Matemática Elementar

Teoria dos Números

(Alguns Exemplos e Definições)

Prof. Dr. Sérgio de Albuquerque Souza

Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Departamento de Matemática

16 de maio de 2023

Algoritmo da Divisão

Teorema: Algoritmo da Divisão

4 Dados $\boxed{a}$ e $\boxed{b}$ números inteiros com $b > 0$, existem **únicos** números inteiros q (quociente) e r (resto) tais que:

$$a = q \cdot b + r \Longleftrightarrow \begin{array}{l|l} a & b \\ \hline r & q \end{array}$$

com $0 \leq r < b$.

Exemplos: Usando o Algoritmo da Divisão

Se $\boxed{a = 15}$ e $\boxed{b = 5}$, então

$$\begin{array}{r|l} 15 & 5 \\ \cline{2-2} -15 & 3 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

logo temos $q = 3$ e $r = 0$, ou seja:

$$\boxed{15} = 3 \cdot \boxed{5} + 0$$

Exemplos: Usando o Algoritmo da Divisão

Se $\boxed{a = 13}$ e $\boxed{b = 15}$, então

$$\begin{array}{r|l} 13 & 15 \\ \cline{2-2} 0 & 0 \\ \hline 13 & \end{array}$$

logo temos $q = 0$ e $r = 13$, ou seja:

$$\boxed{13} = 0 \cdot \boxed{15} + 13$$

Exemplos: Usando o Algoritmo da Divisão

Se $\boxed{a = 15}$ e $\boxed{b = 13}$, então

$$\begin{array}{r|l} 15 & 13 \\ \cline{2-2} -13 & \color{blue}{1} \\ \cline{1-1} \color{red}{2} & \end{array}$$

logo temos $\color{blue}{q = 1}$ e $\color{red}{r = 2}$, ou seja:

$$\boxed{15} = \color{blue}{1} \cdot \boxed{13} + \color{red}{2}$$

Exemplos: Usando o Algoritmo da Divisão

Se $\boxed{a = 212}$ e $\boxed{b = 14}$, então

$$\begin{array}{r|l} 212 & 14 \\ \cline{2-2} -210 & {\color{blue}15} \\ \hline {\color{red}2} & \end{array}$$

logo temos ${\color{blue}q = 15}$ e ${\color{red}r = 2}$, ou seja:

$$\boxed{212} = {\color{blue}15} \cdot \boxed{14} + {\color{red}2}$$

Exemplos: Usando o Algoritmo da Divisão

Se $\boxed{a = 423}$ e $\boxed{b = 105}$, então

$$\begin{array}{r|l} 423 & 105 \\ \cline{2-2} -420 & 4 \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

logo temos $q = 4$ e $r = 3$, ou seja:

$$\boxed{423} = 4 \cdot \boxed{105} + 3$$

Algoritmo da Divisão Geral

Teorema: Algoritmo da Divisão (Geral)

Dados $\boxed{a}$ e $\boxed{b}$ números inteiros com $b \neq 0$, existem **únicos** números inteiros q (quociente) e r (resto) tais que:

$$a = q \cdot b + r$$

com $0 \leq r < |b|$.

Exemplos: Usando o Algoritmo da Divisão

Se $\boxed{a = -15}$ e $\boxed{b = 13}$ e como:

$$\begin{aligned}
\boxed{15} &= 1 \cdot \boxed{13} + 2 \\
\boxed{-15} &= -1 \cdot \boxed{13} - 2 \\
\boxed{-15} &= (-1 \cdot \boxed{13} - 13) + (13 - 2) \\
\boxed{-15} &= -2 \cdot \boxed{13} + 11
\end{aligned}$$

logo $q = -2$ e $r = 11$.

Exemplos: Usando o Algoritmo da Divisão

Se $\boxed{a = -15}$ e $\boxed{b = -13}$ e como:

$$\boxed{15} = 1 \cdot \boxed{13} + 2$$
$$\boxed{-15} = -1 \cdot \boxed{13} - 2$$
$$\boxed{-15} = (-1 \cdot \boxed{13} - 13) + (13 - 2)$$
$$\boxed{-15} = 2 \cdot \boxed{-13} + 11$$

logo $q = 2$ e $r = 11$.

