Provas de Matemática Elementar - EAD

Período 2012.2

Sérgio de Albuquerque Souza

4 de setembro de 2014

1ª Prova — Matemática Elementar

Prof.: *Sérgio* Data: *29/Set/2012* Turno: *Virtual*
Curso: Nome:

Período: *12.2* Pólo: Matrícula:

1ª Questão Assinale as alternativas abaixo, com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO, **justificando cada resposta dada**, considerando os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $B = \{6, 7, 8\}$, $C = \emptyset$ (conjunto vazio) e $D = \{A, B, C\}$.

a) ( ) A não é subconjunto de D

b) ( ) $n(A \times B) = 12$

c) ( ) $C \subset D$

d) ( ) O número de elementos de P(A)=16

e) ( ) $2 \in D$

f) ( ) $\{2, B\} \subset A \cup B \cup D$

2ª Questão Considere a família $I_n = \left[0, 1 + \dfrac{1}{n}\right]$ de intervalos fechados, onde $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$. Determine os conjuntos $\displaystyle\bigcap_{n=1}^{\infty} I_n$ e $\displaystyle\bigcup_{n=1}^{\infty} I_n$.

3ª Questão Considere $G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ e $\sim$ a relação de equivalência definida por: $a \sim b \Leftrightarrow a - b$ é múltiplo de 2. Quais são os elementos do conjunto quociente $G/\!\sim$?

4ª Questão Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = (x + 1)^2$ e $\sim$ uma relação de equivalência em $\mathbb{R}$ definida por: $x \sim y \Leftrightarrow f(x) = f(y)$. Determine as classes de equivalência $\overline{0}$ e $\overline{1}$.

5ª Questão Em um conjunto parcialmente ordenado $(X, \leq)$, dizemos que $x \in X$ é o maior elemento de X se, para todo $y \in X$, tivermos $y \leq x$. Dizemos que $b \in X$ é um elemento maximal de X se não existir $y \in X$ tal que $y > b$. De forma análoga definimos menor elemento e elemento minimal de $(X, \leq)$.

No conjunto $H = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ considere a relação de ordem parcial $\leq$ induzida pelo diagrama de Hasse abaixo e assinale as alternativas com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO.

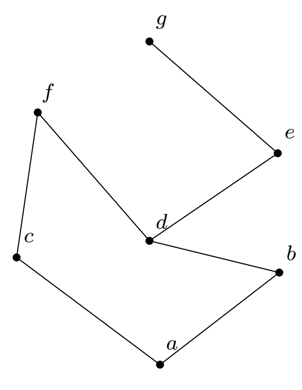
a) ( ) Os elementos d e e não são comparáveis.

b) ( ) O a é o elemento minimal de H.

c) ( ) O g é o elemento maximal de H.

d) ( ) Os elementos d e a são comparáveis.

e) ( ) O subconjunto $S = \{a, b, d, e, g\}$ é totalmente ordenado.



1ª Prova — Matemática Elementar

Prof.: *Sérgio* Data: *29/Set/2012.* Turno: *Virtual*
Curso: Nome:

Período: *12.2* Pólo: Matrícula:

1ª Questão Assinale as alternativas abaixo, com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO, **justificando cada resposta dada**, considerando os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{6, 7, 8\}$, $C = \emptyset$ (conjunto vazio) e $D = \{A, B, C\}$.

a) ( ) A não é subconjunto de D

b) ( ) $n(A \times B) = 12$

c) ( ) $C \subset D$

d) ( ) O número de elementos de P(A)=16

e) ( ) $2 \in D$

f) ( ) $\{2, B\} \subset A \cup B \cup D$

2ª Questão Considere a família $I_n = \left(1, 1 + \dfrac{1}{n}\right)$ de intervalos abertos, onde $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$. Determine os conjuntos $\displaystyle\bigcap_{n=1}^{\infty} I_n$ e $\displaystyle\bigcup_{n=1}^{\infty} I_n$.

3ª Questão Considere $G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ e $\sim$ a relação de equivalência definida por: $a \sim b \Leftrightarrow a - b$ é múltiplo de 2. Quais são os elementos do conjunto quociente $G/\!\sim$?

4ª Questão Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = (x-1)^2$ e $\sim$ uma relação de equivalência em $\mathbb{R}$ definida por: $x \sim y \Leftrightarrow f(x) = f(y)$. Determine as classes de equivalência $\overline{0}$ e $\overline{1}$.

5ª Questão Em um conjunto parcialmente ordenado $(X, \leq)$, dizemos que $x \in X$ é o maior elemento de X se, para todo $y \in X$, tivermos $y \leq x$. Dizemos que $b \in X$ é um elemento maximal de X se não existir $y \in X$ tal que $y > b$. De forma análoga definimos menor elemento e elemento minimal de $(X, \leq)$.

No conjunto $H = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ considere a relação de ordem parcial $\leq$ induzida pelo diagrama de Hasse abaixo e assinale as alternativas com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO.

