

**Olimpíada Pessoaense de Matemática 2010**  
**Gabarito - Prova Nível 1**

1. Sejam  $x$ ,  $y$  e  $z$  a quantia que cada um recebeu por participar no concurso de poesias, respectivamente. Então  $x + y + z = 15.000$ . Como  $x = z + 5.000$  e  $y = 2z$  temos que  $z + 5.000 + 2z + z = 15.000 \rightarrow 4z = 10.000 \rightarrow z = 2.500$ . Portanto, o primeiro colocado recebeu R\$7.500,00 (sete mil e quinhentos reais), o segundo colocado recebeu R\$5.000,00 (cinco mil reais) e o terceiro colocado recebeu R\$2.500,00 (dois mil e quinhentos reais).
2. Seja  $x$  a quantia em dinheiro em o devoto chegou na primeira Igreja. Então o devoto chegou na segunda Igreja com  $2x - 20$  e saiu com  $2(2x - 20) - 20 = 4x - 60$ . Finalmente, o devoto chegou na terceira Igreja com  $4x - 60$  e saiu sem dinheiro, ou seja  $2(4x - 60) - 20 = 0$ . Assim,  $8x - 140 = 0 \Rightarrow x = 140/8 = 17,5$ . Portanto, o devoto tinha R\$17,50 (dezesete reais e cinquenta centavos) ao visitar a primeira Igreja.
3. (a) Sendo  $8 = 2 \cdot 3 + 2$ , basta encher uma primeira vez V1 com 8 (litros), em seguida encher V2 com 3 (litros), e derramar no tanque esse volume d'água. Assim, ficamos com 5 (litros) em V1. Novamente, enchendo mais uma vez V2 com 3 (litros), em seguida derrame esse volume d'água no tanque. Sobrando, portanto, 2 (litros) d'água em V1.  
(b) Sendo  $8 = 3 \cdot 3 - 1$ , basta encher uma primeira vez V2, com 3 (litros), em seguida passar essa água para V1. Novamente, enchendo mais uma vez V2 com 3 (litros), em seguida passando essa água para V1. Assim, obtemos 8 (litros) d'água. Finalmente, enchendo mais uma vez V2 com 3 (litros), em seguida terminamos de encher V1, até completar 8 (litros). Portanto, resta agora 1 (litro) d'água em V2.
4. Sejam  $x$  e  $y$  os números de pênaltis que João converteu e perdeu, respectivamente. Então  $5x - y = 120$ . Como a soma total de pênaltis é  $x + y = 30$  temos que resolver o sistema
$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x + y &= 30 \\ 5x - y &= 120. \end{aligned}$$
Assim, somando a primeira equação com a segunda equação, obtemos  $6x = 150$  ■  
 $x = 25$  e  $y = 5$ .  
Portanto, João converteu 25 (vinte e cinco) pênaltis.
5. Temos a seguinte regra de tres simples (inversa)

$$\begin{aligned} 40 &\leftrightarrow 80 \\ 42 &\leftrightarrow x \end{aligned}$$

Resolvendo, obtemos  $42x = 40 \cdot 80$  dai  $x = 3.200/42 = 76,45$ . Portanto, o ciclista n.o2 esta completando a 77.a (septuagesima setima) volta.

6. Sejam  $x$  e  $y$  o número de galinhas e galos, respectivamente, no galinheiro. Então  $5x + 10y = 600$ ,

pois cada galinha custa R\$5,00 (cinco reais) e cada galo custa R\$10,00 (dez reais).

Como a soma total destes animais é  $x + y = 100$

temos que resolver o sistema

$$\frac{1}{2}x + y = 100$$

$$5x + 10y = 600.$$

Assim, multiplicando a primeira equação por  $-5$  e somando com a segunda equação, obtemos

$$5y = 100 \blacksquare y = 20 \text{ e } x = 80.$$

Portanto, seu Antônio comprou 80 (oitenta) galinhas e 20 (vinte) galos.