Definição: a divide b

Definição

Sejam $\boxed{a}$ e $\boxed{b}$ números inteiros com $a \neq 0$, dizemos que a **divide** b se existir $q \in \mathbb{Z}$, tal que:

$$\boxed{b = q \cdot a}$$

Simbolicamente escrevemos $\boxed{a \mid b}$, caso contrário, dizemos que a **não divide** b e em símbolos $\boxed{a \nmid b}$. [a]

[a] O número b é chamado de **múltiplo** de a e a é **divisor** de b.

a divide b

Notação

$\boxed{a \mid b}$ pode ser expressa das seguintes maneiras:

- a divide b;
- a é um fator de b;
- a é um divisor de b;
- b é um multiplo de a.

Notação

$$D(n) = \{\text{divisores de } n\} = \{d \in \mathbb{Z} : d \mid n\} \text{ e}$$
$$M(n) = \{\text{múltiplos de } n\} = n\mathbb{Z} = \{m \in \mathbb{Z} : n \mid m\}.$$

Exemplos

- $2 \mid 42$, pois $42 = 21 \cdot 2 + 0 \Rightarrow \boxed{42 = 21 \cdot 2}$
- $2 \nmid 43$, pois $43 = 21 \cdot 2 + 1$
- $5 \mid 35$, pois $35 = 7 \cdot 5 + 0 \Rightarrow \boxed{35 = 7 \cdot 5}$
- $5 \nmid 13$, pois $13 = 2 \cdot 5 + 3$

Exemplos

- $3 \mid 12$, pois $12 = 4 \cdot (3) + 0 \Rightarrow \boxed{12 = 4 \cdot (3)}$
- $-3 \mid 12$, pois $12 = -4 \cdot -3 + 0 \Rightarrow \boxed{12 = -4 \cdot -3}$
- $3 \mid -12$, pois $-12 = -4 \cdot (3) + 0 \Rightarrow \boxed{-12 = -4 \cdot (3)}$
- $-3 \mid -12$, pois $-12 = 4 \cdot (-3) + 0 \Rightarrow \boxed{-12 = 4 \cdot (-3)}$

Exemplos

- $5 \nmid 12$, pois $12 = 2 \cdot (5) + 2$
- $-7 \nmid 13$, pois $13 = -1 \cdot (-7) + 6$
- $6 \nmid -14$, pois $-14 = -3 \cdot 6 + 4$
- $-6 \nmid -15$, pois $-15 = 3 \cdot (-6) + 3$

Exemplos

- $D(32) = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm 16, \pm 32\}$
- $D(23) = \{\pm 1, \pm 23\}$
- $M(5) = \{0, \pm 5, \pm 10, \pm 15, \pm 20, \pm 25, \ldots\}$
- $M(7) = \{0, \pm 7, \pm 14, \pm 21, \pm 28, \pm 35, \ldots\}$

Par e Ímpar

Definição

Um número $a \in \mathbb{Z}$ é **par** se $2 \mid a$ e é **ímpar** se $2 \nmid a$.

- $2 \mid 8$, pois $8 = 4 \cdot (2) + 0 \Rightarrow \boxed{8 \text{ é par}}$
- $2 \mid -12$, pois $-12 = -6 \cdot (2) + 0 \Rightarrow \boxed{-12 \text{ é par}}$
- $2 \nmid 5$, pois $5 = 2 \cdot (2) + 1 \Rightarrow \boxed{5 \text{ é ímpar}}$

Representação dos Números em Diferentes Bases

Teorema

Seja um número natural $b > 1$ (base). Então para todo número $a \in \mathbb{N}$ pode ser expresso de uma **única** maneira como

$$\boxed{a = a_n b^n + a_{n-1} b^{n-1} + \cdots + a_1 b + a_0}$$

com $n \in \mathbb{N}$, $a_i \in \{0, 1, 2, \ldots, b\}$ e $i \leq n$.

