UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN - Departamento de Matemática

http://www.mat.ufpb.br/sergio

3ª Prova — **Matemática Básica I (Pré-prova)**

Prof.: *Sérgio* Data: *14/Fev/2001* Turno: *M+N*

Curso: Nome:

Período: *00.2* Turma(s): Matrícula:

1ª Questão Considere as funções: $a(x) = \begin{cases} x^2 - x - 6 & se \quad x \leq -2 \\ x + 2 & se \quad -2 < x \leq 2 \\ 3 & se \quad x > 2 \end{cases}$ e $b(x) = \begin{cases} 3^x & se \quad x \leq 0 \\ \log_3(x+1) + 1 & se \quad x > 0 \end{cases}$

a) Faça os gráficos de $a(x)$ e $b(x)$;

b) A função $a(x)$ é contínua em $x = -2$ e $x = 2$? (Justifique) A função $b(x)$ é contínua em $x = 0$? (Justifique) *R: sim, não e sim*

c) Determine $\lim\limits_{x\to\infty} a(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} a(x)$, $\lim\limits_{x\to\infty} b(x)$ e $\lim\limits_{x\to-\infty} b(x)$. *R: 3, ∞, ∞, 0*

2ª Questão Calcule, caso exista, os seguintes limites:

a) $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$ *R: 0* **b)** $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^4 - x^3}{x^3 - \frac{1}{2}x^4 + 2}$ *R: -6*

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{5}{x} - 2$ *R: -2* **d)** $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2 - x^3}{x^4 - 2x^4 + 2}$ *R: 0*

3ª Questão Determinar o(s) valor(es) de $\alpha \in \mathbb{R}$, que transformam a função $c(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & se \quad x > 1 \\ 2x - \alpha & se \quad x \leq 1 \end{cases}$ em uma função contínua no ponto $x = 1$. (Justifique) *R: $\alpha = 4$*

4ª Questão Se $g(x) = x^2 - 2x - 1$ e $h(x) = -x - 1$.

a) Calcule as derivadas de $g(x)$ e $h(x)$ no ponto $x = 2$, utilizando a definição de derivada, isto é, usando limite[1]. *R: 2, -1*

b) Calcule as derivadas de $g(x)$ e $h(x)$ no ponto $x = 2$, utilizando as propriedades das derivadas. *R: 2, -1*

c) Encontre a equação da reta[2] tangente ao gráfico de $g(x)$ no ponto $x = 2$.

5ª Questão Se $j(x) = -x^4 + 8x^2 + 1$, $l(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 19$ e $m(x) = \dfrac{1}{x} + 7$:

[1] Derivada de $f(x)$ no ponto $x = a$ é: $f'(a) = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$

[2] Lembre-se que a equação da reta é dada pela expressão $y - y_0 = m(x - x_0)$ onde (x_0, y_0) é um ponto e m é o coeficiente angular da reta.

a) Calcule as seguintes derivadas: $j'(x)$, $l'(x)$ e $m'(x)$;

b) Encontre o(s) ponto(s) crítico(s) das funções $j(x)$, $l(x)$ e $m(x)$, isto é, encontre o(s) valor(es) de $x \in \mathbb{R}$ tais que, as derivadas das funções sejam nulas, ou que não existam derivada; $\boxed{\textit{R: } \{0, 2, -2\},\ \{-1, 3\}\ \textit{e}\ 0}$

c) Calcule os coeficientes angulares das retas que passam pelo ponto $(1, 8)$ e que são tangentes aos gráficos das funções $j(x)$, $l(x)$ e $m(x)$; $\boxed{\textit{R: 12, -12,-1}}$

d) Encontre a equação das retas tangente aos gráficos de $j(x)$, $l(x)$ e $m(x)$ no ponto $x = 1$ (ver exercício **(4c)**).

6ª Questão Calcule as derivadas das funções abaixo nos respectivos pontos:

a) $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + x - 1$; para $x = -1$ $\boxed{\textit{R: } -17}$

b) $g(x) = -\frac{1}{7}x^7 - 3x^{-2}$; para $x = 1$ $\boxed{\textit{R: } 5}$

Boa Sorte