



Lista de Exercícios N^o 7 : Cálculo III
Professor: Pedro A. Hinojosa

1 Determine uma parametrização para as seguintes superfícies:

(a) O plano de equação $x + 2y - z = 5$;

(b) O parabolóide $z = 4x^2$;

(c) O hiperbolóide $x^2 + y^2 - z^2 = 1$;

(d) O cilindro elíptico $4x^2 + 9y^2 = 36$;

(e) O cone de revolução gerado pela rotação em torno do eixo Z da semi-reta $z = y, y \geq 0$;

(f) A parte do plano $x + y + z = 1$, dentro do cilindro $x^2 + y^2 = 1$;

(g) A parte do cilindro $x^2 + y^2 = 1$ entre os planos $z = 0$ e $z + y = 1$

2 Calcule $\int_S f dS$ onde a superfície S e o campo escalar f são dados por:

(a) $f(x, y, z) = x^2 - xy^2 - z + 1$, $S : \begin{cases} X(u, v) = (u, v, u^2 + 1) \\ 0 \leq u \leq 1, \quad 0 \leq v \leq 2 \end{cases}$

(b) $f(x, y, z) = x^2 + y^2$, $S : x^2 + y^2 + z^2 = 4, z \geq 1$

(c) $f(x, y, z) = x^2y$, $S : x^2 + z^2 = a^2, 0 \leq y \leq 1$

(d) $f(x, y, z) = z^2$, $S : z = \sqrt{x^2 + y^2}$, entre os planos $z = 1$ e $z = 4$

3 Calcule a área da superfície S , parte da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ que esta dentro do cone $z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}}$.

4 Uma lâmina tem a forma de semi-esfera $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z \geq 0$. Calcule o momento de inércia da lâmina, com relação ao eixo Z sabendo que a densidade em cada ponto é proporcional à distância desse ponto ao plano XY .

5 Determine o centro de massa da superfície homogênea $S : z = x^2 + y^2$ com $0 \leq z \leq 1$

6 Uma lâmina fina S tem a forma da superfície do cone dado por $z = 4 - 2\sqrt{x^2 + y^2}$, com $z \geq 0$. em cada ponto, a densidade é proporcional à distância desse ponto ao eixo Z . Verifique que o momento de inércia em relação ao eixo Z é igual a $\frac{12}{5}M$, onde M é a massa de S .