

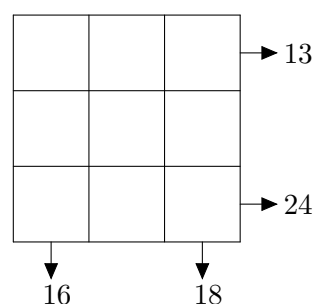
Preencha seus dados corretamente e siga as orientações dos fiscais.  
 Os fiscais não poderão tirar dúvidas matemáticas ou interpretativas sobre os enunciados da prova.  
 Verifique se a prova não possui falhas de impressão!

Estudante: \_\_\_\_\_

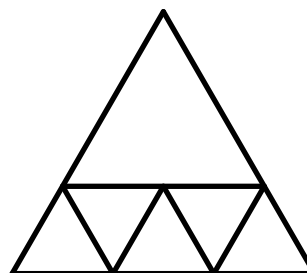
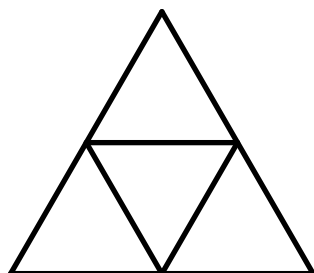
Instituição: \_\_\_\_\_ Série: \_\_\_\_\_

### Nível 1 - Problemas

1. (20 pontos) Complete o quadrado ao lado com os números de 1 a 9, sem repetição, de modo que a soma dos dígitos das linhas e das colunas sejam iguais aos valores indicados.



2. (20 pontos) Cássio, France, Jaynara e João Lucas ainda dormiam quando sua mãe saiu e deixou uma vasilha com jambos e a instrução para que os frutos fossem divididos igualmente entre eles. Cássio acordou primeiro, pegou  $\frac{1}{4}$  dos jambos e saiu. France acordou depois, mas pensou que era o primeiro a acordar e, por isso, pegou  $\frac{1}{4}$  dos jambos que restavam na vasilha e saiu. Jaynara e João Lucas acordaram juntos, perceberam que Cássio e France já haviam saído e dividiram igualmente os jambos restantes.
- Que fração do total de jambos ficou com France?
  - Quem ficou com a menor quantidade de jambos? E quem ficou com a maior quantidade?
  - Ao final da divisão, nenhum dos irmãos ficou com mais do que 10 jambos. Qual a quantidade total de jambos que havia inicialmente na vasilha?
3. (20 pontos) Um triângulo equilátero pode ser dividido em triângulos equiláteros menores (iguais ou não). As figuras a seguir mostram possíveis maneiras de dividi-lo em 4 e em 6 triângulos equiláteros.



- Apresente uma maneira de dividir um triângulo equilátero em 7 triângulos equiláteros menores.
- Apresente uma maneira de dividir um triângulo equilátero em 8 triângulos equiláteros menores.
- Mostre como podemos dividir um triângulo equilátero em 20 triângulos equiláteros menores.



4. (20 pontos) Miriam comprou um relógio digital cujo *display* (ou visor) exibe os números de 0 a 9 da seguinte maneira:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

No *display* do relógio são exibidos quatro dígitos: dois para as horas, exibidas **em formato 24 horas**, dois pontos demarcando a divisão entre horas e minutos e outros dois dígitos representando os minutos. Por exemplo, o início desta prova foi às  $\boxed{09:00}$  (nove horas) e o término desta prova será às  $\boxed{12:00}$  (doze horas).

- (a) Daniel, sobrinho de Miriam, olhou para o relógio em certo momento do dia e gritou assustado: “TIA, SÃO 61 HORAS E 02 MINUTOS!”

O problema é que o relógio estava de ponta-cabeça!

Qual era a hora certa naquele momento?

- (b) Depois de um tempo, Daniel percebeu que certos horários, quando vistos de ponta-cabeça, não se alteram em relação ao original. Por exemplo, às 15 horas e 51 minutos o relógio exibe  $\boxed{15:51}$  em qualquer orientação (desconsidere o espaço em branco deixado pelo número 1 para fins de simetria). Daniel chamou tais horários de *horários especiais*.

Quantos horários especiais existem?

5. (20 pontos) Seu Arnô é um orgulhoso avô de 52 netos. Um dia, quando todos os netos estavam reunidos em sua casa, Seu Arnô alinhou, em ordem numérica crescente, 52 caixinhas fechadas com tampa removível enumeradas com os números de 1 a 52 cada, onde haviam presentes para cada um dos netos. Fã de Matemática e de brincadeiras não muito convencionais, o simpático avô pediu que os netos formassem fila indiana e, após isso, deu as seguintes instruções:

- Cada um de vocês receberá um número  $n$  de 1 a 52 de acordo com a posição na fila;
- O neto número 1 vai abrir todas as caixinhas;
- O neto número 2 vai fechar as caixinhas pares;
- A partir do 3º neto, o neto número  $n$  vai abrir as caixas fechadas e fechar as caixinhas abertas, ou seja, vai *mexer* nas caixinhas com números múltiplos de  $n$ .

- (a) O neto número 52, o último da fila, direcionou-se à caixinha 52 e seguiu a instrução do avô. Ele abriu a caixinha fechada ou fechou a caixinha aberta?
- (b) Qual caixinha foi *mexida* (aberta e fechada) mais vezes?
- (c) Quantas e quais caixinhas ficaram abertas ao final da brincadeira?
- (d) Por que as caixinhas do item anterior ficaram abertas?

*Dica: observe as quantidades de divisores dos números das caixinhas e justifique sua resposta utilizando paridade – conceito que divide os números naturais em pares e ímpares.*

Boa prova!

Uso exclusivo da Equipe OPM. Não rasure este local.

Questão:	1	2	3	4	5	Total
Pontos:	20	20	20	20	20	100
Pontuação:						