pedro A. Hinojosa

Nome: _____ Matrícula: _____

Questão 1 (2.5 pts) Calcule $\int_S \operatorname{rot}(\vec{F}) \cdot \vec{n} dS$, sendo

$$\vec{F}(x, y, z) = (e^x - y)\vec{i} + (xz + y^2)\vec{j} + 2yz\vec{k}$$

e S é a parte da esfera $x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$ abaixo do plano XY

Questão 2 (3.0 pts) Seja $\vec{F}(x, y) = \frac{-y}{x^2+y^2}\vec{i} + \frac{x}{x^2+y^2}\vec{j}$ o campo definido em $D = \mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\}$. Calcule:

(a) $\oint_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r}$, onde $C_1 : x^2 + y^2 = a^2$, $a > 0$. orientada positivamente.

(b) $\oint_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$, onde C_2 é uma curva fechada, C^1 por partes, que envolve à origem e está orientada positivamente.

Questão 3 (2.5 pts) Sejam $\vec{F}(x, y, z) = \left(\frac{-cy}{2} + ze^x, \frac{cx}{2} - ze^y, xy\right)$, com $c > 0$, um campo em \mathbb{R}^3 e S a superfície aberta, união do hiperboloide de uma folha $x^2 + y^2 - z^2 = 1$, $0 \leq z \leq \sqrt{c}$ com o disco $x^2 + y^2 \leq 1$, $z = 0$. Calcule o valor de c sabendo que $\int_S \operatorname{rot}\vec{F} \cdot \vec{n} dS = -6\pi$, onde \vec{n} é o campo normal apontando para fora de S . Resp. $c = 2$.

Questão 4 (2.0 pts) Uma chapa fina tem a forma da superfície S parametrizada por $\varphi(u, v) = (u, v, 2u + v)$, com $(u, v) \in D : 0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq u$. Suponha que a densidade superficial da chapa seja dada por $\delta(x, y, z) = x + y + z$. Determine a massa da chapa.

Boa Prova !!