

## Gabarito da Prova do Nível 1

1. Acrescentando 8 ao conjunto  $\{1, 2, 4\}$ , temos que:

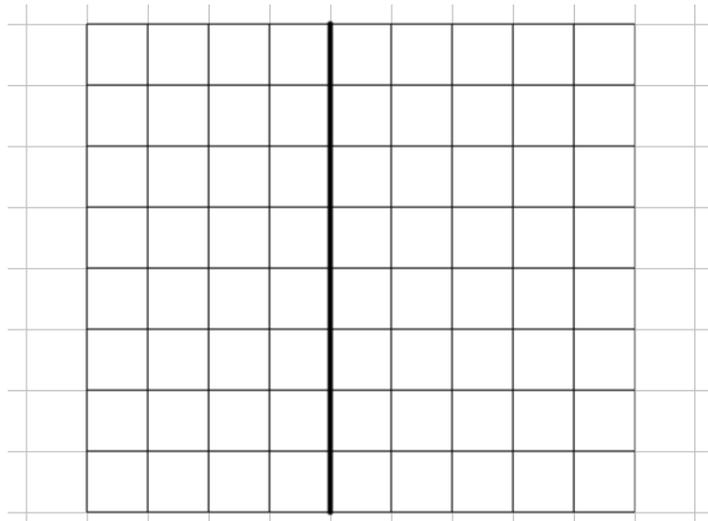
$1 = 1$	$6 = 2 + 4$	$11 = 1 + 2 + 8$
$2 = 2$	$7 = 1 + 2 + 4$	$12 = 4 + 8$
$3 = 1 + 2$	$8 = 8$	$13 = 1 + 4 + 8$
$4 = 4$	$9 = 1 + 8$	$14 = 2 + 4 + 8$
$5 = 1 + 4$	$10 = 2 + 8$	$15 = 1 + 2 + 4 + 8$

Portanto, os números 1, 2, 4 e 8 cumprem o pedido.

---

2.

- a. Efetuando a contagem do perímetro das figuras, temos que a parte de dentro da figura entra em ambas, portanto, na hora da diferença ela se anula. Assim, o perímetro é dado por  $20 - 14 = 6$ .
- b. Na figura a seguir temos um exemplo de figura com diferença de perímetros igual a 2.



3.

- a. O que falta é o oitavo número ímpar. Logo o espaço deve ser preenchido com o número 15.
  - b. De 1 até 2015 temos 2015 números naturais, sendo que 1007 são pares e 1008 são ímpares. Então a soma será  $1008^2$ .
- 

4. Primeiro identificamos quantos são os múltiplos de 15 de 1 até 2015. O conjunto formado por eles é  $\{15, 30, 45, 60, \dots, 2010\}$ . Para contar quantos elementos há nesse conjunto, basta escrever cada elemento como múltiplo de 15, ou seja,  $\{15, 30, 45, 60, \dots, 2010\} = \{1 \cdot 15, 2 \cdot 15, 3 \cdot 15, 4 \cdot 15, \dots, 134 \cdot 15\}$ . Agora vemos que existem 134 números nesse conjunto. Para sabermos quantos não são múltiplos de 6, basta saber quantos múltiplos desses são números pares. Para isso usamos um truque parecido com o anterior. O conjunto dos múltiplos pares é  $\{30, 60, 90, \dots, 2010\} = \{1 \cdot 30, 2 \cdot 30, 3 \cdot 30, \dots, 67 \cdot 30\}$ . Logo são 67 os múltiplos de 15 que são pares. Portanto, são 67 os múltiplos de 15 que são ímpares ou, o que dá no mesmo, os múltiplos de 15 que não são múltiplos de 6.

---

5. Denotemos por  $x$  o número de professores paraibanos e por  $y$  o número de professores pernambucanos. Além disso, denotemos por  $x_M$  e  $x_F$  os números de professores paraibanos do sexo masculino e feminino, respectivamente e por  $y_M$  e  $y_F$ , os números de professores pernambucanos do sexo masculino e feminino, respectivamente.

Do enunciado, concluímos que  $x + y = 31$ . Além disso,  $x_F = \frac{2x}{7}$  e  $y_M = \frac{4y}{5}$ .

Disso se conclui que, sendo  $x_F$  e  $y_M$  números naturais,  $x$  deve ser divisível por 7 e  $y$  deve ser divisível por 5. As possibilidades para ambos são:  $x \in \{7, 14, 21, 28\}$  e  $y \in \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$ . A única possibilidade onde

$x + y = 31$  ocorre quando  $x = 21$  e  $y = 10$ . Assim sendo, o número de professores paraibanos e do sexo masculino é  $21 - \frac{2 \cdot 21}{7} = 21 - 6 = 15$ .