Exemplos: Base 10

Seja $a = 2347$ e a base $b = 10$. Temos usando o algoritmo da divisão sucessivas vezes, que:

$$\begin{aligned} \boxed{2347} &= 234 \times 10 + \mathbf{7} \\ 234 &= 23 \times 10 + \mathbf{4} \\ 23 &= 2 \times 10 + \mathbf{3} \\ 2 &= 0 \times 10 + \mathbf{2} \end{aligned}$$

Logo: $2347 = \mathbf{2} \times 10^3 + \mathbf{3} \times 10^2 + \mathbf{4} \times 10 + \mathbf{7} = (2347)_{10}$

Exemplos: Base 7

Seja $a = 2347$ e a base $b = 7$. Temos usando o algoritmo da divisão sucessivas vezes, que:

$$
\begin{aligned}
\boxed{2347} &= 335 \times 7 + \mathbf{2} \\
335 &= 47 \times 7 + \mathbf{6} \\
47 &= 6 \times 7 + \mathbf{5} \\
6 &= 0 \times 7 + \mathbf{6}
\end{aligned}
$$

Logo: $2347 = \mathbf{6} \times 7^3 + \mathbf{5} \times 7^2 + \mathbf{6} \times 7 + \mathbf{2} = (\mathbf{6562})_7$

Exemplos: Base 11

Seja $a = 2347$ e a base $b = 11$. Temos usando o algoritmo da divisão sucessivas vezes, que:

$$\begin{aligned}
\boxed{2347} &= 213 \times 11 + \mathbf{4}\\
213 &= 19 \times 11 + \mathbf{4}\\
19 &= 1 \times 11 + \mathbf{8}\\
1 &= 0 \times 11 + \mathbf{1}
\end{aligned}$$

Logo: $2347 = \mathbf{1} \times 11^3 + \mathbf{8} \times 11^2 + \mathbf{4} \times 11 + \mathbf{4} = (\mathbf{1844})_{11}$

Exemplos: Base 2

Seja $a = 123$ e a base $b = 2$. Temos usando o algoritmo da divisão sucessivas vezes, que:

$$\begin{aligned}
\boxed{123} &= 61 \times 2 + \mathbf{1}\\
61 &= 30 \times 2 + \mathbf{1}\\
30 &= 15 \times 2 + \mathbf{0}\\
15 &= 7 \times 2 + \mathbf{1}\\
7 &= 3 \times 2 + \mathbf{1}\\
3 &= 1 \times 2 + \mathbf{1}\\
1 &= 0 \times 2 + \mathbf{1}
\end{aligned}$$

Logo: $123 = \mathbf{1} \times 2^6 + \mathbf{1} \times 2^5 + \mathbf{1} \times 2^4 + \mathbf{1} \times 2^3 + \mathbf{0} \times 2^2 + \mathbf{1} \times 2 + \mathbf{1} = (\mathbf{1111011})_2$

Divisor Comum

Definição

Dados os números inteiros a, b e d, se $d \mid a$ e $d \mid b$ dizemos que d é **divisor comum** de a e b.

Notação

O conjunto formado pelos divisores comuns de a e b é denotado por $D(a,b)$. Temos então:

$$D(a,b) = D(a) \cap D(b) = \{d : d \mid a \text{ e } d \mid b\}$$

Exemplos

- Para $\boxed{a = 42}$ e $\boxed{b = 98}$ temos que:

$$D(42) = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 7, \pm 14, \pm 21, \pm 42\}$$
$$D(98) = \{\pm 1, \pm 2, \pm 7, \pm 14, \pm 49, \pm 98\}$$

portanto

$$\begin{aligned} D(42, 98) &= D(42) \cap D(98) \\ &= \{\pm 1, \pm 2, \pm 7, \pm 14\} \end{aligned}$$

Exemplos

- Para $\boxed{a = 21}$ e $\boxed{b = 10}$ temos que:

$$D(21) = \{\pm 1, \pm 3, \pm 7, \pm 21\}$$
$$D(10) = \{\pm 1, \pm 2, \pm 5, \pm 10\}$$

portanto

$$\begin{aligned} D(21,10) &= D(21) \cap D(10) \\ &= \{\pm 1\} \end{aligned}$$

Exemplos

- Para $\boxed{a = 33}$, $\boxed{b = 44}$ e $\boxed{c = 55}$ temos que:

$$D(33) = \{\pm 1, \pm 3, \pm 11, \pm 33\}$$
$$D(44) = \{\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 11, \pm 22, \pm 44\}$$
$$D(55) = \{\pm 1, \pm 5, \pm 11, \pm 55\}$$

portanto

$$\begin{aligned} D(33, 44, 55) &= D(33) \cap D(44) \cap D(55) \\ &= \{\pm 1, \pm 11\} \end{aligned}$$

Máximo Divisor Comum

Definição

Dados $a, b \in \mathbb{Z}$, se $a \neq O$ ou $b \neq 0$, definimos como **máximo divisor comum** e denotamos por

$$\boxed{MDC(a,b)}$$

ao maior inteiro d que divida a e b. Definimos também que $MDC(0,0) = 0$.

