

1) Durante n dias de férias, Jarbas observou que:

- choveu 8 dias pela manhã ou à tarde;
- se choveu pela manhã então não choveu à tarde;
- houve 6 manhãs sem chuva;
- houve 8 tardes sem chuva.

Baseando-se nessas informações, calcule o valor de n .

2) A população de uma cidade tem uma taxa de crescimento constante igual a 10 % em relação ao ano anterior. Supondo que a população atual dessa cidade seja 25000 habitantes, quantos anos serão necessários para a população chegar a 100000 habitantes?

3) Existem números reais x e y não nulos tais que $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{x+y}$? Se existirem, dê um exemplo. Se não existirem, justifique.

4) Considere um triângulo equilátero ABC e P um ponto do seu interior. Sendo x , y e z as distâncias de P aos lados AB, BC e CA, respectivamente, mostre que o valor de $x + y + z$ é constante, ou seja, dá sempre o mesmo resultado qualquer que tenha sido a escolha do ponto P .

5) Considere uma tabela com 60 linhas e 60 colunas (uma matriz quadrada de ordem 60) a qual é preenchida com todos os números inteiros de 1 a 3600 de acordo com a ordem sugerida no seguinte diagrama:

| | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 5 | 10 | 17 | 26 | ... |
| 4 | 3 | 6 | 11 | 18 | 27 | ... |
| 9 | 8 | 7 | 12 | 19 | 28 | ... |
| 16 | 15 | 14 | 13 | 20 | 29 | ... |
| 25 | 24 | 23 | 22 | 21 | 30 | ... |
| 36 | 35 | 34 | 33 | 32 | 31 | ... |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋱ |

Mantida essa ordem de preenchimento da tabela, determine a posição (linha e coluna) do número 2005.

6) Prove que não existe uma função injetora $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ com a propriedade de que, para todo x ,

$$f(x^2) - [f(x)]^2 \geq \frac{1}{4}.$$

Sugestão: tente calcular $f(0)$ e $f(1)$.