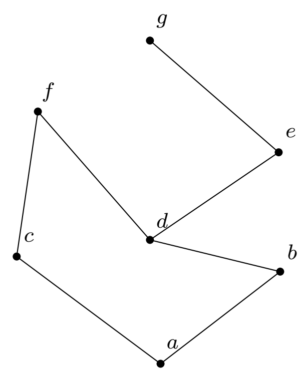
a) ( ) Os elementos d e g não são comparáveis.

b) ( ) O a é o elemento minimal de H.

c) ( ) O f é o elemento maximal de H.

d) ( ) Os elementos d e a não são comparáveis.

e) ( ) O subconjunto $S = \{a, b, c, d, e, g\}$ é totalmente ordenado.



Boa Sorte

2ª Prova — Matemática Elementar

Prof.: *Sérgio*	Data: *19/Nov/2012*	Turno: *Virtual*
Curso:	Nome:	
Período: *12.2*	Pólo:	Matrícula:

1ª Questão Use o princípio da indução para provar que, para todo número natural n, vale a igualdade:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2n} = 1 - \frac{1}{2^n}$$

2ª Questão Em relação à conjuntos enumeráveis, assinale as alternativas abaixo, com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO, **justificando/exemplificando cada resposta dada**.

a) ( ) Se A e B são conjuntos enumeráveis então a união $A \cup B$ é não enumerável.

b) ( ) Se A é enumerável e B é não enumerável, então $A \cap B$ é não enumerável.

c) ( ) Se o produto cartesiano $A \times B$ é não enumerável, então A e B são conjuntos enumeráveis.

3ª Questão Escreva o número $[234]_5$ na forma decimal (base dez) e o número decimal 234 na base 5.

4ª Questão Dado um número natural n, considere os conjuntos $D(n)$ e $M(n)$ como o conjunto dos divisores e dos múltiplos de n respectivamente:

a) Determine $MDC(14, 18)$ pelo Algoritmo de Euclides (divisões sucessivas) e $MDC(11, 14, 18)$ como o **maior** elemento do conjunto $D(11) \cap D(14) \cap D(18)$.

b) Determine via processo de decomposição simultânea o $MMC(14, 18)$ e $MMC(11, 14, 18)$ como o **menor** elemento do conjunto $M(11) \cap M(14) \cap M(18)$.

5ª Questão Verifique as equivalências abaixo são verdadeiras:

a) $-2 \equiv 43(mod\ 5)$ **b**) $12 \equiv 17(mod\ 5)$.

6ª Questão Em $Z_5 = \{\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}\}$ determine:

a) $\overline{12} - \overline{2} + \overline{3} + \overline{4}$

b) $\overline{4} \times \overline{2}$

c) o inverso multiplicativo de $\overline{3}$, caso exista

d) uma solução para a equação $\overline{x}^2 - \overline{1} = \overline{3}$

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

2ª Prova — Matemática Elementar

Prof.: *Sérgio* Data: *19/Nov/2012.* Turno: *Virtual*

Curso: Nome:

Período: *12.2* Pólo: Matrícula:

1ª Questão Use o princípio da indução para provar que, para todo número natural n, vale a igualdade:

$$1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

2ª Questão Em relação à conjuntos enumeráveis, assinale as alternativas abaixo, com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO, **justificando/exemplificando cada resposta dada**.

a) ( ) Se A e B são conjuntos não enumeráveis então a união $A \cup B$ é não enumerável.

b) ( ) Se A é enumerável e B é não enumerável, então $A \cap B$ é enumerável.

c) ( ) Se o produto cartesiano $A \times B$ é enumerável, então A e B são conjuntos enumeráveis.

3ª Questão Escreva o número $[123]_5$ na forma decimal (base dez) e o número decimal 123 na base 5.

4ª Questão Dado um número natural n, considere os conjuntos $D(n)$ e $M(n)$ como o conjunto dos divisores e dos múltiplos de n respectivamente:

a) Determine $MDC(12, 18)$ pelo Algoritmo de Euclides (divisões sucessivas) e $MDC(11, 12, 18)$ como o **maior** elemento do conjunto $D(11) \cap D(12) \cap D(18)$.

b) Determine via processo de decomposição simultânea o $MMC(12, 18)$ e $MMC(11, 12, 18)$ como o **menor** elemento do conjunto $M(11) \cap M(12) \cap M(18)$.

5ª Questão Verifique as equivalências abaixo são verdadeiras:

a) $2 \equiv 20(mod\ 5)$ **b)** $-4 \equiv 17(mod\ 5)$.

6ª Questão Em $Z_5 = \{\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}\}$ determine:

a) $\overline{12} - \overline{3} + \overline{2} - \overline{4}$

b) $\overline{4} \times \overline{3}$

c) o inverso multiplicativo de $\overline{3}$, caso exista

d) uma solução para a equação $\overline{x}^2 - \overline{2} = \overline{4}$

Boa Sorte

Fundamentos de Geometria Euclidiana

Prof. Sérgio - 15/Mai/2013 - 13.1

Roteiro da primeira aula presencial

1. `Falar sobre a importância dos fóruns, dos roteiros e das visualizações que estão no moodle.`

2. `Fazer as questões abaixo`

3. `Verificar a lista de presença`

1ª Questão Assinale as alternativas abaixo, com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO, **justificando cada resposta dada**, Considerando os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, e, i\}$ e $D = A \cup P(B)$

a) ( ) $n(A \times B) = 12$

b) ( ) O número de elementos de $P(B) = 9$

c) ( ) A é subconjunto de D

d) ( ) $\{e\} \subset D$

e) ( ) $a \notin D$

f) ( ) $\{2, B\} \subset A \cup (B \cap D)$

2ª Questão Considere a família $I_n = \left[-\frac{1}{n}, 1 + \frac{1}{n}\right]$ de intervalos fechados, onde $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$. Determine os conjuntos $\bigcap_{n=1}^{\infty} I_n$ e $\bigcup_{n=1}^{\infty} I_n$.

