UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

4ª Prova — **Matemática Básica I (Pré-prova)**

Prof.: *Sérgio* Data: *18/Set/2002* Turno: *M+N*

Curso: Nome:

Período: *02.1* Turma(s): Matrícula:

1ª Questão Derive as seguintes funções e encontre os pontos críticos:

a) $a(x) = x^3 - 9x^2 - 2$ $\boxed{\textit{R: P.C.}=\{0, 6\}}$

b) $b(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2$ $\boxed{\textit{R: P.C.}=\{-2, 0, 1\}}$

c) $c(x) = (2x^2 - 3x)(x^3 - 2x^2)$ $\boxed{\textit{R: P.C.}=\{0, 1, \frac{9}{5}\}}$

d) $d(x) = \dfrac{x^2 - x}{x^2 + 1}$ $\boxed{\textit{R: P.C.}=\{-1 \pm \sqrt{2}\}}$

e) $f(x) = \left[ln\left(x^2 - 4x + 4\right)\right]^2$ $\boxed{\textit{R: P.C.}=\{1, 2, 3\}}$

f) $g(x) = x.e^{-x-199}$ $\boxed{\textit{R: P.C.}=\{1\}}$

g) $h(x) = \ln\left[e^{(2x^2-4)^3}\right]$ $\boxed{\textit{R: P.C.}=\{-\sqrt{2}, 0, \sqrt{2}\}}$

2ª Questão Em cada função abaixo, determine os intervalos onde a função é crescente[1] (decrescente) e onde a função tem concavidade positiva[2] (negativa). Esboce o gráfico.

a) $l(x) = -x^3 + 3x + 1$ $\boxed{\textit{R: P.C.}=\{-1, 1\} \quad \textit{Cres: } (-1, 1) \quad \textit{C.Posit: } (-\infty, 0)}$

b) $m(x) = x^3 - 6x^2 + 2$ $\boxed{\textit{R: P.C.}=\{0, 4\} \quad \textit{Cres: } (-\infty, 0) \cup (4, \infty) \quad \textit{C.Posit: } (2, \infty)}$

c) $n(x) = x^4 - 4x^3$ $\boxed{\textit{R: P.C.}=\{0, 3\} \quad \textit{Cres: } (3, \infty) \quad \textit{C.Posit: } (-\infty, 0) \cup (2, \infty)}$

d) $p(x) = x^4 - 8x^2 + 2$

$\boxed{\textit{R: P.C.}=\{-2, 0, 2\} \quad \textit{Cres: } (-\infty, -2) \cup (0, 2) \quad \textit{C.Posit: } (-\frac{2}{3}\sqrt{3}, \frac{2}{3}\sqrt{3})}$

e) $q(x) = (x^2 - 3)e^x$

$\boxed{\textit{R: P.C.}=\{-3, 1\} \quad \textit{Cres: } (-\infty, -3) \cup (1, \infty) \quad \textit{C.Posit: } (-\infty, -2 - \sqrt{5}) \cup (-2 + \sqrt{5}, \infty)}$

---

[1] Para encontrar o(s) intervalo(s) onde $f(x)$ é crescente, basta resolver a inequação $f'(x) > 0$, ou seja, fazer o teste da derivada primeira.

[2] Para encontrar o(s) intervalo(s) onde $f(x)$ tem concavidade positiva, basta resolver a inequação $f''(x) > 0$, ou seja, fazer o teste da derivada segunda.

3ª Questão Para cada uma das seguintes funções de custo total, ache o custo médio ($cm(x) = \overline{y}$), custo marginal, custo médio marginal, o mínimo custo médio e mostre que neste mínimo, o custo marginal e o custo médio são iguais.

a) $c(x) = x^2 + 200x + 10000$ $\boxed{\textit{R: } x_{min} = 100 \quad \overline{y}_{min} = 400}$

b) $c(x) = 25x - 8x^2 + x^3$ $\boxed{\textit{R: } x_{min} = 4 \quad \overline{y}_{min} = 9}$

c) $c(x) = 2x^2 + 5x + 18$ $\boxed{\textit{R: } x_{min} = 3 \quad \overline{y}_{min} = 17}$

d) $c(x) = 20x + 2x^3 + 4x^5$ $\boxed{\textit{R: } x_{min} = 0 \quad \overline{y}_{min} = 20}$

e) $c(x) = 2x + x^2 lnx$ $\boxed{\textit{R: } x_{min} = \frac{1}{e} \quad \overline{y}_{min} = 2 - \frac{1}{e} \approx 1.6321}$

f) $c(x) = 2xe^{-x} + xe^{x}$ $\boxed{\textit{R: } x_{min} = \frac{1}{2}\ln 2 \quad \overline{y}_{min} = 2\sqrt{2} \approx 2.8284}$

4ª Questão A função de receita total de uma fábrica de móveis coloniais é expressa pela equação $R(x) = 24x - 3x^2$

a) Qual é a receita máxima que esta companhia pode esperar obter, supondo que esta equação seja válida? $\boxed{\textit{R: } x_{max} = 4 \quad R_{max} = 48}$

b) Que equação representa a função de receita média e marginal?

c) Num único gráfico, trace as funções de receita total, média e marginal.

5ª Questão Para cada um dos seguintes pares de funções de demanda $d_*(x)$ e de custo total $c_*(x)$, ache a receita máxima ($R_*(x) = x.d_*(x)$) e o lucro máximo ($L_*(x) = R_*(x) - c_*(x)$) que se pode obter.

a) $d_1(x) = 18 - x$ e $c_1(x) = 2x + 14$ $\boxed{\textit{R: } L_{max} = (8, 50) \quad R_{max} = (9, 81)}$

b) $d_2(x) = 24 - 7x$ e $c_2(x) = 6x - x^2$ $\boxed{\textit{R: } L_{max} = (\frac{3}{2}, \frac{27}{2}) \quad R_{max} = (\frac{12}{7}, \frac{144}{7})}$

c) $d_3(x) = 26 - 3x^2$ e $c_3(x) = 3x^2 + 2x + 14$
$\boxed{\textit{R: } L_{max} = (\frac{4}{3}, \frac{50}{9}) \ R_{max} = (\frac{1}{3}\sqrt{26}, \frac{52}{9}\sqrt{26})}$

d) $d_4(x) = 12 - 4x$ e $c_4(x) = 8x - x^2$ $\boxed{\textit{R: } L_{max} = (\frac{2}{3}, \frac{4}{3}) \quad R_{max} = (\frac{3}{2}, 9)}$

e) $d_5(x) = 12 - 5x$ e $c_5(x) = 4x^2 + 6x$ $\boxed{\textit{R: } L_{max} = (\frac{1}{3}, 1) \quad R_{max} = (\frac{6}{5}, \frac{36}{5})}$

Boa Sorte