Exemplos: MDC

- $MDC(13,12) = 1$, pois é o maior elemento de
$$D(13,12) = \{\pm 1\}$$
- $MDC(-24,36) = 12$, pois é o maior elemento de
$$D(-24,36) = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12\}$$
- $MDC(12,36,54) = 6$, pois é o maior elemento de
$$D(12,36,54) = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\}$$

Algumas Propriedades

- $MDC(a,b) = MDC(|a|,|b|)$
- $MDC(a,b) = MDC(b,a)$
- $0 < MDC(a,b) \leq \min\{|a|,|b|\}$
- $MDC(a,0) = |a|$

Identidade de Bézout

Teorema: Identidade de Bézout

Sejam $a, b \in \mathbb{Z}^*$ e $MDC(a,b) = d$. Então existem números inteiros m e n tal que:

$$m \cdot a + n \cdot b = d$$

Esses números são chamados de **coeficientes de Bézout**.

Algoritmo de Euclides

Lema

Sejam $a > b > 0$ e se $a = q \cdot b + r$ então

$$MDC(a,b) = MDC(b,r)$$

Exemplos

$MDC(58,39) = 1$, pois pelo o lema anterior, temos:

$$\begin{aligned}
MDC(58,39) &= MDC(\color{blue}{39}, \color{red}{19}) && \text{porque} && 58 = 1 \times \color{blue}{39} + \color{red}{19} && (1)\\
&= MDC(\color{blue}{19}, \color{red}{1}) && \text{porque} && 39 = 2 \times \color{blue}{19} + \color{red}{1} && (2)\\
&= MDC(\color{blue}{1}, \color{red}{0}) && \text{porque} && 19 = 19 \times \color{blue}{1} + \color{red}{0} &&\\
&= 1
\end{aligned}$$

Coeficientes de Bézout:

$$\color{red}{1} = \underbrace{-2 \times 19 + 39}_{(2)\Rightarrow \color{red}{1}} = -2 \times (\underbrace{58 - 1 \times 39}_{(1)\Rightarrow \color{red}{19}}) + 39 = (\color{blue}{-2}) \times 58 + (\color{blue}{3}) \times 39$$

Exemplos

$MDC(101,39) = 1$, pois pelo o lema anterior, temos:

$$
\begin{aligned}
MDC(101,39) &= MDC(39,23) & \text{porque} && 101 &= 2\times 39 + 23\\
&= MDC(23,16) & \text{porque} && 39 &= 1\times 23 + 16\\
&= MDC(16,7) & \text{porque} && 23 &= 1\times 16 + 7\\
&= MDC(7,2) & \text{porque} && 16 &= 2\times 7 + 2\\
&= MDC(2,1) & \text{porque} && 7 &= 3\times 2 + 1\\
&= MDC(1,0) & \text{porque} && 2 &= 2\times 1 + 0\\
&= 1
\end{aligned}
$$

Exemplos

$MDC(5560,3535)=5$, pois pelo o lema anterior, temos:

$$
\begin{aligned}
MDC(5560,3535) &= MDC(3535,2025) && \text{porque} && 5560 = 1\times 3535 + 2025\\
&= MDC(2025,1510) && \text{porque} && 3535 = 1\times 2025 + 1510\\
&= MDC(1510,515) && \text{porque} && 2025 = 1\times 1510 + 515\\
&= MDC(515,480) && \text{porque} && 1510 = 2\times 515 + 480\\
&= MDC(480,35) && \text{porque} && 515 = 1\times 480 + 35\\
&= MDC(35,25) && \text{porque} && 480 = 13\times 35 + 25\\
&= MDC(25,10) && \text{porque} && 35 = 1\times 25 + 10\\
&= MDC(10,5) && \text{porque} && 25 = 2\times 10 + 5\\
&= MDC(5,0) && \text{porque} && 10 = 2\times 5 + 0\\
&= 5
\end{aligned}
$$

Números Primos

Definição:

Um número inteiro p é dito **primo** se possui exatamente quatro divisores que são ± 1 e $\pm p$. Um inteiro n é dito composto se n não é primo.