3ª Questão Considere $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ e $\sim$ a relação definida por: $a \sim b \Leftrightarrow a - b$ é múltiplo de 3.

a) A relação $\sim$ é uma relação de equivalência?

b) Quais são os elementos do conjunto quociente $A/\!\sim$?

4ª Questão Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = |x| - 1$ e $\sim$ uma relação de equivalência em $\mathbb{R}$ definida por: $x \sim y \Leftrightarrow f(x) = f(y)$. Determine as classes de equivalência $\overline{0}$, $\overline{1}$ e $\overline{2}$.

5ª Questão Em um conjunto parcialmente ordenado $(X, \leq)$, dizemos que $x \in X$ é o maior elemento de X se, para todo $y \in X$, tivermos $y \leq x$. Dizemos que $b \in X$ é um elemento maximal de X se não existir $y \in X$ tal que $y > b$. De forma análoga definimos menor elemento e elemento minimal de $(X, \leq)$.

No conjunto $H = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ considere a relação de ordem parcial $\leq$ induzida pelo diagrama de Hasse abaixo e assinale as alternativas com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO.

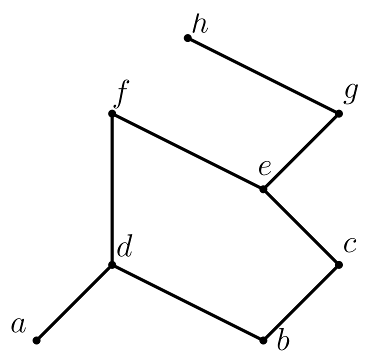
a) ( ) Os elementos d e e não são comparáveis.

b) ( ) O a é o elemento minimal de H.

c) ( ) O h é o maior elemento de H.

d) ( ) Os elementos d e a são comparáveis.

e) ( ) O subconjunto $S = \{b, c, e, g\}$ é totalmente ordenado.



R E S P O S T A S

1ª Questão Dados da questão:

- $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$,
- $B = \{a, e, i\}$ e
- $D = A \cup P(B)$

a) Falso pois $A \times B$ possui 15 elementos, como pode ser visto na tabela abaixo:

$A \times B$	a	e	i
0	(0,a)	(0,e)	(0,i)
1	(1,a)	(1,e)	(1,i)
2	(2,a)	(2,e)	(2,i)
3	(3,a)	(3,e)	(3,i)
4	(4,a)	(4,e)	(4,i)

b) Falso pois o número de elementos do conjunto das partes[1] de B é $2^3 = 8$.

c) Verdadeiro pois todos os elementos de A estão em $D = A \cup P(B)$.

d) Falso pois $\{e\}$ é um elemento de $P(B) \subset D$.

e) Verdadeiro pois $a \notin A$ e $a \notin P(B)$.

f) Falso pois $B \cap D = \emptyset$ e $B \notin A$.

2ª Questão Dados da questão:

- $I_n = \left[-\dfrac{1}{n}, 1 + \dfrac{1}{n}\right]$ e
- $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$

$\bigcap_{n=1}^{\infty} I_n = [0, 1]$, pois $-\dfrac{1}{n} < 0$ e $1 < 1 + \dfrac{1}{n}$ para todo $n \in \mathbb{N}$ o que nos leva a concluir que $[0, 1] \subset \left[-\dfrac{1}{n}, 1 + \dfrac{1}{n}\right]$

$\bigcup_{n=1}^{\infty} I_n = [-1, 2]$, pois $I_1 = [-1, 2] \supset I_2 = \left[-\dfrac{1}{2}, 1 + \dfrac{1}{2}\right] \supset I_3 = \left[-\dfrac{1}{3}, 1 + \dfrac{1}{3}\right] \supset \cdots \supset I_n = \left[-\dfrac{1}{n}, 1 + \dfrac{1}{n}\right]$

3ª Questão Dados da questão:

- $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
- $a \sim b \Leftrightarrow a - b$ é múltiplo de 3

a) A relação $\sim$ é uma relação de equivalência?

$\sim$ é reflexiva pois se $a \sim a$ implica que $a - a = 0 = 3 \times 0$

$\sim$ é simétrica pois se $a \sim b$ implica que $a - b = 3n$ e como $b - a = 3(-m)$ temos que $b \sim a$

$\sim$ é transitiva pois se $a \sim b$ e $b \sim c$ implica que $a - b = 3n$ e $b - c = 3m$ logo $a - b + (b - c) = 3n + 3m$ e portanto $a - c = 3(n + m)$ ou seja $a \sim c$

b) Quais são os elementos do conjunto quociente $A/\sim$?

