

Olimpíada Pessoaense de Matemática  
Prova Nível 1

1. Se oito pedreiros constroem um edifício de oito andares em um ano, em quanto tempo 15 pedreiros constroem um edifício de 12 andares?
2. Suponha que as letras  $A, B, C, D$  e  $E$  representem números inteiros distintos, de 0 até 9 e que os números  $EEE$ ,  $AB$  e  $CD$ , quando escritos na base 10, sejam tais que

$$EEE = AB \cdot CD$$

Um exemplo dessa situação ocorre quando  $A = 1$ ,  $B = 8$ ,  $C = 3$ ,  $D = 7$  e  $E = 6$ . Nesse caso, temos  $666 = 18 \cdot 37$ . Baseado nessas informações faça os itens a seguir.

- (a) Determine os valores de  $A, B, C$  e  $D$ , quando  $E = 8$ .
  - (b) Verifique que não existem inteiros  $A, B, C$  e  $D$  nas condições exigidas, quando  $E = 3$ .
3. Pinta-se de preto todas as faces de um cubo de madeira cujas arestas medem  $10\text{cm}$ . Utilizando cortes paralelos às faces desse cubo, ele é dividido em 1000 cubos pequenos cada um com aresta medindo  $1\text{cm}$ . Baseado nessas informações faça os itens a seguir.
    - (a) Determine o número de cubos pequenos que não têm nenhuma face pintada de preto.
    - (b) Determine o número de cubos pequenos que têm exatamente uma face pintada de preto .
  4. Para que um número seja divisível por 3, é preciso que a soma dos seus algarismos seja um número divisível por 3. Nesse contexto, determine todos os números de 3 algarismos formados pelos algarismos 2, 3, 5 e que são divisíveis por 3.
  5. Observe as seguintes somas e seus respectivos resultados, que sempre dão potências.

$$1 + 3 = 4 = 2^2, \quad 1 + 3 + 5 = 9 = 3^2, \quad 1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$$

Nesse contexto, faça os seguintes itens:

- (a) Complete a seguinte igualdade  $1+3+5+7+9+11 = \square = \square^2$ .
- (b) Qual é a soma do tipo acima que têm como resultado  $8^2$ ?
- (c) A soma do tipo acima que vai até 25 têm qual potência como resultado?
6. Em uma máquina de calcular, usada pelos alunos de uma escola, ao teclar qualquer dos números naturais 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, seguido da tecla
- (•) T, vai aparecer no visor da máquina, o "número triangular"  $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7, T_8$  ou  $T_9$ , onde  $T_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$  (soma dos números naturais de 1 até n)
  - (•) Q, vai aparecer no visor da máquina, o "número quadrado"  $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7, Q_8$  ou  $Q_9$ , onde  $Q_n = n \cdot n = n^2$ . Por exemplo, tecla 7 seguido, respectivamente, das teclas T e Q, que vão aparecer no visor da máquina, os números  $T_7 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$  e  $Q_7 = 7 \cdot 7 = 49$ . Com base nessas informações,
- (a) Calcule  $T_5, T_6$  e  $Q_6$ .
- (b) Verifique que  $T_5 + T_6 = Q_6$ .
- (c) Calcule  $n$ , de modo que  $Q_n = T_8 + T_9$ .