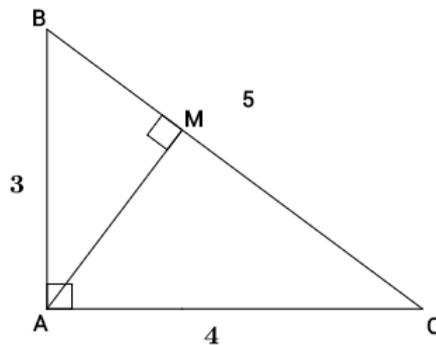




## PROVA NÍVEL 2 - OPM 2016

**Problema 1.** Anna, Basílio, Carlos e Denise são bons amigos. Anna não tem dinheiro, mas seus amigos têm. Basílio deu a Anna um sexto de seu dinheiro, Carlos deu um quinto de seu dinheiro e Denise deu um terço de seu dinheiro. Se todos eles deram para Anna a mesma quantidade de dinheiro, e sabendo que Anna recebeu R\$ 12, 00, que fração do dinheiro do grupo ficou com Anna?

**Problema 2.** No triângulo abaixo, temos  $AB = 3$ ,  $BC = 5$  e  $AC = 4$ .



- Mostre que os triângulos  $AMC$  e  $ABC$  são semelhantes.
- Calcule o comprimento do segmento  $AM$ .
- Calcule a razão entre a área do triângulo  $ABC$  e a área do triângulo  $AMC$ .

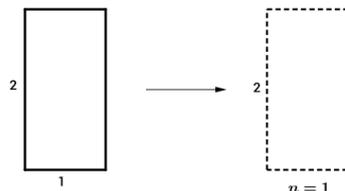
**Problema 3.** Sabendo que  $(-1)$  é raiz da equação  $ax^2 + bx + 3 = 0$  e que  $a$  e  $b$  são números primos positivos, determine  $a^2 + b^2$ .

**Problema 4.** Seja  $A = \{1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, 7^2, 8^2\}$ .

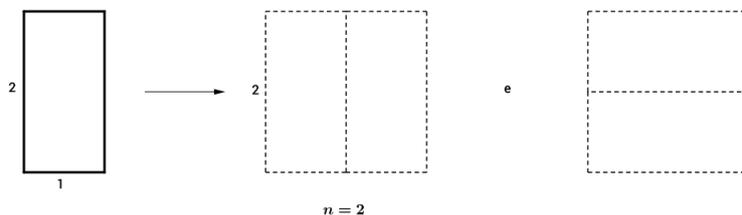
- Separe  $A$  em dois subconjuntos  $B$  e  $C$  tais que  $B \cup C = A$ ,  $B \cap C = \emptyset$  e a soma dos elementos de  $B$  é igual a soma dos elementos de  $C$ .
- É possível fazer o mesmo com o conjunto  $A' = \{1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, 7^2, 8^2, 9^2\}$ ?

**Problema 5.** Joãozinho possui dominós de medidas  $2 \times 1$ . Ele possui tabuleiros de diversas medidas, mas a altura é sempre a mesma: 2 cm. Joãozinho brinca preenchendo os tabuleiros, mas com a seguinte regra: cada dominó só pode ser colocado na vertical (em pé) ou horizontal (deitado).

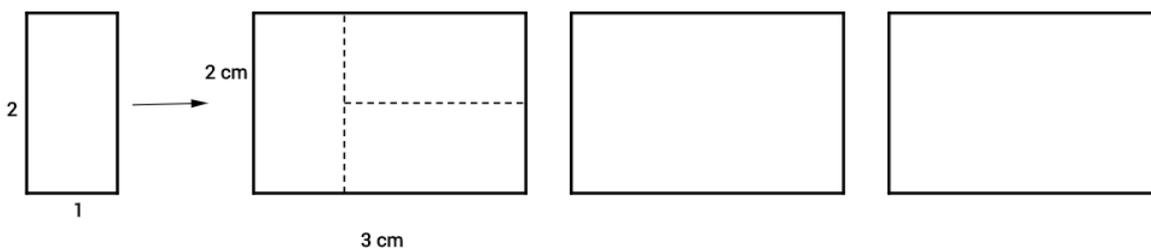
Para um tabuleiro com 1 centímetro de largura, ele só pode preencher de uma forma:



Joãozinho então quer preencher um tabuleiro com 2 cm de largura (lembre-se: a altura é sempre 2). Só existem duas formas: colocando dois dominós em pé ou dois dominós deitados:



- (a) Quando a largura é igual a 3 cm, sabe-se que existem 3 maneiras de preencher o tabuleiro. Abaixo uma das formas de se preencher já está desenhada: um dominó em pé e os outros dois deitados. Agora é sua vez: nos outros dois tabuleiros, mostre as outras duas formas que Joãozinho pode preencher o tabuleiro de largura 3 cm.



- (b) Mostre todas as maneiras que Joãozinho pode preencher um tabuleiro com largura 4 cm.  
 (c) Mostre todas as maneiras que Joãozinho pode preencher um tabuleiro com largura 5 cm.  
 (d) Determine de quantas maneiras Joãozinho pode preencher um tabuleiro com largura 15 cm.

Boa Prova!