Elementos equivalentes a 0 são 0 e 3, pois $0 - 0 = 0 = 3 \times 0$ e $0 - 3 = -3 = 3 \times (-1)$, logo $\overline{0} = \overline{3} = \{0, 3\}$

Elementos equivalentes a 1 são 1 e 4, pois $1 - 1 = 0 = 3 \times 0$ e $1 - 4 = -3 = 3 \times (-1)$, logo $\overline{1} = \overline{4} = \{1, 4\}$

Elementos equivalentes a 2: 2 pois $2 - 2 = 0 = 3 \times 0$, logo $\overline{2} = \{2\}$

Portanto o conjunto quociente $A/\sim = \{\{0, 3\}, \{1, 4\}, \{2\}\} = \{\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}\}$

4ª Questão Dados da questão:

- $f(x) = |x| - 1$ e
- $x \sim y \Leftrightarrow f(x) = f(y)$

Elementos equivalentes a 0 é apenas o 0, pois $f(0) = -1$ e $|x| - 1 = -1 \Rightarrow x = 0$, logo $\overline{0} = \{0\}$

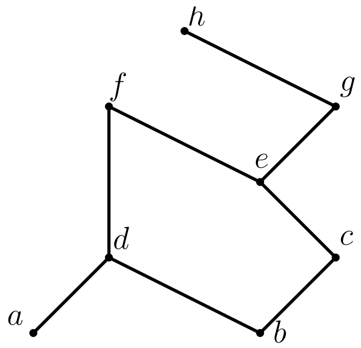
Elementos equivalentes a 1 são 1 e -1, pois $f(1) = 0$ e $|x| - 1 = 0 \Rightarrow x \pm 1$, logo $\overline{1} = \overline{-1} = \{-1, 1\}$

Elementos equivalentes a 2 são 2 e -2, pois $f(2) = 1$ e $|x| - 1 = 1 \Rightarrow x \pm 2$, logo $\overline{2} = \overline{-2} = \{-2, 2\}$

[1] Pelo teorema 3.4.2

5ª Questão Dados da questão:

- $H = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$



-

a) Verdadeiro pois é impossível com essa relação de ordem compará-los.

b) Falso pois existem dois elementos minimais em A que são a e b e não apenas um.

c) Falso pois o elemento f não é comparável com h, apesar de h ser o elemento maximal de A.

d) Verdadeiro pois $a \leq d$.

e) Verdadeiro pois $b \leq c \leq e \leq g$.

Matemática Elementar

Prof. Sérgio - 10/Nov/2012 - 12.2

Roteiro da segunda aula presencial

1ª Questão Use o princípio da indução para provar que, para todo número natural n, vale a igualdade:

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

2ª Questão Em relação à conjuntos enumeráveis, assinale as alternativas abaixo, com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO, **justificando/exemplificando cada resposta dada**.

a) ( ) A é dito enumerável quando existir uma bijeção entre A e um subconjunto dos números naturais $\mathbb{N}$.

b) ( ) Se A e B são conjuntos enumeráveis então a união $A \cup B$ é não enumerável.

c) ( ) Se A é um conjunto não enumerável então todo subconjunto infinito de A é não enumerável.

d) ( ) Se o produto cartesiano $A \times B$ é não enumerável, então A e B são conjuntos enumeráveis.

3ª Questão Escreva o número $[1234]_5$ na forma decimal (base dez) e o número decimal 1234 na base 5.

4ª Questão Dado um número natural n, considere os conjuntos $D(n)$ e $M(n)$ como o conjunto dos divisores e dos múltiplos de n respectivamente:

a) Determine $MDC(22, 28)$ pelo Algoritmo de Euclides (divisões sucessivas) e $MDC(22, 28, 36)$ como o **maior** elemento do conjunto $D(22) \cap D(28) \cap D(36)$.

b) Determine via processo de decomposição simultânea o $MMC(22, 28)$ e $MMC(8, 12, 16)$ como o **menor** elemento do conjunto $M(8) \cap M(12) \cap M(16)$.

5ª Questão Dados a e b números inteiros, temos $a \equiv b(mod\ n)$ se, e somente se, a e b possuem o mesmo resto quando divididos por n. Verifique as equivalências abaixo são verdadeiras:

a) $-2 \equiv 43(mod\ 5)$

b) $2 \equiv 20(mod\ 5)$

c) $12 \equiv 17(mod\ 5)$.

d) $-4 \equiv 17(mod\ 5)$.

6ª Questão Dados $\overline{a}$ e $\overline{b}$ em $Z_n = \{\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \cdots, \overline{n-1}\}$, definimos o produto $\overline{a}.\overline{b}$ como sendo a classe de equivalência módulo n do produto (usual) $a.b$ e que $\overline{a}$ é divisível por $\overline{b}$ se existe $\overline{c} \in Z_n$ tal que $\overline{a} = \overline{b}.\overline{c}$. Em Z_7 determine:

a) $\overline{12} - \overline{2} + \overline{3} + \overline{4}$

b) $\overline{5} \times \overline{3}$

c) $\overline{8^{12}}$

d) a da divisão de $\overline{3}$ por $\overline{4}$

e) o inverso multiplicativo de $\overline{3}$

f) uma solução para a equação $\overline{x}^2 - \overline{1} = \overline{3}$

7ª Questão Mostre que $2^{222} + 2$ é divisível por 3.

