



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

<http://www.mat.ufpb.br/sergio>



3ª Prova

Matemática Básica I (Pré-prova)

Prof.: Sérgio Data: 25/Mar/2001

Turno: M+N

Curso: Nome:

Período: 01.2

Turma(s):

Matrícula:

1ª Questão Considere as funções:

$$a(x) = \begin{cases} x^2 - x - 6 & \text{se } x \leq -2 \\ x + 2 & \text{se } -2 < x \leq 2 \\ 3 & \text{se } x > 2 \end{cases} \text{ e}$$
$$b(x) = \begin{cases} 3^x & \text{se } x \leq 0 \\ \log_3(x + 1) + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

a) Faça os gráficos de $a(x)$ e $b(x)$;

b) Determine $\lim_{x \rightarrow -2} a(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2} a(x)$ e $\lim_{x \rightarrow 0} b(x)$;

R: 0, \nexists e 1

c) A função $a(x)$ é contínua em $x = -2$ e $x = 2$? A função $b(x)$ é contínua em $x = 0$? (Justifique as respostas)

R: sim, não e sim

d) Determine $\lim_{x \rightarrow \infty} a(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} a(x)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} b(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} b(x)$ (Veja os gráficos do letra a)).

R: 3, ∞ , ∞ e 0

2ª Questão Calcule, caso exista, os seguintes limites:

a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{5}{x} - 2$

R: $-\frac{9}{2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x^3}{x^4 - 2x^3 + 2}$

R: -2

c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$

R: 0

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^4 - x^3}{x^4 - x^3}$

R: 1

e) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$, onde $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{se } x \leq -2 \\ x^2 + 5 & \text{se } x > -2 \end{cases}$ (Justifique)

R: \nexists

3ª Questão Determinar o(s) valor(es) de $\alpha \in \mathbb{R}$, que transformam a função $c(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{se } x \leq 1 \\ 2x - \alpha & \text{se } x > 1 \end{cases}$ em uma função contínua no ponto $x = 1$. (Justifique)

$$R: \alpha = 4$$

4ª Questão Dada as funções $g(x) = -x - 1$ e $h(x) = 3x^2 - 2x - 1$.

a) Calcule o “coeficiente de Newton” no ponto $x = 2$ para as funções $g(x)$ e $h(x)$.

$$R: \frac{3h^2 + 10h}{h} \text{ e } \frac{-h}{h}$$

b) Calcule as derivadas de $g(x)$ e $h(x)$ no ponto $x = 2$, utilizando a definição da derivada.

$$R: g'(2) = -1 \text{ e } h'(2) = 10$$

c) Calcule $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(2) - g(x)}{2 - x}$ e $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{h(2) - h(x)}{2 - x}$

$$R: -1 \text{ e } 10$$

d) Encontre a equação da reta¹ tangente ao gráfico de $h(x)$ no ponto $x = 2$.

$$R: x_0 = 2, y_0 = h(2) = 7, m = h'(2) = 10 \text{ e } y - 7 = 10(x - 2)$$

5ª Questão Calcule as derivadas das funções abaixo nos respectivos pontos:

a) $l(x) = -x^4 - 3x^3$ no ponto $x = 1$

$$R: l'(1) = -13$$

b) $m(x) = -2x^3 - 3x^2 + x - 1$ no ponto $x = 2$

$$R: m'(2) = -35$$

c) $n(x) = \frac{1}{x^3} + 1$ no ponto $x = 3$

$$R: n'(3) = -\frac{1}{27}$$

d) $p(x) = x^{3/2} + x^2 + x + 1$ no ponto $x = 4$

$$R: p'(4) = 12$$

e) $q(x) = \sqrt[3]{x} - \frac{1}{x}$ no ponto $x = 8$

$$R: q'(8) = \frac{19}{192}$$

Boa Sorte

¹Note que a equação da reta é dada pela expressão: $y - y_0 = m(x - x_0)$ onde (x_0, y_0) é um ponto e m é o coeficiente angular.