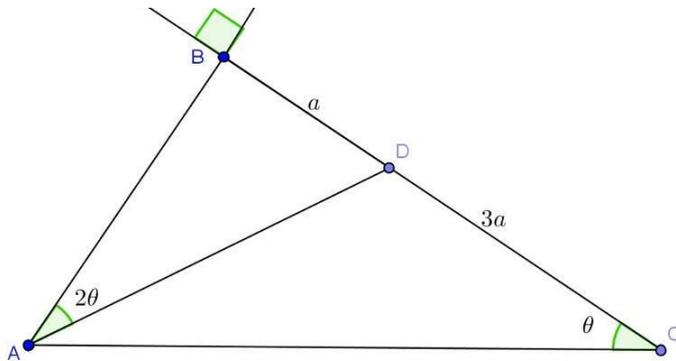


Olimpíada Pessoaense de Matemática 2012

Prova Nível 3

- 1) Calcular $\cos(2\theta)$.



- 2) Achar o valor de :

$$S = \cos^4\left(\frac{\pi}{16}\right) + \cos^4\left(\frac{3\pi}{16}\right) + \cos^4\left(\frac{5\pi}{16}\right) + \cos^4\left(\frac{7\pi}{16}\right)$$

- 3) Mostre que o polinômio $p(x) = x^{999} + x^{888} + \dots + x^{111} + 1$ é divisível pelo polinômio

$$q(x) = x^9 + x^8 + \dots + x + 1.$$

- 4) Para que valores de a o sistema de equações

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 0, \\ (x - a)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

tem 0, 1, 2, 3, 4 ou mais de 4 soluções? (*Sugestão:* Você pode interpretar geometricamente as equações no plano xy)

- 5) No último censo realizado, observou-se que a cidade A possuía uma população 10 vezes maior que a população da cidade B . Constatou-se também que a cidade A cresce a uma taxa anual constante de 4%, enquanto que a cidade B vem crescendo 8% ao ano. Calcule quantos anos serão necessários, aproximadamente, para que a população da cidade B alcance a população da cidade A . (Use a aproximação $\log_{10}(27/26) = 0,016$).
- 6) Uma companhia aérea opera diariamente um determinado voo. Depois de algum tempo de operação, observou que, ao cobrar R\$ 300,00 pela passagem neste voo, obtinha uma média de 130 passageiros por voo e que a cada R\$ 80,00 aumentados no preço, perdia uma média de 20 passageiros por voo. Determine que valor a empresa pode cobrar, a fim de obter uma arrecadação máxima.