Universidade Federal da Paraíba - UFPB
Centro de Ciências Exatas e da Natureza - CCEN
Departamento de Matemática - DM

4^a Lista de Exercícios de Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Professor: Fágner Dias Araruna

Assunto: Cônicas

1. Determine a equação da circunferência, sabendo-se que um de seus diâmetros é o segmento de extremos $A = (1, 3)$ e $B = (5, -3)$.(resp. $(x-3)^2 + y^2 = 13$)

2. Determine a equação do lugar geométrico dos pontos situados a uma distância 6 do ponto $(-2, 7)$.(resp. $(x+2)^2 + (y-7)^2 = 36$)

3. Determine a equação da circunferência que tem centro no eixo dos x e na qual uma corda tem por extremos os pontos $A = (1, 7)$ e $B = (7, 3)$. (resp. $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + y^2 = \frac{442}{9}$)

4. Determine a equação da circunferência concêntrica à circunferência $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 29 = 0$ e que passa pelo ponto $P = (5, 8)$. (resp. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 25$)

5. Ache a equação da circunferência que passa pelos pontos $P = (0, 1)$, $M = (1, 2)$ e $N = (1, 8)$. (resp. $(x+3)^2 + (y-5)^2 = 25$)

6. Demonstre que a equação da circunferência que tem como diâmetro o segmento de extremos $A = (x_1, y_1)$ e $B = (x_2, y_2)$ é $(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$.

7. Determine p para que o ponto $P_0 = (p, -3)$ seja, respectivamente, exterior, pertencente e interior à circunferência $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 29$. (resp. Exterior para $p < -1$ ou $p > 3$. Pertencente para $p = -1$ ou $p = 3$. Interior para $-1 < p < 3$)

8. Determine o centro, a excentricidade e o parâmentro da elipse $x^2 + 4y^2 - 4x - 32y + 32 = 0$.

9. Determine os pontos da elipse $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$, cujos raios vetores são perpendiculares. (resp. $\left(\pm\frac{b^2}{c}, \pm\frac{a}{c}\sqrt{2c^2 - a^2}\right)$)

10. O eixo maior de uma elipse é o diâmetro da circunferência $x^2 + y^2 - 10x + 8y - 59 = 0$. Determine a equação da elipse concêntrica a esta circunferência e de excentricidade $\frac{4}{5}$. (resp. $\frac{(x-5)^2}{100} + \frac{(y+4)^2}{36} = 1$ ou $\frac{(x-5)^2}{36} + \frac{(y+4)^2}{100} = 1$)

11. A equação de uma família de elipses é $8x^2 + 9y^2 + mx + ny + 65 = 0$. Ache a equação da elipse da família que passa pelos pontos $M = (7, 1)$ e $N = (-1, 1)$.

12. Um ponto $P = (x, y)$ move-se de modo tal que sua distância à reta $r : x - 5 = 0$ seja sempre igual ao dobro de sua distância ao ponto $P_1 = (2, 0)$. Ache a equação do lugar geométrico de P.

13. Determine a equação da elipse e sua excentricidade sendo seus focos os pontos $F_1 = (3, 2)$ e $F_2 = (3, 8)$ e medindo 8 seu eixo menor. (resp. $\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{(y-5)^2}{25} = 1$ e $e = \frac{3}{5}$)

14. Determine as coordenadas do centro e dos vértices da hipérbole $x^2 - 3y^2 - 4x + 6y - 5 = 0$. (resp. $C = (2, 1)$ e $A = \left(2 \pm \sqrt{6}, 1\right)$)

15. Os focos de uma hipérbole são $F_1 = (6, 2)$ e $F_2 = (6, 12)$ e o comprimento de seu eixo imaginário é 6. Determine as equação da hipérbole. (resp. $-\frac{(x-6)^2}{9} + \frac{(y-7)^2}{16} = 1$)

16. Determine a equação da parábola de vértice V e da sua diretriz nos seguintes casos:
    (a) $V = (0, 0)$, eixo de simetria horizontal e passa pelo ponto $(2, 4)$; (resp. $y^2 = 4x$ e $r : x = -1$)
    (b) $V = (0, 0)$, eixo de simetria horizontal e foco $F = (-4, 0)$; (resp. $y^2 = -8x$ e $r : x = 2$)
    (c) $V = (0, 0)$, eixo de simetria vertical e passa pelo ponto $(-2, 4)$; (resp. $x^2 = -y$ e $r : y = \frac{1}{4}$)
    (d) $V = (3, 2)$, eixo de simetria vertical e foco $F = (3, 6)$. (resp. $(x-3)^2 = 16(y-2)$ e $r : y + 2 = 0$)

17. Determine a equação da parábola de vértice $(6, -2)$, cujo eixo é $y + 2 = 0$ e que passa pelo ponto $(8, 2)$. (resp. $(y+2)^2 = 8(x-6)$)

18. Uma parábola tem o eixo de simetria vertical e passa pelos pontos $(-2, 0)$, $(6, 0)$ e $(2, -4)$. Determine sua equação. (resp. $(x-2)^2 = 4(y+4)$)

19. Determine a cônica de equação:
    (a) $4x^2 + 24xy - 3y^2 - 312 = 0$.
    (b) $9x^2 - 24xy + 16y^2 - 40x - 30y = 0$. (resp. parábola $y'^2 - 2x' = 0$)
    (c) $x^2 - 2xy + 4y^2 - 3y = 0$. (resp. Elipse)
    (d) $x^2 + y^2 - 10x + 2y + 27 = 0$.
    (e) $25x^2 - 4y^2 - 50x - 32y - 139 = 0$.

20. Determine os pontos em que a reta $x + y - 5 = 0$ intercepta a elipse $3x^2 + 7y^2 - 115 = 0$. (resp. $(6, -1)$ e $(1, 4)$)

21. Determine a equação da elipse de excentricidade $\frac{\sqrt{2}}{2}$, cujos focos são os pontos da reta $r : y + 6 = 0$ e sendo $B_1 = (3, -1)$ um dos extremos de seu eixo menor. (resp. $\frac{(x-3)^2}{50} + \frac{(y+6)^2}{25} = 1$)

22. Determine as coordenadas dos focos e dos vértices da hipérbole $xy = 32$.

23. Determine a excentricidade da hipérbole $16x^2 - 9y^2 - 224x + 144y + 352 = 0$. (resp. $e = \frac{5}{4}$)

24. Determine a equação da parábola cuja diretriz é a reta $x+y+1=0$ e cujo foco é o ponto $F=(-1,2)$. (sug. use a definição de parábola) (resp. $x^2-2xy+y^2-2x-10y+9=0$)

25. Determine o lugar geométrico dos pontos do plano que são equidistantes da circunferência $(x-5)^2+y^2=9$ e da reta $x=-2$.

26. Determine o vértice, o foco e a diretriz da parábola $y=ax^2+bx+c$.