Universidade Federal da Paraíba - Centro de Ciências Exatas e da Natureza

Departamento de Matemática

Olimpíada Pessoense de Matemática - 2014 - Solução da Prova do Nível 1

Questão 1 - Numa cidade, votaram 120000 eleitores. O partido **DELTA** obteve $\frac{3}{5}$ dos votos, e o partido **EPSILON** obteve $\frac{1}{4}$ dos votos. Quantos eleitores não votaram em nenhum dos dois partidos?

Solução: O partido DELTA obteve $120000 \times \frac{3}{5} = 72000$ votos, enquanto que o partido EPSILON obteve $120000 \times \frac{1}{4} = 30000$ votos. Logo, não votaram em nenhum dos dois partidos $120000 - 72000 - 30000 = 18000$ eleitores.

Outra solução: A fração correspondente aos eleitores que votaram num dos dois partidos é $\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{17}{20}$. A fração correspondente aos eleitores que não votaram em nenhum dos dois partidos é $1 - \frac{17}{20} = \frac{3}{20}$. Portanto, não votaram em nenhum dos dois partidos $120000 \times \frac{3}{20} = 18000$ eleitores.

Questão 2 - Encontre o maior número possível de 4 algarismos que atenda a todas as condições a seguir:

(a) Seja divisível por 10.

(b) A soma dos seus algarismos seja igual a 15.

(c) A soma do algarismo da unidade de milhar com o algarismo das centenas é par.

Solução: Digamos que o número seja $xyzw$, onde x representa o algarismo da unidade de milhar, y o algarismo das centenas, z das dezenas e w das unidades. Como o número é divisível por 10, temos que $w = 0$. Por outro lado, da condição **(b)** temos que $x + y + z = 15$. Da condição **(c)** temos que $x + y$ é par. Como queremos o maior número, é natural começarmos com $x = 9$. Assim, y não pode ser 8 pois violaria a condição **(c)** e nem pode ser 7 pois violaria a condição **(b)**. A possibilidade que resta é $y = 6$, o que novamente viola a condição **(c)**. Daí a possibilidade é $y = 5$ e daí $z = 1$. Logo o número procurado é 9510.

Questão 3 - Em certo país a moeda chama-se **Miltrix**. Sabendo que existem notas de $3, 15$ e 21 Miltrixes, explique se é possível passar um troco de 155 Miltrixes utilizando 12 notas que só podem ser de $3, 15$ ou 21 Miltrixes.

Solução: A resposta é não, uma vez que quando somarmos 12 números ímpares $(3, 5, 21)$ o resultado será um número par. Como 155 é ímpar, não é possível passar o troco desejado.

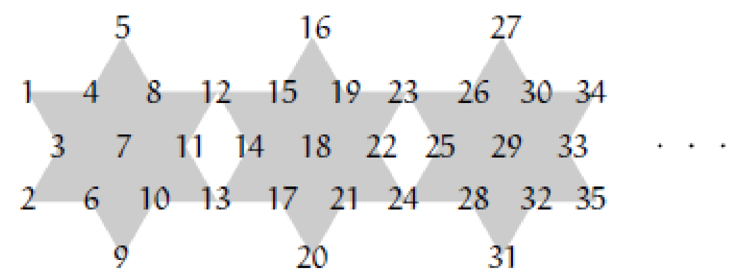
Questão 4 - João decidiu nadar de três em três dias. O primeiro dia que ele nadou foi um sábado, o segundo dia foi uma terça-feira, o terceiro dia foi uma sexta-feira, e assim por diante. Em qual dia da semana João estará nadando pela centésima vez?

Solução: Na tabela a seguir, listamos os dias da semana que João está nadando pelas primeiras 21 vezes.

dom	seg	ter	qua	qui	sex	sab
6	4	2	7	5	3	1
13	11	9	14	12	10	8
20	18	16	21	19	17	15

Analisando a tabela vemos, por exemplo, que os múltiplos de 7 sempre estão na quarta-feira e que os números que deixam resto 1 quando divididos por 7 estão no sábado. Dividindo 100 por 7 obtemos quociente 14 e resto 2 ($100 = 14 \times 7 + 2$). Daí concluímos que na centésima vez, João estará nadando em uma terça-feira.

Questão 5 - Estrelix, um habitante de Geometrix, decidiu colocar os inteiros positivos seguindo a disposição indicada na figura a seguir



Em qual estrela aparece primeiro o número 2014? Posicione todos os números que aparecem nessa estrela.

Solução: Dividindo 2014 por 11, obtemos quociente 183 e resto 1. Assim, o número 2014 estará na 183^a estrela é o décimo segundo número da 183^a estrela e o primeiro da 184^a. Os demais números dessa estrela estão representados na figura a seguir.