UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

-2ª Lista/Roteiro — Cálculo Diferencial e Integral I

Prof.: *Sérgio* Data: *02/Nov/2014* Turno: *Tarde*

Curso: Nome:

Período: *14.2* Turma: *2* Matrícula:

1ª Questão Considerando as funções $a_1(x) = x^2 + 2x - 3$ e $a_2(x) = \sqrt{x}$, determine:

a) Usando a definição, via limites, as derivadas de $a_1(x)$ e $a_2(x)$ no ponto $x = 1$. $\boxed{a_1'(1) = 4 \text{ e } a_2'(1) = 1/2}$

b) A segunda derivada das funções $a_1(x)$ e $a_2(x)$ no ponto $x = 1/4$, utilizando as propriedades das derivadas. $\boxed{a_1''(\frac{1}{4}) = 2 \text{ e } a_2''(\frac{1}{4}) = -2}$

2ª Questão Determine os valores de R_i e Q_i $(i = 1, 2)$, de modo que as funções definidas por

$$b_1(x) = \begin{cases} 2x^3 & , \ se \ \ x < 1 \\ Q_1 x + R_1 & , \ se \ \ x \geq 1 \end{cases} \quad \text{e}$$

$$b_2(x) = \begin{cases} \operatorname{sen}(x) & , \ se \ \ x < \pi \\ Q_2\, e^{-x} + R_2 & , \ se \ \ x \geq \pi \end{cases}$$

sejam derivável nos pontos $x = 1$ e $x = \pi$, respectivamente.

$\boxed{R_1 = -4,\ Q_1 = 6,\ R_2 = -1 \text{ e } Q_2 = e^{\pi}}$

3ª Questão Determine as equações das retas tangente ao gráfico das funções abaixo, nos pontos dados.

a) $c_1(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - 2$ no ponto $x = 1$ $\boxed{y = x - 3}$

b) $c_2(x) = \ln[\cos(x) + 1]$ no ponto $x = \pi/2$ $\boxed{y = -x + \pi/2}$

4ª Questão Calcule as derivadas das funções abaixo no ponto $x = 1$, usando as propriedades das derivadas:

a) $d_a(x) = x^7 - 3x^6 + 2x^4 + 3$ $\boxed{-3}$

b) $d_b(x) = \dfrac{x^7}{7} - \dfrac{7}{x} + 7$ $\boxed{8}$

c) $d_c(x) = \dfrac{x^3 + x^2}{x + 1}$ $\boxed{2}$

d) $d_d(x) = (x^3 - x^2)\ln(x)$ $\boxed{0}$

e) $d_e(x) = 2e^{(2x^2 - 2x)}$ $\boxed{4}$

f) $d_f(x) = \cos(x\pi)\ln(x)$ $\boxed{-1}$

g) $d_g(x) = \dfrac{x - 1}{e^{(x^2 - 1)}}$ $\boxed{1}$

h) $d_h(x) = e^{\sqrt{\ln(4\,x^2 - 4x + e)}}$ $\boxed{2}$

i) $d_i(x) = \operatorname{sen}^3\left(\dfrac{x^2\,\pi}{3}\right)$ $\boxed{\frac{3\pi}{4}}$

j) $d_j(x) = \sec\left(x^2 - 1 + \dfrac{\pi}{6}\right)$ $\boxed{\frac{4}{3}}$

k) $d_k(x) = \arccos(x^2 - x)$ $\boxed{-1}$

l) $d_l(x) = \dfrac{\ln\left[\cos\left(\operatorname{sen}\sqrt{x^3 - 1 + \frac{\pi^2}{4}}\right)\right]}{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}x\right)}$ $\boxed{\textit{Desafio: } 0}$

5ª Questão Cada uma das equações abaixo define, implicitamente, y como função de x. Encontre a expressão para $y'(x)$ e $y'(x_0)$ no ponto indicado.

a) $x^2 + y^2 = 2$, com $y(1) = 1$ $\boxed{y'(x) = -\frac{x}{y} \text{ e } y'(1) = -1}$

b) $y^3 = x + y$, com $y(0) = 1$ $\boxed{y'(x) = \frac{1}{3y^2 - 1} \text{ e } y'(0) = \frac{1}{2}}$

c) $y^2 + xy + x^2 = 3$, com $y(1) = 1$ $\boxed{y'(x) = -\frac{y + 2x}{2y + x} \text{ e } y'(1) = -1}$

d) $xy - \sin(y - x) = y^2$, com $y(\pi) = \pi$ $\boxed{y'(x) = \frac{\cos(y - x) + y}{\cos(y - x) + 2y - x} \text{ e } y'(\pi) = 1}$

e) $\ln(y + x) + x = 1$, com $y(1) = 0$ $\boxed{y'(x) = -y - x - 1 \text{ e } y'(1) = -2}$

Boa Sorte

Tabela de Derivadas [1]

a) $[k]' = k$

b) $\left[x^k\right]' = k.x^{(k-1)}$

c) $[g \pm h]' = g' \pm h'$

d) $[k.g(x)]' = k.g'(x)$

e) $[g.h]' = g'.h + g.h'$

f) $\left[\dfrac{g}{h}\right]' = \dfrac{g'.h - g.h'}{h^2}$

g) $[e^x]' = e^x$

h) $[b^x]' = b^x \ln(b)$ [2]

i) $[\ln(x)]' = \dfrac{1}{x}$

j) $[\ln_b(x)]' = \dfrac{1}{x\ln(b)}$ [3]

k) $[\operatorname{sen}(x)]' = \cos(x)$

l) $[\cos(x)]' = -\operatorname{sen}(x)$

m) $[\operatorname{tg}(x)]' = \operatorname{cotg}^2(x)$

n) $[\operatorname{cotg}(x)]' = -\operatorname{cossec}^2(x)$

o) $[\operatorname{cossec}(x)]' = -\operatorname{cossec}(x)\operatorname{cotg}(x)$

p) $[\sec(x)]' = \sec(x)\operatorname{tg}(x)$

q) $\left[\operatorname{sen}^{-1}(x)\right]' = \dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$ [4]

r) $\left[\cos^{-1}(x)\right]' = -\dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$

s) $\left[\operatorname{tg}^{-1}(x)\right]' = \dfrac{1}{1 + x^2}$

[1]Considere g e h funções, g' e h' derivadas de g e h, e as constantes $k \in \mathbb{R}$, $b > 0$ e $b \neq 1$

[2]Mudança de base: $b^x = e^{\ln(b^x)} = e^{x\ln(b)}$

[3]Mudança de base de lnarítmo: $\ln_b(x) = \dfrac{\ln(x)}{\ln(b)}$

[4]Função inversa do sen: $\operatorname{sen}^{-1}(x) = \operatorname{arcsen}(x)$ é o arco cujo o seno é x.