

1. Em um determinado país que tinha uma moeda chamada *cruzeiro* havia apenas dois tipos de notas: notas de 5 cruzeiros e notas de 7 cruzeiros.

- a) Descreva como seria possível comprar uma mercadoria com preço de 8 cruzeiros;
- b) Nesse país, seria possível comprar mercadorias com quaisquer preços usando-se apenas notas com esses dois valores?

2. O jogo da Mega Sena consiste em sortear 6 dezenas em 60 dezenas possíveis. Para realizar o sonho de ser o próximo milionário, você deve marcar de 6 a 15 números, entre os 60 disponíveis no volante. Se alguém que escolhe 06 (seis) dezenas tem a probabilidade  $p$  de ganhar, então determine a probabilidade, em função de  $p$ , de um jogador ganhar escolhendo 09 (nove) dezenas.

3. a) A partir da fórmula do *coosseno da soma*

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \text{sena } \text{sena } b$$

escreva  $\cos(5x)$  como uma combinação de potências de  $\cos(x)$ ;

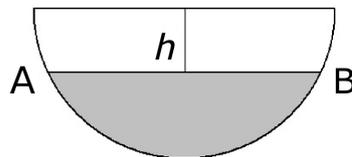
b) Mostre que  $\cos 18^\circ$  é irracional.

4. Um programa de computação exige que as senhas de acesso tenham as seguintes características:

- Iniciem com 3 algarismos sem repetição escolhidos no conjunto  $\{1, 3, 4, 5, 6, 9\}$ ;
- No meio da senha, tenha um ponto, uma vírgula ou um hífen;
- Terminem com 3 letras escolhidas de M a V que podem ser repetidas.

Dois exemplos dessas senhas são: 539-PPS e 164.VMR. Qual a quantidade total de senhas que podem ser construídas dessa forma?

5. Deseja-se dividir um semicírculo de raio igual a 10 *cm* em duas regiões de mesma área através de um segmento  $AB$  paralelo ao seu diâmetro.



Sendo  $h$  a distância entre o segmento e o diâmetro, determine uma equação que tenha  $h$  como raiz. (Não é necessário calcular o  $h$ ).

6. O arco-tangente hiperbólico de  $x$ , denotado por  $arctgh(x)$ , é definido como sendo

$$arctgh(x) = \frac{1}{2} \log_e \left( \frac{1+x}{1-x} \right)$$

onde  $e = 2,71828\dots$  é a base dos logaritmos naturais. Mostre que

$$\log_e(2) = 2 arctgh \left( \frac{1}{5} \right) + 2 arctgh \left( \frac{1}{7} \right)$$

(OBS.: Essa fórmula foi utilizada em 1748 para se calcular  $\log_e(2)$  com 25 casas decimais)