UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br

Lista de Exercícios $N^o\, 6$: Cálculo III

Professor: Pedro A. Hinojosa

1 *Seja D a região limitada, no plano XY, por uma curva simples e fechada C. As coordenadas do centroide $(\overline{x}, \overline{y})$ de D são*

$$\overline{x} = \frac{1}{2A}\oint_c x^2 dy \qquad e \qquad \overline{y} = \frac{1}{2A}\oint_C y^2 dx,$$

onde A é a área de D. Encontre o centroide da região limitada pela circunferência $x^2 + y^2 = a^2$ situada no primeiro quadrante. *Resp.:* $\left(\frac{4a}{3\pi}, \frac{4a}{3\pi}\right)$

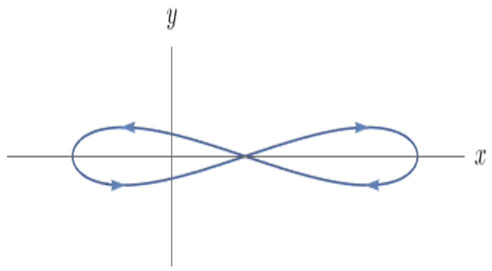
2 *Sejam $\overrightarrow{F}(x,y) = \frac{-y}{x^2+y^2}\overrightarrow{i} + \frac{x}{x^2+y^2}\overrightarrow{j}$ e C uma curva simples fechada que limita uma região D do plano que não contém, a origem (i.e. $(0,0) \notin D$).*

Calcule $\oint_C \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r}$. *Resp.:* 0

3 *Use o Teorema de Green para calcular $\int_C \overrightarrow{F} \cdot d\overrightarrow{r}$, onde C é o arco da curva $y = \sin(x)$ de $(0,0)$ a $(\pi,0)$ e o segmento de reta de $(\pi,0)$ até $(0,0)$ e o campo $\overrightarrow{F}$ é dado por $\overrightarrow{F}(x,y) = (\sqrt{x} + y^3, x^2 + \sqrt{y})$,* *Resp.:* $\frac{4}{3} - 2\pi$

4 *Use o Teorema de Green para calcular a integral de linha $\int_C \sin(y)dx + x\cos(y)dy$, ao longo da elipse, $x^2 + xy + y^2 = 1$ com orientação positiva,* *Resp.:* 0

5 *Calcule* $\int_C \frac{-y}{x^2+y^2}dx + \frac{x}{x^2+y^2}dy$ *onde C é a curva*



Resp.: 2π

6 *Calcule a área da região R delimitada pela cardioide $\gamma(t) = (x(t), y(t))$, em que $x(t) = 2\cos(t) - \cos(2t)$ e $y(t) = 2\sin(t) - \sin(2t)$, $t \in [0, 2\pi]$.* *Resp.:* 6π

7 *Determine o trabalho realizado pelo campo $\overrightarrow{F}(x,y) = x\overrightarrow{i} + (x3 + 3xy2)\overrightarrow{j}$ em uma partícula que inicialmente está no ponto $(-2,0)$, se move ao longo do eixo X para $(2,0)$ e então se move ao longo da semicircunferência $y = \sqrt{4-x^2}$ até o ponto inicial.*

8 *Calcule* $\int_C 2xydx + \sqrt{1+y^4}dy$. *$C$ é o triângulo de vértices $(0,0)$, $(0,1)$ e $(3,1)$ orientado no sentido negativo.*