R E S P O S T A S

1ª Questão Dados da questão:

- Princípio da indução
- $1+2+3+\cdots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$

Usando o Princípio da indução temos:

- Quando $n = 1$, verifica-se que a fórmula acima é válida pois fica
$$1=\frac{1(1+1)}{2}=\frac{2}{2}=1$$
- Suponhamos que a fórmula é verdadeira para $n=k$, ou seja, a soma dos k primeiros números é
$$1+2+3+\cdots+k=\frac{k(k+1)}{2}$$
- Fazendo $n=(k+1)$, e somando aos dois lados da igualdade acima $(k+1)$ obtemos
$$[1+2+3+\cdots+k]+(k+1)=$$
$$=\left[\frac{k(k+1)}{2}\right]+(k+1)=$$
$$=\frac{k(k+1)+2(k+1)}{2}$$
isto é, a soma dos $k+1$ primeiros é $\dfrac{(k+1)(k+2)}{2}$.

Provamos assim, por indução, a igualdade desejada.

2ª Questão Dados da questão:

- Conjuntos enumeráveis

a) Verdadeiro, pois se A é finito basta considerar uma bijeção com um subconjunto finito de $\mathbb{N}$ e se A for infinito basta considerar uma bijeção com o próprio conjunto $\mathbb{N}$.

b) Falso, pois se A e B são conjuntos enumeráveis então existem funções bijeção f_A e f_B de A e B em subconjuntos de $\mathbb{N}$, logo a função definida por
$$F(x)=\begin{cases} 2f_A(x) & se\ x\in A \\ 2f_B(x)+1 & se\ x\in B\end{cases}$$
é uma bijeção com um subconjunto de $\mathbb{N}$.

c) Falso, pois considere o conjunto $\mathbb{R}$ não enumerável e o subconjunto infinito $\mathbb{N}\subset\mathbb{R}$ que é enumerável.

d) Falso, pois se o produto cartesiano $A\times B$ é não enumerável, necessariamente A ou B é não enumerável.

3ª Questão Dados da questão:

- $[1234]_5$
- 1234

Para escrever $[1234]_5$ na base decimal, basta observar a construção deste número que é
$$\begin{aligned}[1234]_5 &= 1\times5^3+2\times5^2+3\times5+4\\ &= 125+50+15+4\\ &= 194\end{aligned}$$

Para escrever 1234 na base 5, usaremos o algoritmo da divisão:
$$\begin{array}{rcll} 1234\div5 &=& 246\times5+4 & resto\ \mathbf{4}\\ 246\div5 &=& 49\times5+1 & resto\ \mathbf{1}\\ 49\div5 &=& 9\times5+4 & resto\ \mathbf{4}\\ 9\div5 &=& 1\times5+4 & resto\ \mathbf{4}\\ 1\div5 &=& 0\times5+4 & resto\ \mathbf{1}\end{array}$$

Logo $1234=[14414]_5$

4ª Questão Dados da questão:

- $D(n)$ como o conjunto dos divisores n
- $M(n)$ como o conjunto dos múltiplos de n

a) Usando o Algoritmo de Euclides (divisões sucessivas) para determinar $MDC(22,28)$ temos:
$$\begin{array}{rcll} 28\div22 &=& 1\times22+6 & resto\ 6\\ 22\div6 &=& 3\times6+4 & resto\ 4\\ 6\div4 &=& 1\times4+2 & resto\ \mathbf{2}\\ 4\div\mathbf{2} &=& 2\times2+0 & resto\ 0\end{array}$$

Logo o resultado é o último divisor deste processo, ou seja, $MDC(22,28)=2$.

Para determinar $MDC(22,28,36)$ como o **maior** elemento do conjunto

$D(22) \cap D(28) \cap D(36)$, vamos encontrar esses conjuntos:

$$\begin{array}{rcl} D(22) & = & \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, 11, 22\} \\ D(28) & = & \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, 4, 7, 14, 28\} \\ D(36) & = & \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\} \end{array}$$

Logo $D(22) \cap D(28) \cap D(36) = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}\}$ e portanto $MDC(22, 28, 36) = 2$

b) Determinando via processo de decomposição simultânea o $MMC(22, 28)$, temos

$$\begin{array}{cc|l} 22 & 28 & \mathbf{2} \\ 11 & 14 & \mathbf{2} \\ 11 & 7 & \mathbf{7} \\ 11 & 1 & \mathbf{11} \\ 1 & 1 & \end{array}$$

Logo

$MMC(22, 28) = \mathbf{2^2} \times \mathbf{7} \times \mathbf{11} = \mathbf{308}$

Para $MMC(8, 12, 16)$ como o **menor** elemento do conjunto $M(8) \cap M(12) \cap M(16)$, vamos encontrar esses conjuntos:

$$\begin{array}{l} M(8) = \{8, 16, 24, 32, 40, \mathbf{48}, 56, \dots\} \\ M(12) = \{12, 24, 36, \mathbf{48}, 60, 72, \dots\} \\ M(16) = \{16, 32, \mathbf{48}, 64, 80, 96, \dots\} \end{array}$$