Exemplos

- 3 é **primo** pois $D(3) = \{\pm 1, \pm 3\}$
- 151 é **primo** pois $D(151) = \{\pm 1, \pm 151\}$
- 15 **não é primo** pois
$$D(15) = \{\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 15\}$$
- 111 **não é primo** pois
$$D(111) = \{\pm 1, \pm 3, \pm 37, \pm 111\}$$

Alguns Primos

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 521, 523, 541, 547, 557, 563, 569, 571, 577, 587, 593, 599, 601, 607, 613, 617, 619, 631, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 673, 677, 683, 691, 701, 709, 719, 727, 733, 739, 743, 751, 757, 761, 769, 773, 787, 797, 809, 811, 821, 823, 827, 829, 839, 853, 857, 859, 863, 877, 881, 883, 887, 907, 911, 919, 929, 937, 941, 947, 953, 967, 971, 977, 983, 991, 997, 1009, 1013, 1019, 1021, 1031, 1033, 1039, 1049, 1051, 1061, 1063, 1069, 1087, 1091, 1093, 1097, 1103, 1109, 1117, 1123, 1129, 1151, 1153, 1163, 1171, 1181, 1187, 1193, 1201, 1213, 1217, 1223, 1229, 1231, 1237, 1249, 1259, 1277, 1279, 1283, 1289, 1291, 1297, 1301, 1303, 1307, 1319, 1321, ...

Teorema Fundamental da Aritmética (TFA)

Teorema: Fundamental da Aritmética

Todo número inteiro $a \in \mathbb{Z} - \{-1, 0, 1\}$ pode ser escrito, de forma **única**,a menos da ordem dos fatores, como:

$$\boxed{a = u \times p_1 \times p_2 \times \cdots \times p_n}$$

onde $p_1, p_2, \ldots, p_n$ são números primos e $u = |a|/a = \pm 1$.

Exemplos

$$\boxed{441 = 3^2 \cdot 7^2} \quad \boxed{1650 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11} \quad \boxed{-900 = -2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}$$

$$\begin{array}{r|l} 441 & 3 \\ 147 & 3 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1650 & 2 \\ 825 & 3 \\ 275 & 5 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 900 & 2 \\ 450 & 2 \\ 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Exemplos

Usando a decomposição em fatores primos, temos que:

- O $MDC(1650, 900) = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 150$, pois

$$\boxed{1650 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11} \quad \text{e} \quad \boxed{900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}$$

- O $MDC(600, 252) = 2^2 \cdot 3 = 12$, pois

$$\boxed{600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2} \quad \text{e} \quad \boxed{252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7}$$

Definição

Definição: Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

Dados os inteiros a e b, o conjunto dos múltiplos positivos em comum de a e b $M(a,b) = M(a) \cap M(b) \cap \mathbb{N}$ é não vazio, pois $|a \cdot b| \in M(a,b)$. Pelo axioma da boa ordenação, $M(a,b)$ possui um menor elemento m, chamado de **mínimo múltiplo comum** de a e b, sendo denotado por

$$\boxed{MMC(a,b)} = m$$

Exemplos

- Para $\boxed{a = 6}$ e $\boxed{b = 9}$ temos que:

$$M(6) = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, \ldots\}$$
$$M(9) = \{9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, \ldots\}$$
$$M(6,9) = M(6) \cap M(9) \cap \mathbb{N} = \{18, 36, 54, \ldots\}$$

portanto

$$\boxed{MDC(6,9) = 18}$$

Exemplos

- Para $\boxed{a=6}$, $\boxed{b=9}$ e $\boxed{c=12}$ temos que:

$$M(6)=\{6,12,18,24,30,36,42,48,54,\ldots\}$$
$$M(9)=\{9,18,27,36,45,54,63,72,81,\ldots\}$$
$$M(12)=\{12,24,36,48,60,72,84,96,108,\ldots\}$$
$$M(6,9)=M(6)\cap M(9)\cap M(12)\cap\mathbb{N}=\{36,72,108,\ldots\}$$

