Universidade Federal da Paraíba - UFPB
Centro de Ciências Exatas e da Natureza - CCEN
Departamento de Matemática - DM

3^a Lista de Exercícios de Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Professor: Fágner Dias Araruna

Assunto: Retas e Planos

1. Verifique a posição da reta $r_1 : [P_1 = (-1, 2, 5)\,,\ \overrightarrow{v} = (2, 1, -3)]$ em relação à $r_2 : \dfrac{x-3}{-2} = \dfrac{y-4}{2} = \dfrac{z+1}{4}$. (resp. Concorrentes com interseção $P = (3, 4, -1)$)

2. Determine as equações simétricas da reta que passa pelo baricentro do triângulo de vértices $A = (3, 4, -1)$, $B = (1, 1, 0)$ e $C = (2, 4, 3)$ e é paralela à reta suporte do lado AB do triângulo. (sug. As coordenadas do baricentro G são dadas por $x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3}$, $y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3}$ e $z_G = \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3}$) (resp. $\dfrac{x-2}{-2} = \dfrac{y-3}{-3} = \dfrac{z-1}{1}$)

3. Escreva a equação vetorial da bissetriz do ângulo $\widehat{ABC}$ com $A = (5, 5, 7)$, $B = (4, 3, 5)$ e $C = (0, 5, 9)$.

4. Determine as equações simétricas da reta que passa pelo ponto $M = (2, 1, -1)$ e é perpendicular à reta r_1 de equação vetorial $P = (2, 0, 0) + m\,(3, 1, -1)$. (resp. $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-1}{-3} = \dfrac{z+1}{3}$)

5. Determine as equações vetorial e paramétricas da reta que passa por $P_1 = (2, 3, 1)$ e que forma com os eixos Ox, Oy e Oz ângulos de 60^0, 60^0 e 135^0, respectivamente. (sug. Considere o vetor diretor da reta $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{u}$ um vetor unitário, então suas coordenadas são os cossenos diretores de $\overrightarrow{u}$) (resp. $x = 2 + \dfrac{1}{2}m$, $y = 3 + \dfrac{1}{2}m$ e $z = 1 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}m$)

6. Escreva as equações paramétricas da reta que passa pela origem dos eixos e é paralela à reta $x = 2 - 3m$, $y = 1$ e $z = -1 + 2m$. (resp. $x = -3m$, $y = 0$ e $z = 2m$)

7. Escreva as equações simétrica e paramétricas da reta do feixe de centro $A = (5, -3, 2)$ e paralela ao eixo Oz. (resp. $x = 5$, $y = -3$ e $z = 2 + m$)

8. Determine o ponto O' simétrico da origem O dos eixos em relação à reta $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-4}{-2}$. (resp. $O' = \left(\dfrac{1}{3}, \dfrac{5}{3}, \dfrac{2}{3}\right)$).

9. Determine as equações da reta r que passa por $P_1 = (1, -2, 3)$ e intercepta a reta $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+1}{1}$ e cujo vetor diretor é ortogonal ao vetor $\overrightarrow{v}_1 = (1, -3, 1)$. (resp. $P = (1, -2, 3) + m\,(17, 9, 10)$)

10. Decomponha o vetor $\overrightarrow{v} = (2,6,10)$ em dois vetores $\overrightarrow{v}_1$, paralelo a r, e $\overrightarrow{v}_2$, perpendicular à reta r, sendo r dada por $P = (2,-1,5) + m(-1,4,2)$. (resp. $\overrightarrow{v}_1 = (-2,8,4)$ e $\overrightarrow{v}_2 = (4,-2,6)$).

11. Determine os cossenos diretores da reta definida pelos pontos $A = (3,-3,2)$ e $B = (4,-1,0)$. (resp. $\cos\alpha = \frac{1}{3}$, $\cos\beta = \frac{2}{3}$ e $\cos\gamma = -\frac{2}{3}$)

12. Dados os pontos médios $M_1 = (2,3,1)$, $M_2 = (5,3,-1)$ e $M_3 = (3,-4,0)$ dos lados do triângulo ABC, determine as equações paramétricas do lado deste triângulo, cujo ponto médio é o ponto M_1. (resp. $x = 2+2m$, $y = 1+7m$ e $z = 3-m$)

13. Determine a equação da reta que passa pelo ponto $P = (-1,-2)$ e forma com os eixos coordenados um triângulo de área 4 u.a. ($2x + y + 4 = 0$)

14. Determine os ângulos que o plano $Ax + By + Cz + D = 0$ determina com os planos coordenados.

15. Determine a equação do plano que passa pelos pontos $P_1 = (3,4,0)$, $P_2 = (4,2,0)$ e é inclinado de 60^0 sobre o plano xOy. (resp. $6x + 3y \mp \sqrt{15}z - 30 = 0$)

16. Determine os ângulos que a reta interseção dos planos $\pi_1 : 2x + 3y - 2z - 1 = 0$ e $\pi_2 : 2x + 4y - 3z + 5 = 0$ forma com os eixos cartesianos.

17. Ache a equação do plano determinado pelo ponto $P_1 = (3,-1,2)$ e a reta $r : (0,-1,4) + m\overrightarrow{u}$, sendo o vetor $\overrightarrow{u} = (f,g,h)$ paralelo a $\overrightarrow{w} = (4,3,-1)$ e $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 6$, sendo $\overrightarrow{v} = (3,-1,3)$. (resp. $6x - 5y + 9z - 41 = 0$)

18. Determine a equação do plano que passa pelo ponto $P_1 = (3,-1,2)$ e é paralelo às retas $\frac{x-3}{4} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{3}$ e $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{5}$. (resp. $x - 14y + 8z - 33 = 0$)

19. Dê a posição do plano $5x + 3y + 13z - 1 = 0$ em relação ao plano $3x + 8y - 3z + 8 = 0$.

20. Determine a distância do ponto $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$, interseção dos planos $\pi_1 : 2x + 4y - 5z - 15 = 0$, $\pi_2 : x - y + 2z + 3 = 0$ e $\pi_3 : x + y + z - 2 = 0$, à reta $r : \frac{x}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$. (resp. $\frac{\sqrt{739}}{7}$)

21. O pé da projeção ortogonal da origem dos eixos coordenados sobre um plano $\pi né$ o ponto $O_1 = (-2,3,6)$. Determine a equação do plano. (resp. $2x - 3y - 6z + 49 = 0$)

22. Determine a equação geral do plano que passa pela reta $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$ e é paralelo à reta $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{4}$. (resp. $3x - 2y - 2z - 1 = 0$)

23. Dê o ponto P' simétrico de $P = (1,6,-1)$ em relação ao plano $\pi : 2x - 6y + 4z - 18 = 0$. (resp. $P' = (5,-6,7)$)

24. Determine a, b e c para que os planos $\pi_1 : 2ax - y + 4z + 2 = 0$ e $\pi_2 : 4x + by + 8z + c = 0$ sejam coincidentes. (resp. $a = 1$, $b = -2$ e $c = 4$)

25. Determine a para que os planos $\pi_1 : 2x - 3y - az + 5 = 0$ e $\pi_2 : 4x + ay + 5z - 3 = 0$ sejam perpendiculares. (resp. $a = 1$)