Logo

$M(8) \cap M(12) \cap M(16) = \{48, 96, \dots\}$

e portanto $MMC(8, 12, 16) = 48$

Só para calcular e confirmar o valor do $MMC(8, 12, 16)$ via processo de decomposição simultânea:

$$\begin{array}{ccc|l} 8 & 12 & 16 & \mathbf{2} \\ 4 & 6 & 8 & \mathbf{2} \\ 2 & 3 & 4 & \mathbf{2} \\ 1 & 3 & 2 & \mathbf{2} \\ 1 & 3 & 1 & \mathbf{3} \\ 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

$$MMC(8, 12, 16) = \mathbf{2^4} \times \mathbf{3} = \mathbf{48}$$

5ª Questão Dados da questão:

- Definição de $a \equiv b(mod\ n)$

a) A equivalência $-2 \equiv 43(mod\ 5)$ é verdadeira pois os restos são iguais a 3:

$$\begin{array}{rcll} -2 & = & -1 \times 5 + 3 & resto\ \mathbf{3} \\ 43 & = & 8 \times 5 + 3 & resto\ \mathbf{3} \end{array}$$

b) A equivalência $2 \equiv 20(mod\ 5)$ é falsa pois os restos são diferentes:

$$\begin{array}{rcll} 2 & = & 0 \times 5 + 2 & resto\ \mathbf{2} \\ 20 & = & 4 \times 5 + 0 & resto\ \mathbf{0} \end{array}$$

c) A equivalência $12 \equiv 17(mod\ 5)$ é verdadeira pois os restos são iguais a 2:

$$\begin{array}{rcll} 12 & = & 2 \times 5 + 2 & resto\ \mathbf{2} \\ 17 & = & 3 \times 5 + 2 & resto\ \mathbf{2} \end{array}$$

d) A equivalência $-4 \equiv 17(mod\ 5)$ é falsa pois os restos são diferentes:

$$\begin{array}{rcll} -4 & = & -1 \times 5 + 1 & resto\ \mathbf{1} \\ 17 & = & 3 \times 5 + 2 & resto\ \mathbf{2} \end{array}$$

6ª Questão Dados da questão:

- Definição de $Z_7 = \{\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}, \overline{5}, \overline{6}\}$

a) $\overline{12} - \overline{2} + \overline{3} + \overline{4} = \overline{12 - 2 + 3 + 4} = \overline{17} = \overline{3}$

b) $\overline{5} \times \overline{3} = \overline{5 \times 3} = \overline{15} = \overline{1}$

c) $\overline{8^{12}} = \overline{8}^{12} = \overline{1}^{8} = \overline{1}$

d) Da divisão de $\overline{3}$ por $\overline{4}$, o que se pede é um número $\overline{X} \in \mathbb{Z}_7$, tal que $\overline{X} \times \overline{4} = \overline{3}$, ou seja, valores para $x \in \mathbb{Z}$ de forma que $4x \div 7$ tenha resto 3, portanto observe que todos os elementos do conjunto $\overline{6} = \{\dots, -8, -1, 6, 13, \dots\}$ satisfazem a condição.

Logo a divisão de $\overline{3}$ por $\overline{4}$ é $\overline{6}$

e) O inverso multiplicativo de $\overline{3}$ será um $\overline{X} \in \mathbb{Z}_7$, tal que $\overline{X} \times \overline{3} = \overline{3} \times \overline{X} = \overline{1}$, ou seja, valores para $x \in \mathbb{Z}$ de forma que $3x \div 7$ tenha resto 1, portanto observe que todos os elementos do conjunto $\overline{5} = \{\dots, -9, -2, 5, 12, \dots\}$ satisfazem a condição.

Logo o inverso multiplicativo de $\overline{3}$ será $\overline{5}$.

f) Uma solução para a equação

$$\overline{x}^2 - \overline{1} = \overline{3}$$

será um $\overline{X} \in \mathbb{Z}_7$, tal que $\overline{X}^2 - \overline{1} = \overline{3}$, ou seja, valores para $x \in \mathbb{Z}$ de forma que $(x^2 - 1) \div 7$ tenha resto 3, portanto observe que todos os elementos dos conjuntos $\overline{2} = \{\dots, -12, -5, 2, 9, \dots\}$ e $\overline{5} = \{\dots, -9, -2, 5, 12, \dots\}$ satisfazem a condição.

Logo as soluções para a equação

$$\overline{x}^2 - \overline{1} = \overline{3}$$

são $\overline{2}$ e $\overline{5}$.

7ª Questão Dados da questão:

- $2^{222} + 2$

Lembrando que se $a \equiv b(mod\ c)$, então $a^n \equiv b^n(mod\ c)$ e $(a+d) \equiv (b+d)(mod\ c)$.

Além disso, dados a e b inteiros, temos que a é divisível por b se, e somente se, $a \equiv 0(mod\ b)$. Por exemplo $2 \equiv 0(mod\ 3)$.

