

20/09/2011 – UFPB – CCEN – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CÁLCULO VETORIAL E GEOMETRIA ANALÍTICA

Aluno : _____ Matrícula: _____

PRIMEIRA PROVA (MANHÃ)

- (1,0) Seja ABCD um quadrilátero qualquer, e sejam M e N os pontos médios das diagonais AC e BD desse quadrilátero. Mostre que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{MN}$. (Faça a figura)
- (2,0) Sejam \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} três vetores tais que $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$, $(\vec{a}, \vec{c}) = 60^\circ$ e $(\vec{b}, \vec{c}) = 60^\circ$. Sabendo que $\|\vec{a}\| = 10$, $\|\vec{b}\| = 5$ e $\|\vec{c}\| = 8$, calcule o valor da expressão $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{c})$.
- (2,0) Sejam $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ e $\vec{c} = 5\vec{i} - \vec{j} - 4\vec{k}$.
 - Mostre que $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ é uma base ortogonal.
 - Escreva o vetor $\vec{v} = 10\vec{i} - 8\vec{j} + 4\vec{k}$ como combinação linear dos vetores \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} .
- (3,0) Considere os pontos $A = (1, 2, -1)$, $B = (2, 4, 1)$ e $C = (12, 0, 0)$.
 - Mostre que A, B e C são vértices de um triângulo retângulo.
 - Calcule a área do triângulo ABC.
 - Encontre o ponto D tal que o quadrilátero ABCD seja um retângulo.
- (3,0) Dados os vetores $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ e $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$,
 - Encontre um vetor não nulo \vec{c} que seja perpendicular aos vetores \vec{a} e \vec{b} .
 - Encontre um vetor não nulo \vec{d} que seja perpendicular aos vetores \vec{a} e \vec{c} .
 - Escreva o vetor \vec{d} como combinação linear dos vetores \vec{a} e \vec{b} .

20/09/2011 – UFPB – CCEN – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CÁLCULO VETORIAL E GEOMETRIA ANALÍTICA

Aluno : _____ Matrícula: _____

PRIMEIRA PROVA (TARDE)

1. (1,0) Seja ABC um triângulo qualquer e seja D o ponto do segmento AB tal que $\overrightarrow{DB} = 5\overrightarrow{AD}$.
Mostre que $\overrightarrow{CD} = \frac{5}{6}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{6}\overrightarrow{CB}$. (Faça a figura)

2. (2,0) Sejam \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} três vetores tais que $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$, $(\vec{a}, \vec{c}) = 60^\circ$ e $(\vec{b}, \vec{c}) = 90^\circ$. Sabendo que $\|\vec{a}\| = 10$, $\|\vec{b}\| = 8$ e $\|\vec{c}\| = 5$, calcule o valor da expressão $(2\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{c})$.

3. (2,0) Sejam $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ e $\vec{c} = -4\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}$.

a) Mostre que $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ é uma base ortogonal.

b) Escreva o vetor $\vec{v} = 4\vec{i} + 10\vec{j} - 8\vec{k}$ como combinação linear dos vetores \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} .

4. (3,0) Considere os pontos $A = (1, 2, -1)$, $B = (2, 4, 1)$ e $C = (4, 2, 2)$.

a) Mostre que A, B e C são vértices de um triângulo retângulo.

b) Calcule a área do triângulo ABC .

c) Encontre o ponto D tal que o quadrilátero $ABCD$ seja um retângulo.

5. (3,0) Dados os vetores $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ e $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$,

a) Encontre um vetor não nulo \vec{c} que seja perpendicular aos vetores \vec{a} e \vec{b} .

b) Encontre um vetor não nulo \vec{d} que seja perpendicular aos vetores \vec{a} e \vec{c} .

c) Escreva o vetor \vec{d} como combinação linear dos vetores \vec{a} e \vec{b} .