



Prova do Nível 2

Nome: Série:

Escola:

Observações:

1. A prova terá duração 03 (três) horas;
2. É permitido o uso de lápis e caneta esferográfica de tinta azul ou preta;
3. Cada problema deve ser resolvido em uma única folha.

Problema 1. Considere os números $x = 1,234234234\dots = 1,\overline{234}$ e $y = \frac{0,5196}{0,1732}$. Os números dados são racionais? Escreva o(s) número(s) racional(is) na forma $\frac{a}{b}$ com $a, b \in \mathbb{Z}$ e $b \neq 0$.

Problema 2. Considere o quadrado $ABCD$ de lado L . Sejam M e N pontos dos lados CD e BC , respectivamente. Determine o comprimento dos segmentos DM e CN de forma que AM e AN dividam o quadrado em três partes de áreas iguais.

Problema 3. A idade do pai de Joãozinho é determinada pela quantidade de vezes que Joãozinho escreve o algarismo 3, ao escrever os números inteiros de 1 a 131, somada a quantidade de vezes que Joãozinho escreve o algarismo 5, ao escrever os números inteiros de 1 a 100. A soma dos algarismos da idade do pai de Joãozinho é um divisor do número 576?

Problema 4. Seja ABC um triângulo qualquer. Sejam M e N os pontos médios dos lados AC e BC , respectivamente. Mostre que o comprimento do segmento MN é igual a metade do comprimento do segmento AB .

Problema 5. Sejam a um número real diferente de zero e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função polinomial, dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Mostre que existe um único número real α tal que

$$f(\alpha - x) = f(\alpha + x) \text{ para todo } x \in \mathbb{R}.$$

Problema 6. Mostre que, se a, b, c são números inteiros ímpares, então a equação $ax^2 + bx + c = 0$ não possui raízes racionais.