Como $2 \equiv -1(mod\ 3)$, então $2^{222} \equiv 1(mod\ 3)$.

Agora basta somar 2 e obtemos $(2^{222} + 2) \equiv (1 + 2)(mod 3) \equiv 0(mod 3)$, o que significa que $2^{222} + 2$ é divisível por 3

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

1ª Prova — Matemática Elementar

Prof.: *Sérgio* Data: *01/Dez/2012* Turno: *Virtual*

Curso: Nome:

Período: *12.2* Pólo: Matrícula:

Reposição da Primeira Avaliação - 12.2

1ª Questão Assinale as alternativas abaixo, com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO, **justificando cada resposta dada**, considerando os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{6, 7, 8\}$, $C = \emptyset$ (conjunto vazio) e $D = \{A, B, C\}$.

a) ( ) A não é subconjunto de D

b) ( ) $n(A \times B) = 12$

c) ( ) $C \subset D$

d) ( ) O número de elementos de $P(A) = 25$

e) ( ) $2 \in D$

f) ( ) $\{2, B\} \subset A \cup B \cup D$

2ª Questão Considere a família $I_n = \left[0, 2 + \frac{1}{n}\right]$ de intervalos fechados, onde $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$. Determine os conjuntos $\bigcap_{n=1}^{\infty} I_n$ e $\bigcup_{n=1}^{\infty} I_n$.

3ª Questão Considere $G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ e $\sim$ a relação de equivalência definida por: $a \sim b \Leftrightarrow a - b$ é múltiplo de 3. Quais são os elementos do conjunto quociente $G/\sim$?

4ª Questão Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = (x + 1)^2$ e $\sim$ uma relação de equivalência em $\mathbb{R}$ definida por: $x \sim y \Leftrightarrow f(x) = f(y)$. Determine as classes de equivalência $\overline{0}$ e $\overline{1}$.

5ª Questão No conjunto $H = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ considere a relação de ordem parcial $\leq$ induzida pelo diagrama de Hasse abaixo e assinale as alternativas com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO.

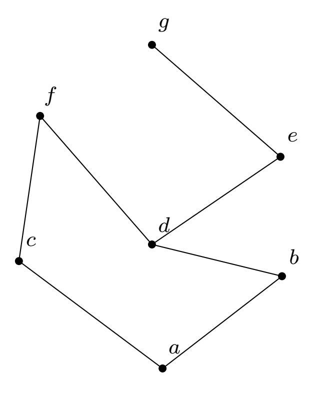
a) ( ) Os elementos d e e são comparáveis.

b) ( ) O a é o elemento maximal de H.

c) ( ) O g é o elemento minimal de H.

d) ( ) Os elementos d e a não são comparáveis.

e) ( ) O subconjunto $S = \{a, b, d, e, g\}$ é totalmente ordenado.



Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

1ª Prova — Matemática Elementar

Prof.: *Sérgio* Data: *01/Dez/2012.* Turno: *Virtual*

Curso: Nome:

Período: *12.2* Pólo: Matrícula:

Reposição da Primeira Avaliação - 12.2

1ª Questão Assinale as alternativas abaixo, com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO, **justificando cada resposta dada**, considerando os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{6, 7, 8\}$, $C = \emptyset$ (conjunto vazio) e $D = \{A, B, C\}$.

a) ( ) A não é subconjunto de D

b) ( ) $n(A \times B) = 12$

c) ( ) $C \subset D$

d) ( ) O número de elementos de $P(A) = 25$

e) ( ) $2 \in D$

f) ( ) $\{2, B\} \subset A \cup B \cup D$

2ª Questão Considere a família $I_n = \left(-1, 1 - \frac{1}{n}\right)$ de intervalos abertos, onde $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$. Determine os conjuntos $\bigcap_{n=1}^{\infty} I_n$ e $\bigcup_{n=1}^{\infty} I_n$.

3ª Questão Considere $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ e $\sim$ a relação de equivalência definida por: $a \sim b \Leftrightarrow a - b$ é múltiplo de 3. Quais são os elementos do conjunto quociente $G/\!\sim$?

4ª Questão Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = (x-1)^2$ e $\sim$ uma relação de equivalência em $\mathbb{R}$ definida por: $x \sim y \Leftrightarrow f(x) = f(y)$. Determine as classes de equivalência $\overline{0}$ e $\overline{1}$.

5ª Questão No conjunto $H = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ considere a relação de ordem parcial $\leq$ induzida pelo diagrama de Hasse abaixo e assinale as alternativas com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO.

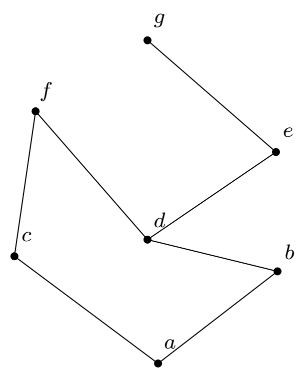
a) ( ) Os elementos d e g são comparáveis.

b) ( ) O a não é o elemento minimal de H.

c) ( ) O f é o elemento maximal de H.

d) ( ) Os elementos d e a são comparáveis.

e) ( ) O subconjunto $S = \{a, b, c, d, e, g\}$ é totalmente ordenado.



Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

2ª Prova — Matemática Elementar

Prof.: *Sérgio*	Data: *01/Dez/2012*	Turno: *Virtual*
Curso:	Nome:	
Período: *12.2*	Pólo:	Matrícula:

Reposição da Segunda Avaliação - 12.2

1ª Questão Use o princípio da indução para provar que, para todo número natural n, vale a igualdade:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{2n}=1-\frac{1}{2^n}$$

2ª Questão Em relação à conjuntos enumeráveis, assinale as alternativas abaixo, com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO, **justificando/exemplificando cada resposta dada**.

a) ( ) Se A e B são conjuntos enumeráveis então a união $A \cup B$ é enumerável.

b) ( ) Se A é enumerável e B é não enumerável, então $A \cap B$ é não enumerável.

c) ( ) Se o produto cartesiano $A \times B$ é enumerável, então A e B são conjuntos enumeráveis.

3ª Questão Escreva o número $[234]_6$ na forma decimal (base dez) e o número decimal 234 na base 6.

4ª Questão Dado um número natural n, considere os conjuntos $D(n)$ e $M(n)$ como o conjunto dos divisores e dos múltiplos de n respectivamente:

a) Determine o $MDC(7,21)$ pelo Algoritmo de Euclides (divisões sucessivas) e $MDC(6,7,21)$ como o **maior** elemento do conjunto $D(6)\cap D(7)\cap D(21)$.

b) Determine via processo de decomposição simultânea o $MMC(7,21)$ e o $MMC(6,7,21)$ como o **menor** elemento do conjunto $M(6)\cap M(7)\cap M(21)$.

5ª Questão Verifique as equivalências abaixo são verdadeiras:

a) $-1 \equiv 43 (mod\ 6)$

b) $12 \equiv 17 (mod\ 6)$.

c) $7 \equiv 17 (mod\ 5)$

d) $12 \equiv 17 (mod\ 7)$.

6ª Questão Em relação ao $Z_6=\{\overline{0},\overline{1},\overline{2},\overline{3},\overline{4},\overline{5}\}$, assinale as alternativas abaixo, com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO.

a) ( ) $\overline{12}-\overline{2}+\overline{3}+\overline{4}=\overline{1}$

b) ( ) $\overline{4}\times\overline{2}=\overline{2}$

c) ( ) o inverso multiplicativo de $\overline{3}$ é $\overline{3}$

d) ( ) $\overline{1}$ é uma solução para a equação $\overline{x}^2-\overline{1}=\overline{3}$

Boa Sorte

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br/sergio

2ª Prova — Matemática Elementar

Prof.: *Sérgio* Data: *01/Dez/2012.* Turno: *Virtual*
Curso: ____________ Nome: ______________________________

Período: *12.2* Pólo: Matrícula:

Reposição da Segunda Avaliação - 12.2

1ª Questão Use o princípio da indução para provar que, para todo número natural n, vale a igualdade:

$$1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

2ª Questão Em relação à conjuntos enumeráveis, assinale as alternativas abaixo, com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO, **justificando/exemplificando cada resposta dada**.

a) ( ) Se A e B são conjuntos não enumeráveis então a união $A \cup B$ é não enumerável.

b) ( ) Se A é enumerável e B é finito, então $A \cap B$ é enumerável.

c) ( ) Se o produto cartesiano $A \times B$ é finito, então A e B são conjuntos enumeráveis.

3ª Questão Escreva o número $[123]_6$ na forma decimal (base dez) e o número decimal 123 na base 6.

4ª Questão Dado um número natural n, considere os conjuntos $D(n)$ e $M(n)$ como o conjunto dos divisores e dos múltiplos de n respectivamente:

a) Determine o $MDC(6,7)$ pelo Algoritmo de Euclides (divisões sucessivas) e $MDC(6,7,14)$ como o **maior** elemento do conjunto $D(6) \cap D(7) \cap D(14)$.

b) Determine via processo de decomposição simultânea o $MMC(6,7)$ e o $MMC(6,7,14)$ como o **menor** elemento do conjunto $M(6) \cap M(7) \cap M(14)$.

5ª Questão Verifique as equivalências abaixo são verdadeiras:

a) $2 \equiv 20(mod\ 6)$

b) $-4 \equiv 17(mod\ 6)$.

c) $7 \equiv 11(mod\ 5)$

d) $13 \equiv 12(mod\ 7)$.

6ª Questão Em relação ao $Z_6 = \{\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}, \overline{5}\}$, assinale as alternativas abaixo, com (**V**) VERDADEIRO ou (**F**) FALSO.

a) ( ) $\overline{12} - \overline{3} + \overline{2} - \overline{4} = \overline{1}$

b) ( ) $\overline{4} \times \overline{3} = \overline{0}$

c) ( ) o inverso multiplicativo de $\overline{2}$ é $\overline{2}$

d) ( ) $\overline{1}$ é uma solução para a equação $\overline{x}^2 - \overline{2} = \overline{4}$

Boa Sorte