

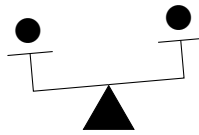
Preencha seus dados corretamente e siga as orientações dos fiscais.  
Os fiscais não poderão tirar dúvidas matemáticas ou interpretativas sobre os enunciados da prova.  
Verifique se a prova não possui falhas de impressão!

Estudante: \_\_\_\_\_

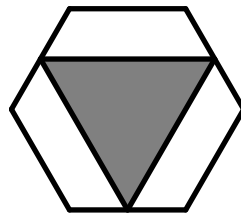
Instituição: \_\_\_\_\_ Série: \_\_\_\_\_

### Nível 3 - Problemas

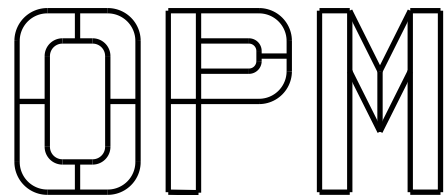
1. (20 pontos) Raphael possui 16 pedras de pesos distintos entre si e uma balança de dois pratos onde ele pode comparar duas pedras quaisquer, colocando uma em cada prato e descobrir qual é a mais pesada, em um processo chamado pesagem. Este é o único meio que Raphael pode utilizar para comparar os pesos de duas pedras.
- (a) Descreva um procedimento para encontrar a pedra mais leve em 15 pesagens.
- (b) Qual é o número máximo de pesagens necessário para encontrar as duas pedras mais pesadas?



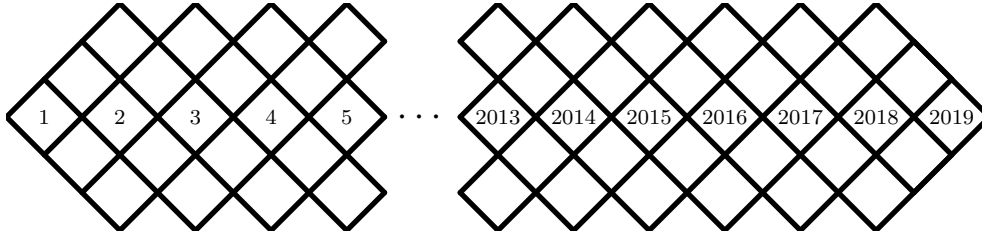
2. (20 pontos) Em uma folha de papel, Luiz desenhou um hexágono regular de 10 cm de lado e saiu para lanchar. Enquanto isso, seu amigo Gonzaga desenhou um triângulo equilátero cujos vértices são pontos médios de lados do hexágono e pintou seu interior de cinza, como mostra a figura a seguir:



- (a) Qual é o perímetro do triângulo?
- (b) A área do triângulo cinza corresponde a que fração da área total do hexágono?
3. (20 pontos) Joémerson quer pintar as letras da palavra OPM, como na figura ao lado, de modo que cada região seja pintada com uma das cores branca, cinza ou preta e que regiões vizinhas tenham cores diferentes (regiões vizinhas são aquelas que possuem uma linha em comum).
- (a) De quantas maneiras ele pode pintar a letra M?
- (b) De quantas maneiras ele pode pintar a letra P?
- (c) De quantas maneiras ele pode pintar a letra O?



4. (20 pontos) Um número é chamado *quatrocinástico* quando pode ser escrito tanto como a soma de quatro naturais consecutivos quanto como a soma de cinco naturais consecutivos. Um exemplo de número *quatrocinástico* é o 50, pois  $50 = 11 + 12 + 13 + 14$  e  $50 = 8 + 9 + 10 + 11 + 12$ . Quantos números *quatrocinásticos* menores que 2019 existem?
5. (20 pontos) Rodrigo e Rita disputam um jogo no tabuleiro abaixo

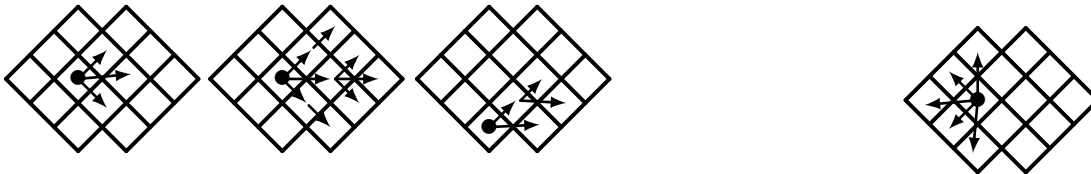


com as seguintes regras:

- (i) O jogo inicia com um círculo na casa indicada com o número 1 (partida);
- (ii) Cada jogador pode avançar a peça até, no máximo, duas casas consecutivas, nunca podendo retroceder.

Exemplos de jogadas permitidas:

As jogadas proibidas são:



- (iii) Vence o jogador que colocar a peça na casa indicada com o número 2019 (chegada).

Se Rodrigo começa o jogo, descreva uma **estratégia vencedora** para Rita, isto é, uma maneira infalível para ela sempre vencer.

*Boa prova!*

**Uso exclusivo da Equipe OPM. Não rasure este local.**

Questão:	1	2	3	4	5	Total
Pontos:	20	20	20	20	20	100
Pontuação:						