

# **Provas de Matemática Básica I**

**Período 1999.2**

**Sérgio de Albuquerque Souza**

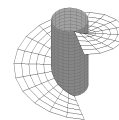
9 de janeiro de 2013



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



1ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 18/Nov/1999

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 99.2

Turma(s):

Matrícula:

**1ª Questão** Dados os conjuntos  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  e  $B = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ . Encontre uma função  $F = \{(x, y), x \in A \text{ e } y \in B\}$  de tal maneira que o domínio da mesma seja o conjunto  $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ .

**2ª Questão** Dada as funções  $a(x) = x^2 + x - 6$  e  $b(x) = 2x - 2$ . Encontre o domínio da função  $c(x) = \frac{\sqrt{a(x)}}{b(x)}$ .

**3ª Questão** Dadas as funções abaixo, esboce o gráfico e determine o domínio e a imagem de cada uma delas.

a)  $d(x) = \log_3 x$

b)  $y = |x - 4| - 1$

c)  $y = \frac{1}{x - 3}$

**4ª Questão** Resolva as seguintes equações:

a)  $\log_x (x^2 - 3x + 1) = 2$

b)  $\frac{4}{16^{x-3}} = \sqrt[3]{64}$

**5ª Questão** Ache o preço e a quantidade de equilíbrio de mercado (quantidade de um produto procurado é igual à quantidade oferecida) para as seguintes equações de oferta e demanda  $y = 10$  e  $y = -x^2 + 25$ , (onde  $x$  é a quantidade do produto em milhares de unidades e  $y$  é o preço em Real).

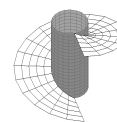
Boa Sorte



# UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



-1ª LISTA

## Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 14/ABR/1997

Turno: Funções

Curso: Nome:

Período: 97.1

Turma(s):

Matrícula:

**1ª Questão** Uma empresa teve, em janeiro de 1999, um faturamento (receita bruta) de R\$ 100.000,00. No mês seguinte, o faturamento teve uma queda de 10%, ou seja, foi de R\$ 90.000,00. A partir de março, começou a aumentar, em relação ao mês anterior, de acordo com as seguintes taxas: 5% (março), 7% (abril), 10% (maio) e 1% (junho). Em julho houve nova queda no faturamento, desta vez de 20%.

- a) O que temos descrito acima nos dá a função  $F(m)$  = Faturamento no mês  $m$ . Qual é o domínio desta função?
- b) Determine  $F(\text{abril})$  e  $F(\text{junho})$
- c) Faça o gráfico (pode ser de barras) de  $F$
- d) Qual foi o mês (de janeiro a julho/99) de maior faturamento da empresa? E o de menor faturamento?

**2ª Questão** Uma fábrica possui a capacidade máxima de produzir 200.000 lâmpadas por mês. Se ela operar a 75% de sua capacidade máxima, seu lucro mensal será de R\$ 45.000,00. Supondo que os custos fixos (salários, água, luz, telefone etc) desta fábrica sejam de R\$ 25.000,00 e que cada lâmpada é vendida por R\$ 1,50, determine:

- a) A função  $C(x)$  que dá o preço de custo de cada lâmpada, em função do número  $x$  de peças produzidas
- b) Qual é o valor gasto, em cada lâmpada, com matéria prima?
- c) A Função  $F(x)$  que dá o faturamento da empresa, em função do número  $x$  de lâmpadas vendidas
- d) Faça, no mesmo sistema cartesiano<sup>1</sup>, os gráficos das funções  $C$  e  $F$  obtidas acima.
- e) Qual é o número mínimo de peças que essa fábrica deve produzir (e vender) para que não tenha prejuízo (ponto de equilíbrio)? Localize este ponto no gráfico.

<sup>1</sup>O nome cartesiano se deve ao filósofo e matemático francês **René Descartes (1596-1650)** (**Renatus Cartesius, em latim**), considerado o pai da filosofia moderna. É dele a famosa frase "penso, logo existo".

- f) Qual é o prejuízo da fábrica quando produz apenas 20.000 peças em um mês? E o lucro quando opera na sua capacidade máxima?

**3ª Questão** Em geral, a demanda por um determinado artigo depende de diversos fatores: preço em relação aos artigos similares (concorrentes), publicidade, gosto dos clientes em potencial etc. Para os nossos propósitos, vamos admitir que a demanda  $D$  por um artigo seja função de seu preço.

- a) Uma loja adquire determinado produto por R\$ 20,00 e o vende por R\$ 28,00. Neste caso a demanda pelo produto é de 1.000 peças. Se o comerciante baixar o preço para R\$ 25,00, a demanda passará a ser de 2.000 peças. Admitindo que o gráfico da demanda seja uma reta, desenhe-o
- b) Determine a função  $x(p)$  de Demanda, onde  $p$  é o preço de revenda e  $x$  é a demanda
- c) A receita  $R$ , obtida com a venda desse artigo, é dada pelo produto da demanda  $x$  pelo preço de venda  $p$ . Determine  $R$ , em função da quantidade demandada  $x$ , e faça seu gráfico
- d) O lucro  $L$ , obtido pelo comerciante com a venda desse artigo, é dado pela diferença entre a receita  $R$  e o valor  $P$ , pago pelo comerciante ao adquirir o produto ( $L(x) = R(x) - P(x)$ ). Determine  $L(x)$  e faça o gráfico
- e) A que preço que o comerciante inteligente deve colocar esse artigo à venda?

