



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



3ª Prova

Matemática Básica II (Pré-prova)

Prof.: Sérgio Data: 27/Fev/2003

Turno: M+N

Curso: Nome:

Período: 02.2

Turma(s):

Matrícula:

**1ª Questão** Determine uma função  $f$ , tal que:

a)  $\iint f(x, y) \, dx \, dy = 3x^3y - 4xy^2$

R:  $f(x, y) = 9x^2 - 8y$

b)  $\iint f(x, y) \, dx \, dy = (x^2y - x)(x^2y^2 - xy)$

R:  $f(x, y) = 12x^3y^2 - 12x^2y + 2x$

c)  $\iint f(x, y) \, dx \, dy = \frac{x - 1}{x^2 - y}$

R:  $f(x, y) = -\frac{3x^2 + y - 4x}{(x^2 - y)^3}$

d)  $\iint f(x, y) \, dx \, dy = e^{xy}$

R:  $f(x, y) = e^{xy}(1 + xy)$

e)  $\iiint f(x, y, z) \, dx \, dy \, dz = x^2y^2z^2 - x^3y^2z$

R:  $f(x, y, z) = 8xyz - 6x^2y$

**2ª Questão** Determine as seguintes integrais definidas:

a)  $\int_{-1}^3 3x^3 - 4xy \, dx$

R:  $60 - 16y$

b)  $\int_{-1}^1 -3xy^2 + 4x + 2y \, dy$

R:  $6x$

c)  $\int_1^2 \frac{2x - 3y}{x^2 - 3xy + 3} \, dx$

R:  $\ln(7 - 6y) - \ln(4 - 3y)$

d)  $\int_0^1 (2xy^2 - 4x + 2y)^3(2y^2 - 4) \, dx$

R:  $4(y^2 + y - 2)^4 - 4y^4$

**3ª Questão** Calcule as integrais abaixo:

$$\text{a)} \int_0^1 \int_1^3 1 \, dy \, dx \quad \boxed{R: 2}$$

$$\text{b)} \int_{-1}^3 \int_{-4}^1 x - y \, dx \, dy \quad \boxed{R: -50}$$

$$\text{c)} \int_{-1}^2 \int_{-1}^2 4xy - 8xy^3 \, dy \, dx \quad \boxed{R: -36}$$

$$\text{d)} \int_0^1 \int_0^1 ye^{xy} \, dx \, dy \quad \boxed{R: e - 2, \text{ por substituição}}$$

$$\text{e)} \int_0^1 \int_0^1 ye^{xy} \, dy \, dx \quad \boxed{R: e - 2, \text{ por partes}}$$

**4ª Questão** Calcule as integrais abaixo, nas regiões definidas.

$$\text{a)} \iint_R 2 \, dR, \text{ onde } R: \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1 \end{cases} \quad \boxed{R: 2}$$

$$\text{b)} \iint_R \frac{x}{y} \, dR, \text{ onde } R: \begin{cases} 1 \leq x \leq 2 \\ 3 \leq y \leq 4 \end{cases} \quad \boxed{R: \frac{7}{2} \ln 2}$$

$$\text{c)} \iint_R \frac{y}{x+1} \, dR, \text{ onde } R \text{ é a região entre o gráfico da função } f(x) = 2x - 2 \text{ e o eixo } x \text{ com } 0 \leq x \leq 1. \quad \boxed{R: 5 - 8 \ln 2}$$

$$\text{d)} \iint_R 3x^2 - 3y^2 \, dR, \text{ onde } R \text{ é a região entre os gráficos das funções } f(x) = 2x - 2 \text{ e } g(x) = x \text{ com } 0 \leq x \leq 3.$$

$$\boxed{R: 0 + (-3) = -3, \text{ em duas regiões}}$$

$$\text{e)} \iint_R 3x^2 - 3y^2 \, dR, \text{ onde } R \text{ é a região entre os gráficos das funções } f(x) = -x^2 + 4 \text{ e } g(x) = x^2 - 4 \text{ com } -2 \leq x \leq 3.$$

$$\boxed{R: -\frac{1280}{7} + \frac{320}{7} = -\frac{960}{7}, \text{ em duas regiões}}$$