portanto

$$\boxed{MMC(6,9,12)=36}$$

Proposição

Proposição

Sejam a e b dois inteiros positivos. Então,

$$\boxed{MMC(a,b) \cdot MDC(a,b) = a \cdot b}$$

Exemplos: Via Proposição

- Como $MDC(6,9) = 3$, temos:

$$MMC(6,9) \cdot MDC(6,9) = 6 \cdot 9 \Longrightarrow MMC(6,9) = \frac{54}{3} = 18$$

- Como $MDC(5560,3535) = 5$, temos:

$$MMC(5560,3535) \cdot MDC(5560,3535) = 5560 \cdot 3535$$

$$\Longrightarrow MMC(5560,3535) = \frac{19654600}{5} = 3930920$$

Exemplos: Via Decomposição em Fatores Primos

- $MMC(1650, 900) = \ 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 11 = 9900$, pois:

$\boxed{1650 = \ 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 11}$ e $\boxed{900 = \ 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}$

- $MMC(600, 252) = \ 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 = 12600$, pois:

$\boxed{600 = \ 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2}$ e $\boxed{252 = \ 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7}$

Exemplos: Via Decomposição em Fatores Primos

- $MMC(18,24,66) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11 = 792$, pois:

$$\boxed{18 = 2 \cdot 3^2} \quad \text{e} \quad \boxed{24 = 2^3 \cdot 3} \quad \text{e} \quad \boxed{66 = 2 \cdot 3 \cdot 11}$$

- $MMC(119,228,616) = 2^3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 17 \cdot 19 = 596904$, pois:

$$\boxed{119 = 7 \cdot 17} \quad \text{e} \quad \boxed{228 = 2^2 \cdot 3 \cdot 19} \quad \text{e} \quad \boxed{616 = 2^3 \cdot 7 \cdot 11}$$

Exemplos: Via Decomposição Simultânea de Fatores Primos

- $MMC(1650, 900) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 11 = 9900$, pois:

$$
\begin{array}{cc|c}
1650 & 900 & 2 \\
825 & 450 & 2 \\
825 & 225 & 3 \\
275 & 75 & 3 \\
275 & 25 & 5 \\
55 & 5 & 5 \\
11 & 1 & 11 \\
1 & 1 &
\end{array}
$$

Exemplos: Via Decomposição Simultânea de Fatores Primos

- $MMC(600, 252) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 = 12600$, pois:

$$\begin{array}{cc|c} 600 & 252 & 2 \\ 300 & 126 & 2 \\ 150 & 63 & 2 \\ 75 & 63 & 3 \\ 25 & 21 & 3 \\ 25 & 7 & 5 \\ 5 & 7 & 5 \\ 1 & 7 & 7 \\ 1 & 1 & \end{array}$$

Exemplos: Via Decomposição Simultânea de Fatores Primos

- $MMC(18,24,66) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11 = 792$, pois:

$$\begin{array}{ccc|c} 18 & 24 & 66 & 2 \\ 9 & 12 & 33 & 2 \\ 9 & 6 & 33 & 2 \\ 9 & 3 & 33 & 3 \\ 3 & 1 & 11 & 3 \\ 1 & 1 & 11 & 11 \\ 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

Exemplos: Via Decomposição Simultânea de Fatores Primos

- $MMC(119, 228, 616) = 2^3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 17 \cdot 19 = 596904$, pois:

$$\begin{array}{ccc|c}
119 & 228 & 616 & 2 \\
119 & 114 & 308 & 2 \\
119 & 57 & 154 & 2 \\
119 & 57 & 77 & 3 \\
119 & 19 & 77 & 7 \\
17 & 19 & 11 & 11 \\
17 & 19 & 1 & 17 \\
1 & 19 & 1 & 19 \\
1 & 1 & 1 &
\end{array}$$

Dúvidas!!!

Prof. Sérgio

e-mails:

sergio.souza@academico.ufpb.br

sergio@mat.ufpb.br

Página do Professor:

mat.ufpb.br/sergio

Apresentação utilizando o Beamer/LaTeX