**4ª Questão** É do economista Pareto<sup>2</sup> a seguinte Lei de distribuição de renda: o número de indivíduos  $N$  de uma determinada população, cuja renda é maior ou igual a  $x$ , é dado por  $N = \frac{a}{x^b}$ , onde  $a$  e  $b$  são parâmetros da população, sendo  $b$  aproximadamente 1,5.

- a) Suponha que, para determinado grupo, a Lei de Pareto para a distribuição de renda seja dada pela fórmula  $N = \frac{10^{10}}{x^{3/2}}$ . Quantas pessoas têm renda superior a R\$ 1.000.000,00?
- b) Admita que, para essa população, a renda mínima seja de R\$ 100,00. Quantos indivíduos compõem esse grupo?
- c) Quantas pessoas possuem renda inferior a R\$ 1.000,00?

---

<sup>2</sup>**Vilfredo Pareto (1848-1923)**, de origem italiana, nasceu em Paris e graduou-se em Matemática e Física. No entanto, tornou-se mais conhecido como economista e sociólogo

**5ª Questão** O preço unitário de determinado artigo em uma fábrica é definido pela equação  $p = 5 + \frac{2}{x}$ , onde  $p$  é o preço unitário dado em reais e  $x$  é a demanda, em milhares de unidades. Assim, quando a demanda é de 2.000 unidades, é porque seu preço unitário é de R\$ 6,00.

- a) Qual será o preço do artigo quando a demanda for de 1.000 unidades?
- b) Dê a receita dessa fábrica, em função da demanda  $x$ ;
- c) Se a fábrica cobrar R\$ 5,50 por unidade, qual será a demanda  $x$ ?
- d) Dê a receita dessa fábrica, quando o preço cobrado for de R\$ 5,50
- e) O custo de fabricação de  $x$  milhares de peças é, em reais,  $C(x) = 4.000 + 1.000x$ . Qual é o custo de cada unidade, quando são fabricadas 2.000 peças? E quando são fabricadas apenas 1.000 unidades?
- f) Suponha que a capacidade máxima de produção seja de 10.000 peças/mês. Faça, num mesmo sistema de coordenadas, os gráficos da Receita  $R(x)$  e do Custo de fabricação  $C(x)$ , em função da demanda  $x$  (em milhares de unidades). Observe que  $x$  deve se situar entre zero e dez.
- g) Identifique, no gráfico, qual deve ser a melhor situação para a fábrica?

---

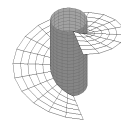
*Boa Sorte*



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



2ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 16/Dez/1999

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 99.2

Turma(s):

Matrícula:

**1ª Questão** Considere a função  $f(x) = \begin{cases} 3^x & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{1}{3^x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$

a) Faça o gráfico de  $f(x)$ ;

b) Determine  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ;

c) A função  $f(x)$  é contínua em  $x = 0$ ? (Justifique)

d) Determine, observando o gráfico,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

**2ª Questão** Determinar o(s) valor(es) de  $\alpha \in \mathbb{R}$ , que transformam a função  $g(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{se } x > 1 \\ 2x - \alpha^2 & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$  em uma função contínua no ponto  $x = 1$ . (justifique)

**3ª Questão** Calcule, caso existam, os seguintes limites: (justifique a sua resposta)

a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$

b)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h}$ , onde  $g(x) = x^2 + 2$

c)  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ , onde  $g(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{se } x > -2 \\ x^2 + 5 & \text{se } x \leq -2 \end{cases}$

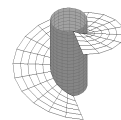
Boa Sorte



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



3ª Prova

Matemática Básica I

Prof.: Sérgio Data: 22/Fev/2000

Turno: Noite

Curso: Nome:

Período: 99.2

Turma(s):

Matrícula:

**1ª Questão** Dada a função  $f(x) = x(2x^2 - 6)$

- Calcule  $f'$  e  $f''$ ;
- Encontre o(s) ponto(s) críticos de  $f(x)$ , caso exista(m), ou seja, encontre o(s) valor(es) de  $x$  tal que  $f'(x) = 0$ ;
- Determine a equação da reta tangente ao gráfico de  $f(x)$  no ponto  $x = 1$ .

**2ª Questão** Calcule as derivadas das funções abaixo:

- $a(x) = e^{2x} + \frac{x}{x+1}$
- $b(x) = \ln \left( \frac{(x-1)(x^2+2)}{x^5} \right)$
- $c(x) = \sqrt[3]{x^2 - x + 1}$
- $d(x) = (x-1)(x^3 - 1)$

**3ª Questão** Usando a definição de derivada, ou seja, através do limite, determine a derivada da função  $f(x) = x^2$ .

*Boa Sorte*